Filosófica



La interpretación filosófica del cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel

Francisco Xavier Miranda





LA INTERPRETACIÓN FILOSÓFICA DEL CÁLCULO INFINITESIMAL EN EL SISTEMA DE HEGEL

FRANCISCO XAVIER MIRANDA

LA INTERPRETACIÓN FILOSÓFICA DEL CÁLCULO INFINITESIMAL EN EL SISTEMA DE HEGEL



EDICIONES UNIVERSIDAD DE NAVARRA, S.A.
PAMPLONA

COLECCIÓN FILOSÓFICA NÚM. 178

Primera edición: Febrero 2003

Ediciones Universidad de Navarra, S.A. (EUNSA)
Plaza de los Sauces, 1 y 2. 31010 Barañáin (Navarra) - España
Teléfono: +34 948 25 68 50 - Fax: +34 948 25 68 54
e-mail: eunsa@cin.es

ISBN: 84-313-2058-3
Depósito legal: NA 442-2003

Composición: M.ª Jesús Nicolay Mañeru

Imprime: GRÁFICAS ALZATE, S.L. Pol. Ipertegui II. Orcoyen (Navarra)

Printed in Spain - Impreso en España

ÍNDICE

CAPÍTULO II

EL CÁLCULO INFINITESIMAL SEGÚN HEGEL

CAPÍTULO III

LA FUNCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL EN LA LÓGICA DE HEGEL

PRÓLOGO

Cuando a los invitados de *El Banquete* se les pidió que uno a uno elogiaran el Amor, al llegar el turno a Sócrates, el maestro de maestros se negó por principio aduciendo que el elogio consiste en mencionar de entre todas las verdades sobre el elogiado tan sólo aquéllas que le resulten alagüeñas, lo que él no podía hacer. Y Sócrates sólo tomó la palabra para pronunciar su inmortal discurso –entre las más bellas palabras jamás escritas sobre el Amor– cuando los comensales accedieron a que expresase sin restricciones lo que supiera de quien ellos tomaban por un dios, resultase o no elogioso. Quisiera imitar a Sócrates al menos en esto, y, evitando el elogio, aproximarme lo más que pueda a la verdad. Así estas líneas no serán un elogio de la obra de Xavier Miranda sino estrictamente un prólogo, una introducción a su introducción a Hegel, un estudio de su estudio de Hegel, una crítica a su crítica de Hegel.

Nadie entre aquí sin saber geometría. El primer favor de tipo introductorio que puedo hacer a quien se disponga a leer la obra de Miranda –o a leer este prólogo– es dejar bien clara esta advertencia, que, por cierto, es al mismo tiempo una queja. Si está claro que un filósofo se escandalizaría con razón porque un lector matemático fuese incapaz de reconocer una alusión a *El Banquete* de Platón (¡que sí trata de matemáticas!) también lo está que los matemáticos se escandalizan con razón de que los filósofos desconozcan el cálculo infinitesimal. Parece aceptable que nuestros filósofos –y en general nuestros hombres de letras– tengan sólo un conocimiento a nivel de divulgación de la fórmula de contracción del tiempo, o

de la ecuación de campo de Einstein o de la ecuación de Schrödinger. Pero lo que de ningún modo parece aceptable es que su idea de un cálculo que está en la base misma de nuestra civilización científica y tecnológica sea también una idea divulgativa, aproximada, expresada por medio de comparaciones, en vez de un conocimiento de primera mano, con sus fórmulas, tal como los matemáticos –y en general *los de ciencias*– lo entendemos y manejamos. Afortunadamente para el prestigio de la filosofía, no fue éste ciertamente el caso de Hegel –ni del autor del libro que prologo–. Algo que se hace evidente en la obra de Miranda es la profundidad con que Hegel comprendía el cálculo infinitesimal de su época, lo que hasta cierto punto le permitió adelantarse en su concepción a la posterior formalización del Cálculo en los términos rigurosos que hoy nos son familiares. Por esto resulta decepcionante que entre tantos estudios realizados sobre diversos aspectos de la obra de Hegel sean tan pocos los que se ocupen de este aspecto, y de aquí el interés del estudio de Miranda, el cual contiene –como también este prólogo– dos partes bien diferenciadas: el concepto que Hegel tenía del cálculo y el modo en que lo ubicaba en su propio sistema.

La primera parte se enmarca pues en el debate sobre la ontología de los objetos básicos del Cálculo, los infinitésimos. Nos muestra el frontal distanciamiento de Hegel respecto de la idea de Leibniz: sus infinitésimos, como cuantos aditivos, no son nada, no tienen ninguna significación metafísica, pero sí la tiene lo que Leibniz llama cociente de infinitésimos, es decir, lo que hoy llamamos derivada, y la aclaración de su ontología es el principal empeño del trabajo de Hegel analizado en este libro.

Miranda nos muestra el modo en que Hegel se inclinó más bien, en este debate, por el enfoque fluxional del otro creador del cálculo, Isaac Newton, pero mostrándose partidario de este enfoque tan sólo si es interpretado en la forma más depurada de D' Alembert, es decir como límite de cocientes, pues también Hegel entiende la derivada como un límite de relaciones entre magnitudes. Pero el filósofo idealista no se queda ahí sino que, después de aclarar su ontología de la relación, pasa a abordar la más difícil ontología del límite, y es ahí donde más audaz resulta su análisis, aunque también más oscuro, y, en consecuencia, donde más útil resulta la labor aclaratoria del trabajo de Miranda.

Es precisamente ahí donde el autor alemán se apoyará principalmente en el análisis posterior de Lagrange. Recordemos que Lagrange define cómodamente la derivada de una función como el primer término de su

desarrollo en serie de potencias. Esta concepción será también la que adoptará Hegel, pero en desacuerdo total con la motivación de Lagrange, que era la supresión definitiva del concepto de límite. En efecto, muestra Hegel que esta supresión es un vano intento, pues en la noción de serie está incluida la noción de límite, precisamente la que Lagrange intenta descartar.

Llegado a este punto, el estudio de Miranda enfatiza la profundidad filosófica de la negativa de Hegel a entender los sumandos de ese desarrollo como verdaderas sumas puesto que la ontología de cada uno de sus términos son distintas: el primero es una relación de cantidades y por tanto ontológicamente distinto de una cantidad. El segundo es una relación ente relaciones. El tercero una relación de relaciones de relaciones, y así sucesivamente..... No comprender esto claramente será la causa de posteriores malentendidos, las famosas *mentiras del cálculo* de las que hablara Berkeley, porque con la ontología no se enreda impunemente.

Así pues, la derivada, como primer término de ese desarrollo es una relación, y no solamente un límite de relaciones, un aspecto, a mi entender, capital en la concepción hegeliana y que no me parece suficientemente enfatizado en el ensayo de Miranda, en la medida que muestra a Hegel como intérprete esencialmente d'Alembertiano del cálculo infinitesimal. Así, por ejemplo, aunque recuerda la importancia que Hegel concede al método cartesiano de cálculo de la tangente, no hace patente porqué ese método resulta tan importante para Hegel: Recordemos el triángulo considerado a ese efecto por Descartes: el formado por la *normal*, es decir, el segmento de recta normal a la gráfica desde el punto hasta el eje de abcisas, y sus dos abatimientos *subnormal* y *ordenada* sobre eje de abcisas y eje de ordenadas. O recordemos mejor la versión lagrangiana de ese triángulo, a saber el formado por *tangente*, *subtangente* y *ordenada*. Es en este triángulo donde aparece la derivada no ya como un límite de relaciones entre cantidades, sino como verdadera relación, ella misma, entre dos cantidades: las longitudes de los dos catetos de ese triángulo.

El trabajo de Miranda nos hace comprender que Hegel no solamente acertó en todas las tomas de partido en los aspectos entonces debatidos del cálculo infinitesimal, y que acierta en lo que toma y rechaza de cada autor (por ejemplo, como hemos visto, de Lagrange), sino que se adelantó a la concepción definitiva del límite por su contemporáneo Cauchy (que su diferencia con algún término sea menor que cualquier cantidad prefijada) y su concepción misma del cálculo diferencial, parece adelantada de nuestra

concepción actual: el énfasis de Hegel en la recta tangente, hasta el punto de que su pendiente –la relación que ella expresa– sea para Hegel la noción misma de derivada, es acorde con nuestro concepto actual de diferencial como la función lineal que mejor aproxima a la función dada en el punto dado (es decir, la función lineal cuyo grafo es la recta tangente al grafo de la función). Algunos exclamarán: ¡sorprendente! Con el trabajo de Miranda en la mano, podríamos enmendarles: no hay que sorprenderse, porque se había hecho una buena ontología.

Pero no solamente la noción de límite de Hegel es una proyección de futuro. Nos muestra Miranda que es también proyección al presente del más remoto pasado, de la matemática veinte siglos anterior a la invención del Cálculo. Pues se trata, en esencia, de la concepción misma de Eudoxo, el creador, en el siglo IV antes de Cristo, del método de exhaución, precedente griego del cálculo infinitesimal. Es posible que otros estén al cabo de la calle, pero al menos yo tengo que agradecer a la lectura del libro que prologo el haber comprendido que fue Eudoxo no sólo el más original, sino también el más profundo, en la cadena dorada de protagonistas del cálculo infinitesimal.

Pero es aquí donde encuentro una segunda carencia, si se me perdona, en el trabajo de Miranda, al menos como estudio filosófico. Se trata demasiado ligeramente la razón filosófica que llevó a Hegel a apartarse en algún aspecto nada menos que del propio Newton. Recordemos que el físico-matemático de Cambridge se había quedado con sólo el primer término del desarrollo en serie, por considerar los demás despreciables. Pero esto desagrada profundamente a Hegel: nada es despreciable en matemáticas, y mucho menos en ontología. Él, al igual que Lagrange, se quedará con el primer término, como hemos dicho, por definición misma de derivada, y se guardará de sumarle los términos siguientes: no los suma porque no puede sumarlos pues son, como ya indicamos, cualitativamente distintos, de ningún modo porque sean despreciables.

Este punto queda perfectamente claro en el estudio de Miranda. Pero si he hablado de carencia es porque quizá, a mi entender, se debería hacer hincapié en la razón filosófica por la que Hegel reacciona ante la injustificada *negligencia* de los otros términos en Newton. Se trata, para Hegel, de una versión más del mayor error que puede cometerse en filosofía, el único que Hegel no está dispuesto a perdonar: escatimarle al infinito su infinitud (en su *Introducción a la Historia de la Filosofía* llamará blasfemia contra el Espíritu Santo, al único pecado que al hombre no se le pue-

de perdonar: negar al espíritu subjetivo que sea Santo, esto es, Espíritu Objetivo, Espíritu Universal). En efecto, en una genial inversión del sentido común, o al menos de la denominación común, muestra Hegel cómo lo infinito es lo que llamamos la suma de la serie, siendo la serie misma lo finito: sus sumas parciales no pueden ser lo infinito, pues no son la suma total, sino más bien lo finito en progresión hacia lo finito, o si se quiere progresivas negaciones de lo infinito (no son la suma, pero progresan hacia ella). De ese infinito no son sino sus determinaciones finitas, en el más puro sentido espinoziano *omnis determinatio est negatio* (si es que se me permite utilizar alusiones frecuentes en otras obras de Hegel) Identificar estas sumas parciales –lo finito– incluso la primera suma parcial, la derivada, con la suma total –lo infinito– tal como hace Newton, y esto por la inaceptable razón de que los demás términos le parezcan despreciables, es algo que Hegel no puede perdonar al creador del Cálculo, pues equivaldría a *despreciar* la ontología de la diferencia entre finitud e infinitud.

Me referiré ahora a la otra parte del trabajo de Miranda, referente a la ubicación que hace Hegel del cálculo infinitesimal dentro de las matemáticas y de su propio sistema. Aquí la labor de Miranda es más bien expositiva, dejando implícita una valoración positiva del discurso hegeliano en este aspecto, a la cual quisiera sumarme yo también en este prólogo.

En efecto, parece acertada la comprensión de la Matemática como estudio de la relación de equipotencia entre conjuntos, y sorprende este adelantarse una vez más en el tiempo a lo que sería luego la obra de Cantor y Frege, y es el modo en que actualmente entendemos la Matemática. Y parece también acertado el posicionamiento del cálculo dentro de la Matemática, esencialmente discrepante de la posterior concepción de Russell, descrita también por Miranda, según la cual un móvil en un instante de movimiento no se distingue en nada del mismo móvil en un instante de reposo. Sí que se distingue, afirma Hegel, pues en ese instante el móvil tiene velocidad, y la velocidad es algo (así por ejemplo, un fluido aparece en cada instante de su historia con un vector velocidad en cada punto, y así se estudia en Mecánica de Fluidos).

Permítaseme detenerme un poco en este aspecto, puesto que lo hace Hegel y el análisis de Miranda. El idealista alemán recuerda que la cualidad es o no es. En oposición dialéctica estaría la cantidad pues tiene en cambio un carácter gradual: ni es el todo ni es la nada (la cantidad matiza la cualidad, de modo que hay cantidad de una cualidad, pero no cualidad de una cantidad). La posición del cálculo infinitesimal será para Hegel la

de síntesis dialéctica entre calidad y cantidad, y como tal una negación de la oposición entre ambas (la famosa negación de la negación, que es entonces superación –*Erhebung*– de lo afirmado y de su negación)

En efecto, en un instante de la historia del fluido o del móvil no hay propiamente movimiento –entendido éste como magnitud espacial variando al variar la magnitud temporal–, pero tampoco puede decirse propiamente que haya lo contrario, que haya reposo, pues ya hemos señalado la impropiedad de entender un móvil en un instante de movimiento exactamente igual que en un instante de reposo. Y lo que hay de más es precisamente la información infinitesimal, la que pone el Cálculo: la velocidad, la aceleración, y las derivadas temporales de órdenes superiores.

En particular considero lucidísima la interpretación pormenorizada que hace Miranda de este paso de tuerca en el general proceso dialéctico hegeliano: primero, disolución de la cualidad en cantidad, así al comprender que la cualidad de un sonido no es sino una cantidad, su frecuencia acústica, y al profetizar que la misma suerte llegará a todas las cualidades corpóreas (por ejemplo, los colores no son sino frecuencias electromagnéticas). Después, vuelta de la cantidad a la cualidad, cuando la continuidad de una magnitud es captada en términos del cálculo infinitesimal, cuya noción clave, la noción de derivada –una relación– tiene más de cualidad que de cantidad (recordemos, de la parte anterior, que Hegel se había opuesto a la comprensión leibniziana de los infinitésimos como verdaderas cantidades, y que para él la derivada es cualitativamente diferente de la función, así como de los otros términos del desarrollo en serie).

Acaba Miranda mostrando el modo en que Hegel no sólo se anticipa a la concepción actual de las matemáticas en general y del Cálculo en particular sino también a ciertas concepciones que hoy nos son familiares en esa comprensión matemática de la naturaleza, de la *physis*, a la que llamamos Física. Esto es así, tanto en lo que se refiere a la Física Cuántica (en su interpretación más generalizada de Copenhague) como a la relatividad especial, y también a la relatividad general. Me refiero sólo, por supuesto, a los aspectos filosóficos de estas teorías–no pretendo que Hegel haya anticipado una sola fórmula, ni siquiera una consideración heurística, un *Gedanken Experiment*, a estas teorías.

En primer lugar, la interpretación de Copenhague resulta del todo coherente con la comprensión hegeliana de la naturaleza como aparecerse, como fenómeno, y su comprensión de nuestra ciencia de la naturaleza como interacción con ese fenómeno, mas bien que ciencia de observadores

pasivos (puesto que formamos parte de la naturaleza que observamos) Sin embargo no llevaría este acuerdo mío hasta el punto de suscribir la afirmación hegeliana *ser es comprender el ser*, que Miranda parece reseñar sin crítica, lo que me obligaría a aceptar el sistema hegeliano en su esencial totalidad, y con él sus consecuencias.

En segundo lugar, nos muestra el ensayo de Miranda el distanciamiento de Hegel de la idea físicamente newtoniana y filosóficamente kantiana del espacio y del tiempo como absolutos, apareciendo un Hegel adelantado del distanciamiento de Lorentz, Poincaré y Einstein de espacio y tiempo absolutos, es decir del aspecto de relatividad galileana *–todos los sistemas inerciales son equivalentes–*que se da en la relatividad especial.

Por último nos sorprende la profundidad en la denuncia de Hegel de la sustantivación del concepto de fuerza en Newton, un concepto que no es en realidad más que una metáfora o una descripción del movimiento acelerado y que Newton llega a cosificar como causa del movimiento, dando lugar a apariencia de demostraciones que esquivan el hecho profundo que queda sin explicar –y que sólo se explicaría mucho más tarde en el marco de la relatividad general al entender la gravedad como curvatura del espacio tiempo– . El juego de magia de Newton llega hasta el extremo de haber creído él, y haber hecho creer a la posteridad, que había encontrado una nueva ley, la ley de la gravitación universal, cuando en realidad lo único que hizo fue reformular las leyes de Kepler (y así no es de extrañar que, poco después, el propio Newton demostrase que de hecho son equivalentes a su ley de gravitación).

Detengámonos en este hecho, pues importa mucho entenderlo bien: Es de evidencia experimental que todos los cuerpos caen con la misma aceleración. Advierte Hegel que lo que Newton llama fuerza no es sino esa aceleración. Es decir, Newton hace algo muy rebuscado: dice que un cuerpo es atraído con doble fuerza que otro más leve porque tiene, por ejemplo, el doble de masa, pero a la postre esa fuerza le imprime la misma aceleración que aquella con que cae el leve, porque esa fuerza debe mover una masa doblemente mayor. ¿No está claro que aquí no hay sino aceleración –aceleración universal, la misma para todos los graves– y que sobran aquí las nociones superpuestas y mutualmente cancelativas de fuerza y de masa? Estas nociones son útiles, sí, como metáforas que ayudan al cómputo, pero inducen a error filosófico si seriamente se intentan cosificar. La enmienda de este error –bien detectado por Hegel– es el punto de partida y línea argumental de la relatividad general de Einstein,

una observación histórica que, de haber sido traída a colación, hubiera dado más contundencia a la opinión favorable de Miranda acerca de este detalle de la obra hegeliana.

El ensayo de Miranda es divulgación de un aspecto de la obra de Hegel, pero es al mismo tiempo una investigación, por lo que tiene de crítica. Como tal investigación, es natural de que sea susceptible de ulteriores preguntas. Abusando una vez más de la conocida expresión de T. S. Eliot, quiero terminar de *críticar al crítico* con algunas preguntas.

1. ¿Es seguro que resulta necesaria la idea de límite para definir la derivada, y definirla como una relación? Así lo hace Hegel, y Miranda concuerda con él, pero quiero hacer notar que el triángulo infinitesimal asociado (cuyos catetos son los incrementos infinitesimales de la variable y de la función) es semejante al triángulo tangente-subtangente-ordenada, que es definido rigurosamente por Descartes sin recurso alguno al límite, como recuerdan Lagrange y el mismo Hegel. En consecuencia, la derivada, es decir el cociente de ambos incrementos infinitesimales de variable y función, es también definible como cociente de ambos catetos de ese triángulo, y por tanto parece definible sin recurso al límite.

2. ¿Es seguro de que resulta necesaria la noción de límite para definir los números reales? Así se dice en el estudio que prologo, pero no parece que se necesite de la idea de límite en las cortaduras de Dedekind (que, en el fondo, son las de Eudoxo). Incluso en la presentación de Weierstrass de los números reales, éstos no aparecen exactamente como límites de sucesiones fundamentales de números racionales sino como las sucesiones mismas (o, más bien, sus clases de equivalencia).

3. ¿Es seguro que se precisa de la noción de límite para operar con magnitudes como la longitud de segmentos como se opera con cantidades, es decir sumando, restando, multiplicando, dividiendo los números racionales que los aproximan y entonces pasando al límite? Porque ya Descartes, una vez que identifica longitudes con cantidades por convención de una longitud unidad, opera con ellas mediante sencillas construcciones geométricas de regla y compás (esencialmente usando el teorema de Thales, por ejemplo, para establecer proporcionalidad, y , en consecuencia, producto)

4. En reacción contra los infinitésimos, ambos criticado y crítico afirman que el numerador y el denominador de la definición de derivada no son nada, no tienen entidad ontológica, pues sólo la tienen las relaciones entre los numeradores y denominadores sucesivos y también el

límite de esas relaciones, al que llamamos derivada. Pero se olvida que en uno de los tres tratados de Newton sobre el Cálculo, en el *Methodus Fluxionum*, numerador y denominador aparecen no como infinitésimos –de inaceptable ontología– sino como momentos de la fluxión de las variables respecto de un tiempo universal. Y digamos, de paso, que si bien la ontología de los infinitésimos es inaceptable, sí que es aceptable su lógica, como muestra la deducción impecable que hace Leibniz de las primeras fórmulas del cálculo y más aún la reposición lógica de ese tipo de deducciones que el *Análisis No Standar* de Robinson lleva a cabo en nuestros días.

Termino agradeciendo a Xavier Miranda que he aprendido mucho con la lectura de su libro. Lo mismo te deseo, lector.

Ignacio Sols Lucia
(Catedrático de Álgebra de la Facultad de Matemáticas
de la Universidad Complutense de Madrid)

INTRODUCCIÓN

> "Die Ewigkeit wird nicht, noch war sie;
> sondern sie ist"
>
> "Zeit ist das, was sich wandelt und mannigfaltig,
> Ewigkeit hält sich einfach"
>
> Meister Eckhart

La historia del pensamiento occidental oscila entre una consideración autónoma del mundo y una consideración teológica del mismo. La consideración teológica entiende que existe un Dios, separado del mundo, que gobierna el universo. En la historia del pensamiento nos encontramos frecuentemente con esta esquizofrenia; con la completa distinción entre el mundo hecho por el hombre y el mundo hecho por Dios.

En los escritos de G. Vico se puede percibir la denuncia de este fenómeno de escisión esquizofrénica. Por un lado, tenemos una sociedad civil, desarrollada por el hombre. Por otro lado, causa perplejidad el que la mayor parte de los pensadores hayan dedicado todas sus energías al estudio del mundo natural, en principio, no creado por nosotros. Vico denuncia que este mundo natural sólo puede ser conocido por Dios, por ser éste su único creador. En cambio, el mundo de las naciones y de los pueblos, el mundo civil, tan largamente descuidado por los pensadores, puede ser conocido al ser nosotros mismos sus creadores. El curioso resultado es: cada vez desconocemos más de nosotros mismos cuanto más conocemos del mundo natural.

El pensamiento de Hegel representa el máximo exponente de monismo en el sentido más amplio de este concepto. Es quizá parangonable con el pensamiento analítico contemporáneo de un Quine, en lo que éste tiene de holista. Con unos inicios de inspiración marcadamente teológicos, desarrolla el hilo conductor de su pensamiento bajo la directriz de una historia universal e inmanente de todas las ciencias. El pensamiento de Hegel se configura en la más clara negación de una escisión entre el mundo humano, el mundo de la historia, del arte, del derecho, de la política, de la ética, de la antropología, de la religión, etc., y el mundo supuestamente dado, esto es, el universo antes de la instauración de la humanidad, que existe independientemente de su desarrollo cultural e intrahistórico, tal como debiera plasmar la mecánica y la condición de posibilidad de su transmisión intersubjetiva; esto es, la matemática.

El mundo natural, semejanza de Dios para gran parte del pensamiento y de la tradición medieval, carece por completo en Hegel de todo rastro o huella de divinidad. Lo divino aparece únicamente con la elaboración de la idealidad; es decir, de la articulación lógica de las condiciones de posibilidad por parte de la humanidad de aquello que queremos significar bajo los términos mismos de *naturaleza* y *mundo*. Hegel exige la constitución del reino de Dios junto o por medio de lo que el espíritu humano ha desarrollado y elaborado a partir de sus conocimientos mundanos; exige transformar todo conocimiento mundano en un conocimiento de Dios y, por consiguiente, de la humanidad misma[1].

El primer paso en esta línea había sido dado por el pensamiento trascendental de Kant. Ciertamente, lo que nosotros llamamos *naturaleza* y *mundo* en un sentido científico no se encuentra en ninguna parte como una totalidad dada, a no ser, precisamente, como una idealidad (como idea regulativa de la razón en la ciencia). Kant presupone sin más, y este será el objeto principal de crítica por parte de Hegel, que todo conocimiento experimental es absolutamente aproblemático. La condición a la que debe atenerse todo posible conocimiento es que se limite en cada caso al campo de la experiencia en lo que se refiere a una posible legitimación del saber. El límite de la experiencia tiene la ventaja de ser una sencilla instancia de control para toda posible aspiración de saber cierto. En cambio, los conocimientos puros, es decir, independientes de la experiencia, no parece que

1. "...daß neben dem Reich der Welt, worauf bisher die Gedanken und Anstrengungen gegangen, auch wieder an das Reich Gottes gedacht werde,...". *Vorlesungen über die Geschichte der Philosophie*, 18, p. 12.

tengan otra instancia de control más que las leyes de la lógica. Ahora bien, las leyes de la lógica en Kant, y en la tradición occidental, sólo garantizan una argumentación formal no-contradictoria o libre de contradicción. Lo que estas leyes lógicas no garantizan en modo alguno es precisamente la certeza o corrección del contenido discursivo[2].

Kant creía ver en esta limitación de la lógica el peligro fundamental que consiste en que la especulación de la razón pura se haga independiente. De esta manera, por el camino puramente aparente de una conclusión lógicamente correcta, esto es, no-contradictoria, llegaríamos a tesis metafísicas que consideraríamos ciertas. Sin embargo, según Kant, no disponemos de los medios suficientes para fundamentar estas tesis. Hegel va a atacar precisamente este punto; no se trata tanto de que no podamos fundamentar suficientemente nuestras tesis metafísicas racionalmente, sino de que la lógica de Kant –incluida su lógica trascendental– es incompleta. Hegel se propone refundar y reformular la lógica.

Una lógica que no sea una lógica del *Ser* es lógica de *Nada*; es decir, una lógica que no asegure que el conocimiento es verdadero, sino que simplemente se limita a constatar que no existe contradicción, es una lógica de *Nada*. La lógica trascendental kantiana se queda en la esfera de una *mera pretensión* (*Sein-Sollen*), o como diría Nietzsche, del *querer ser*. Esto último significa: independientemente de que nuestras tesis metafísicas sean capaces de expresar la realidad de su contenido mediante su forma, en todo caso *nosotros queremos* que nuestras proposiciones signifiquen lo que ellas indican o deberían expresar. La metafísica dogmática sería una ficción producto de la voluntad de poder.

2. Creo que Frege ha señalado lo fundamental en esta dirección. Las observaciones de Frege desbordan lo usual en este punto. Cuando una definición se presta a intervenir en demostraciones, cuando nunca da lugar a contradicciones, cuando por medio de ella se pueden establecer conexiones entre cosas aparentemente dispares, resultando así un orden y una regularidad superiores, entonces se suele considerar la definición suficientemente segura y se hacen pocas preguntas sobre su justificación lógica. Lo bueno de este procedimiento, en todo caso, es que hace difícil perder el hilo. Para Frege en efecto, las definiciones son también garantizadas por su fertilidad, por la posibilidad de hacer demostraciones con ellas. Pero hay que tener en cuenta que el rigor de la demostración sigue siendo una ilusión, aunque tengamos todos los eslabones de la deducción, si las definiciones sólo se justifican posteriormente por el hecho de que no se haya chocado con ninguna contradicción. De este modo, en definitiva, sólo se ha conseguido una seguridad empírica y, en realidad, hay que tener en cuenta la posibilidad de encontrar al final una contradicción que derrumbe el edificio entero. FREGE, G. *Los fundamentos de la aritmética* (Introducción), *Escritos filosóficos*, Edición e introducción de Jesús Mosterín, Crítica (Grijalbo Mondadori), Barcelona; p. 37-38, 1996.

Puesto que el concepto de *naturaleza* que manejan las ciencias es precisamente eso, un concepto, Hegel exige una nueva fundamentación de la lógica que recoja también un análisis crítico de lo que conocemos por experiencia. La experiencia empírica, sin más, no es experiencia alguna. Esta nueva instancia de control no viene ni puede venir dada por la experiencia en sentido empírico, sino por la experiencia en sentido humano. Para Hegel, sólo la experiencia sensible asocia, en su experiencia inmediata, un ser propio a eso que denominamos *naturaleza* o *mundo*. Sólo en este sentido, se nos presenta el mundo como una realidad absoluta e incondicionada que carece de contrario, y que por tanto, no es susceptible de negación: la *naturaleza* o el *mundo* serían lo primero en el orden ontológico y del conocimiento[3]. Este sería el punto de partida de la *Fenomenología del espíritu* (*Phänomenologie des Geistes)*. Sin embargo, advierte Hegel, no nos podemos quedar aquí. Las ciencias exigen la constitución racional del mundo; esto es, las ciencias exigen una *Ciencia de la Lógica (Wissenschaft der Logik)*.

La necesidad de una ciencia de la lógica resulta de que la serie de propiedades, las diferencias de géneros, las cualidades, etc, en definitiva, de diferenciaciones en general que nosotros atribuimos a la *naturaleza* no se encuentran en ésta de forma inmediata y concreta, tal como parece mostrarnos el conocimiento sensible (conciencia sensible de Hegel), sino que es resultado de una elaboración por parte de la razón respecto a diferentes fines, criterios y valoraciones (en muchos casos diríamos que convencionales, tal como manifestaría el pragmatismo de Peirce). Esta elaboración es el objeto de la razón dialéctica y de la ciencia de la lógica en general.

Experimentar o conocer *algo (Etwas)* en cuanto *algo* supone un sistema de diferenciaciones, así como de posibles identificaciones comunes. Por esta razón, a Hegel no le basta con suponer que el conocimiento empírico se atiene a sí mismo como a su propia instancia crítica. Las propiedades, las cualidades, los géneros, que predicamos del mundo son el resultado de una diferenciación. Traduciendo esta tesis al lenguaje del idealismo alemán diremos que lo que aceptamos empíricamente como *dado (Ding)* no es lo absolutamente *incondicionado (Unbedingt)*. El mismo Kant afirma que si bien la experiencia empírica nos dice qué es lo que existe, no nos dice que tenga que ser necesariamente así y no de otra for-

3. "Nur dem Bewußtsein, das selbst zuerst äusserlich und damit unmittelbar ist, d.i. dem sinnlichen Bewußtsein, erscheint die Natur als das Erste, Unmittelbare, Seiende". Enz 9, § 248.

ma[4]. Hegel conecta precisamente este problema con la necesidad de cuestionarse de nuevo por el *concepto de contradicción (Der Begriff des Widerspruchs)*.

Hegel concluye que lo *dado*, es *dado* sólo y propiamente en cuanto *mediado (vermittelt)* por un sistema articulable lógicamente. La articulación lógica de lo que entendemos por *mundo* o *naturaleza* tiene que hacer referencia a una tradición histórica común (en nuestro caso la tradición occidental), que es la que aporta y marca los fines científicos. Las diferenciaciones son introducidas de acuerdo a dichos fines. Al mismo tiempo, la delimitación de estas diferenciaciones puede variar al modificarse los criterios conforme a los cuales se ejercía el juicio. Este proceso es el nuevo concepto que Hegel introduce bajo el término *experiencia (Erfahrung)*. Este sistema de diferenciaciones, y la revisión de las mismas, es lo que Hegel entiende por razón dialéctica. Esta razón dialéctica abarca toda la tradición occidental (ya que en Hegel la razón se mueve teleológicamente de oriente a occidente, tal como manifiesta el triunfo de la ciencia moderna)[5].

Puesto que lo *dado* está sujeto a sucesivas diferenciaciones por parte de la razón, está igualmente sujeto a negación. El curso mismo de las ciencias; por ejemplo, la mecánica, la óptica, etc. van proponiendo, sobre un mismo *dado*, diferentes propuestas, en ocasiones tan diversas que modifican la identidad del objeto que creíamos tener en un principio ante los ojos. Por ejemplo, a lo largo del s. XVII podemos asistir a la revolución científica de la mecánica clásica, cuya elaboración conceptual inicia Galileo al introducir el paradigma de la cinemática y desarrolla Newton en su totalidad. Ahora bien, cuando se produce una revolución científica surge un nuevo formalismo matemático. En esta fase de nacimiento de una ciencia nueva se hace más clara la necesidad de crear nuevos y diferentes métodos matemáticos adecuados a unos problemas concretos que antes no existían (*Werden* en sentido hegeliano)[6]. En el curso de nuestra actividad científica surgen diferenciaciones, géneros, propiedades nuevas que obligan a modificar los límites establecidos hasta un determinado *momento*.

4. *KrV*, A1.

5. Por ejemplo, Aristóteles señala que la matemática nace como ciencia libre en Grecia, ya que es una disciplina que se cultiva por sí misma, no por utilidad, sino por placer (*Met*. A2, 982b, 25-28). La madurez de la ciencia es una nota característica de lo propiamente occidental: actividad libre que contempla su necesidad.

6. Esto se resume emblemáticamente en el esquema enunciativo del tipo: “Ahora tenemos un X que antes todavía no se daba”.

Hegel toma la mayoría de sus conceptos especulativos de las ciencias culturalmente establecidas y desarrolladas. Posteriormente analiza su significado desde la generalidad propia de la *Lógica*. El mismo concepto de *momento* lo toma Hegel del cálculo de fluxiones de Newton para analizar todos aquellos conceptos implicados en el movimiento y la modificación de toda determinación. Las antinomias matemáticas kantianas se resuelven en Hegel desde la interpretación newtoniana del cálculo infinitesimal. Tanto las antinomias matemáticas como el concepto de *infinitamente grande* o *infinitamente pequeño* parecen conculcar el principio de tercio excluso de la lógica formal clásica no-intuicionista: *el mundo no es ni (finito) simple ni compuesto (no finito)* y las magnitudes infinitesimales serían tales que ni son finitas (algo determinado) ni son nada. La solución a estas dos cuestiones la encuentra Hegel en el concepto newtoniano de *cantidades evanescentes*.

Para Hegel, el concepto newtoniano de *magnitud evanescente* no es un concepto vago. Antes bien, para Hegel este concepto contiene no sólo la idea correcta de límite, sino que se caracteriza por un alto contenido especulativo. Por esta razón, Hegel tiene preferencia por los conceptos empleados por Newton frente a los infinitésimos de Leibniz. Este concepto de *magnitud evanescente* muestra la verdadera naturaleza de lo que Hegel llama *movimiento*. Al mismo tiempo, este concepto es el precedente de categorías empleadas en la *Lógica* de Hegel para explicar conceptos importantes tales como *contradicción* (*Widerspruch*), *asunción-eliminación-conservación* (*Aufhebung*), *devenir* (*Werden*) y *momento*. El término de *magnitudes evanescentes*, empleado por Newton en la mecánica, es elevado a concepto en la *Lógica* de Hegel. De esta forma, Hegel sintetiza el tiempo de la mecánica racional con el tiempo de la historia humana (divina); esto es, con el tiempo especulativo.

Newton percibe que detrás del concepto de derivada se esconde el concepto fundamental de límite. Supongamos una función que mide el espacio recorrido por un objeto en movimiento hasta un determinado instante. La velocidad media del objeto en movimiento en un intervalo viene dada por el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo invertido. La velocidad media depende de los valores de la función en los extremos del intervalo. Por ello, si queremos saber lo que ocurre en el instante de un cambio debemos aproximarnos a un instante determinado. De esta forma lo que estamos estudiando es la velocidad instantánea. Alrededor del instante determinado definimos un intervalo (incremento de tiempo). Conforme se reduce el intervalo (incremento de tiempo) en torno al instante

determinado, tanto más se aproxima la velocidad media a la velocidad instantánea en el punto en cuestión. Newton percibe que el incremento no se puede anular de forma completa. La función se va aproximando a una cantidad fija cuando la variable se aproxima a cierto punto. Todo el problema reside en definir de forma unívoca esta cantidad fija a la que se aproxima la función. La dificultad fundamental es que esta cantidad no la podemos calcular sustituyendo directamente el punto en la función, ya que en muchas ocasiones nos encontramos con una expresión carente de sentido: obtenemos un cociente de ceros.

La expresión absurda que deseamos evitar es lo que Hegel llama contradicción. Sin embargo, la verdadera contradicción se comete al intentar evitar la contradicción o al intentar evitar que ésta se manifieste en la naturaleza de las cosas. Con objeto de evitar la contradicción, Newton centra la atención en un estadio intermedio que define la relación entre las magnitudes o cantidades no antes ni después de hacerlas desaparecer, sino mientras que desaparecen. Esto lleva a Newton a expresarse de forma paradójica: por proporción última de cantidades evanescentes entiende la proporción de cantidades, no antes de que desaparezcan, ni después de desaparecidas, sino aquella misma proporción con la que desaparecen. Esta idea permite a Hegel conectar el tiempo de la mecánica racional con el sentido humano (divino) especulativo del tiempo.

Hegel percibe que lo esencial en Newton es la naturaleza de la relación entre las magnitudes, y que el límite es él mismo una relación. Newton habla de esta relación como aquella definida por cantidades, y razones de cantidades, que en cualquier tiempo finito tienden continuamente a la igualdad. De acuerdo con la naturaleza misma de lo que significa *estar en movimiento*, estas magnitudes se aproximan una a otra antes de terminar el tiempo finito que hayamos designado. Antes de terminar este tiempo (incremento) lo que vemos es que las cantidades se aproximan una a otra más que por ninguna diferencia dada. Newton dice *antes de que termine el tiempo*, ya que sólo existe el movimiento *mientras* existe el tiempo. Por tanto, no podemos considerar esta relación entre las magnitudes ni antes ni después de que termine el tiempo, sino mientras el tiempo transcurre. Las demostraciones empleadas por Newton se reducen a las razones de cantidades nacientes y evanescentes. Hegel nota que este concepto *proporción última de cantidades evanescentes* elimina el concepto de *magnitudes infinitesimales*, y lo sustituye por lo que la *Lógica* llama *devenir*.

La determinación de la velocidad instantánea supone considerar los diferentes incrementos temporales (entorno al instante) como momentos; esto es, aspectos o estadios provisionales que median hasta el verdadero valor, hasta la última razón de las magnitudes evanescentes. Las sucesivas magnitudes que resultan de los incrementos finitos de tiempo no *existen de suyo*, sino que su ser está definido por la relación que definen entre ellas mismas. Esto es lo que Hegel define por *Aufhebung*: las cantidades están eliminadas y al mismo tiempo conservadas por la función que cumplen al definir la velocidad instantánea (última). El *Ser* de estas magnitudes consiste en su propio desaparecer. Sin su desaparecer no sería posible obtener y conservar la velocidad última. La relación funcional que define la velocidad última elimina y conserva a todas las velocidades que conducen a ella (*Aufhebung*).

Una objeción contra la existencia de una proporción última de cantidades evanescentes equivale en Hegel a negar la naturaleza contradictoria del movimiento y del devenir en general. Hegel contempla en las aclaraciones de Newton sobre la existencia de una proporción última de cantidades evanescentes una confirmación de su tesis especulativa sobre la unidad de *Ser* y *Nada* en la *Lógica*. La escisión absoluta de *Ser* y *Nada* es lo que impide al entendimiento común (*Verstand*) comprender la explicación newtoniana sobre la razón última de cantidades evanescentes. Podríamos pensar que semejante relación es imposible: antes de que estas cantidades se desvanezcan, la proporción no es última, y cuando se han desvanecido no hay ninguna. Con este argumento se podría objetar que al llegar un cuerpo a cierto lugar y detenerse allí carecerá de velocidad última, ya que antes de llegar a ese lugar la velocidad no será su última velocidad, y una vez allí será nula. La última velocidad de la que habla Newton es aquélla con la que es movido el cuerpo en el instante mismo de llegar. No antes ni después de que llegue, sino aquella misma velocidad con la cual el cuerpo llega a su último lugar y aquélla con la que cesa el movimiento.

Las cantidades evanescentes existen como pura diferencia respecto al verdadero valor instantáneo de la velocidad del cuerpo. Estas cantidades no son la verdad, sino momentos de la verdad. Puesto que no son el todo de la verdad, la verdadera velocidad instantánea, su ser consiste en desaparecer frente a la razón que definen. El *Ser* de estas magnitudes no es más que su función: definir una relación. Fuera de la relación son *Nada*. Hegel percibe en el cálculo infinitesimal la verdadera naturaleza de lo que significa finitud. La finitud en Hegel es lo que Newton llama *magnitudes evanescentes*; es decir, aquello cuyo *Ser* ni es todo (*Sein*) ni es *Nada* (*Nichts*)

sino devenir. El resultado del devenir y de la contradicción no es la pura *Nada*[7]: la relación que define a las magnitudes que se consideran en el estadio en que comienzan a cesar y terminan de cesar, determina una cantidad finita a la que se aproxima la función. Esto es lo que quiere decir Hegel cuando afirma que el resultado de la contradicción es el *ente finito* (*Dasein*)[8]. Pero además, esto supone para Hegel una demostración de una de sus tesis fundamentales sobre la realidad del mundo y de las cosas mundanas; a saber, que son el resultado de una contradicción y que se definen por la contradicción misma.

El éxito aplicativo del cálculo infinitesimal al mundo natural es una constatación de la tesis especulativa de Hegel sobre la verdad y realidad que corresponde al *mundo*. El *mundo* no es nada absolutamente determinado; esto es, no es *cosa en sí*. El mundo no es principio ni del *Ser* ni del *Conocer*, sino resultado de un devenir reflexivo: es lo que existe como relación entre *Ser* y *Nada*; es más, es la diferencia misma, la relación misma entre *Ser* y *Nada*. El *mundo* y las *cosas mundanas*, las determinaciones finitas relativamente inmediatas a la percepción sensible, no son ni el *Ser* (la totalidad) ni la *Nada*, sino que son movimiento (tal como las magnitudes evanescentes en Newton). La exigencia de validez incondicional para el principio de tercio excluso lleva a Hegel a constatar en consecuencia una contradicción. Para Hegel no existe nada que pueda soportar la contradicción excepto el pensamiento. Esto significa que todo lo que es como el mundo y las cosas mundanas consiste en nacer y perecer (*Entstehen und Vergehen*). La resolución de la contradicción; esto es, la incapacidad por parte de las cosas de satisfacer incondicionalmente este principio tiene como consecuencia lo que Aristóteles constataba del mundo físico: la generación y la corrupción. Por ello, para Hegel, el *Ser* del mundo consiste en la resolución constante de la contradicción que lo define[9].

El cálculo infinitesimal es también el instrumento teórico con el que Hegel aborda la teoría de la sustancia expuesta emblemáticamente por la segunda antinomia matemática de Kant. El problema que se refiere a la divisibilidad de la sustancia en partes simples hace referencia a la última

7. "Das Resultat des Widerspruchs ist nicht nur Null". WdL 6, p. 67.

8. "Das Werden so als Übergehen in die Einheit des Seins und Nichts, welche als seiend ist oder die Gestalt der einseitigen unmittelbaren Einheit dieser Momente hat, ist das Dasein". WdL 5, p. 113.

9. "Der Widerspruch löst sich auf". WdL 6, 67.

identidad de un objeto y a un límite último que conformaría la esencia del mismo. Newton define la existencia de una última velocidad instantánea respecto del tiempo. Frente a esta última velocidad, frente a ese instante único *a parte rei*, es decir, frente a este límite, existen diversos instantes distintos de aquél, pero sólo *ratione*. Hegel habla por ello tan sólo de momentos. Lo mismo cabe decir de la sustancia; es decir, sólo existe una sustancia en constante modificación respecto a la cual los distintos accidentes o estados cambiantes no son más que su misma naturaleza modificable y movimiento[10].

Hegel establece una estrecha relación entre este problema y la dialéctica tratada por Kant en las antinomias matemáticas de la razón pura[11]. Frente al modo en que trata Kant las antinomias matemáticas, propone Hegel los instrumentos conceptuales introducidos por el cálculo infinitesimal en la matemática. Las antinomias matemáticas kantianas, expuestas en la dialéctica trascendental, conculcan el principio de tercio excluso únicamente bajo una condición: siempre que supongamos que el concepto de mundo es una totalidad matemática absolutamente definida.

Hegel detecta que el análisis kantiano de las antinomias matemáticas se reduce a un tratamiento pobre de lo que la lógica dialéctica nominaliza bajo el término de *devenir*. Hegel se remite con esta categoría, y de forma explícita, a la dialéctica tematizada por los antiguos Eléatas[12]. El problema

10. La diferencia radical entre la teoría de la sustancia en Aristóteles y Hegel radica en que para éste último no existen las sustancias individuales. En cuanto a la relación de la sustancia y los accidentes existen puntos en común. En Aristóteles la sustancia individual es Sócrates mismo el que es culto, y no el *Sócrates blanco*. Se trata en todo caso de Sócrates, aun cuando esta sustancia esté en constante movimiento.

11. "Es geht aus dem Bisherigen hervor, welche Bewandtnis es mit der Dialektik gegen den Anfang der Welt, auch deren Untergang hat, wodurch die Ewigkeit der Materie erwiesen werden sollte, d.i. mit der Dialektik gegen das Werden, Entstehen und Vergehen überhaupt.-Die kantische Antinomie über die Endlichkeit der Welt in Raum und Zeit wird unten bei dem Begriffe der quantitativen Unendlichkeit näher betrachtet werden". WdL 5, p. 109.

12. Parménides y los Eléatas quieren demostrar que ya está *todo dado*: nada cabe añadir a lo que ya es. En consecuencia, toda evolución, proceso o movimiento es pura ilusión. Todo cambio, novedad o diferencia específico cualitativa es simple apariencia. Einstein, inspirado en la doctrina de Spinoza, afirma algo semejante cuando escribe sobre la muerte de su amigo Besso: "Michele se me ha adelantado en dejar este extraño mundo. Es algo sin importancia. Para nosotros, físicos convencidos, la distinción entre pasado, presente y futuro es tan sólo una ilusión, por persistente que esta sea" (EINSTEIN-BESSO, *Correspondencia*, Ed. P. Speziali, Tusquets Editores, Barcelona, 1994, p. 455). La trivialización einsteniana de la muerte de su amigo de infancia responde a una convicción profunda: reside en la inexistencia real del movimiento y en la reducción del cambio a mera ilusión. Hegel deduce la conclusión contraria a la de Einstein; precisamente porque no existe "M. Besso" (en cuanto *Dasein* concreto tiene contrario) lo que existe es el tiempo o el movimiento. La

fundamental de suponer para el concepto de mundo una realidad absolutamente determinada genera una falsa escisión entre los predicados de la *finitud* (*Endlichkeit*) y de la *infinitud* (*Unendlichkeit*). Junto a la suposición de un mundo absoluto se liga la separación absoluta entre *Ser* y *Nada*[13]. Esta relación resulta de considerar que mundo, como realidad completamente terminada, ya ha comenzado. Como una realidad que ya está comenzada, que ya está ahí absolutamente dada, no puede comenzar más, sino que es un comenzado. Por tanto, el mundo como realidad comenzada no puede comenzar ni haber comenzado nunca, por lo que es infinito en el espacio y en el tiempo. Si mundo se considera como una totalidad antes de comenzar, tampoco comenzaría, ya que tendría que comenzar en nada, por lo que nunca comenzaría nada. En cuanto que todavía no es, no puede empezar, pero en cuanto que ya es, ya ha empezado[14].

La completa y absoluta escisión de *Ser* y *Nada* genera la incomprensión de todo comienzo (*Anfang*) y movimiento (*Werden* en sentido general incluye el concepto *Bewegung* del movimiento local o particular que fuere[15]). Frente a la comprensión esquemática que el entendimiento hace de los principios lógicos fundamentales: principio de no-contradicción, principio de tercio excluso, propone Hegel el concepto operativo (frente al es-

contradicción es real y objetiva: esto responde a que la validez del principio de contradicción no es plenamente realizable en el mundo. El mundo desaparece, y entonces es cuando comienza la ciencia de la lógica. K. GÖDEL, en su trabajo titulado *Una observación sobre la relación entre la teoría de la relatividad y la filosofía idealista* ("A remark about the relationship between relativity theory and idealistic philosophy". Albert Einstein, Philosopher-Scientist, ed. Paul A. Schlipp, The Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois (1949) pp 555-562) observa lo siguiente: "…Dicho brevemente, parece obtenemos una prueba inequívoca de la concepción de los filósofos que, como Parménides, Kant y los idealistas modernos, niegan la objetividad del cambio y consideran que el cambio es una ilusión o una apariencia debida a nuestro especial modo de percepción". Kurt GÖDEL, *Obras Completas*. Alianza Universidad. 1980, ed. Jesús Mosterín. Madrid. p. 380. Para Gödel no existe un lapso o intervalo objetivo de tiempo.

13. "Bei der Voraussetzung der absoluten Geschiedenheit des Seins vom Nichts". WdL 5, p. 110.

14. "Es kann nichts anfangen, weder insofern etwas ist, noch insofern es nicht ist; denn insofern es ist, fängt es nicht erst an; insofern es aber nicht ist, fängt es auch nicht an.-Wenn die Welt oder Etwas angefangen haben sollte, so hätte sie im Nichts angefangen, aber im Nichts oder das Nichts ist nicht Anfangt; denn Anfang schließt ein Sein in sich, aber das Nichts enthält kein Sein. Nichts ist nur Nichts. In einem Grunde, Ursache usw., wenn das Nichts so bestimmt wird, ist eine Affirmation, Sein enthalten.- Aus demselben Grunde, kann auch Etwas nicht aufhören. Denn so müßte das Sein das Nichts enthalten; Sein aber ist nur Sein, nicht das Gegenteil seiner selbst". WdL 5, p. 110.

15. "Der Anfang oder das Werden allerdings etwas Unbegreifliches...". WdL 5, p. 110.

quema) de *magnitudes infinitamente pequeñas* tomado del cálculo infinitesimal en su interpretación newtoniana[16].

La dialéctica sobre el comienzo y el mundo no es otra que la dialéctica sobre el *Ser* o *no-Ser* del mundo y la posibilidad del movimiento en general. Hegel va más allá, y afirma que esta dialéctica existe allí donde todavía cabe considerar un contenido eidético finito (*Dasein*). Para el caso concreto de mundo, el cálculo infinitesimal nos enseña que su modo de ser, desde el punto de vista lógico racional, consiste en estar comenzando y terminando en todo posible *aquí* y *ahora* que podamos determinar. El movimiento físico, o aquél que es objeto de la mecánica, es un caso particular de lo tematizado por Hegel como movimiento dialéctico. El movimiento (*Bewegung*) es aquello que existe mientras deja de ser, o al mismo tiempo que está dejando de ser. Por ello, el cálculo de fluxiones newtoniano constituye un atractivo para el pensamiento especulativo de Hegel: las fluxiones consideran las magnitudes, no antes de desaparecer, tampoco después de desaparecer, sino mientras que desaparecen[17]. La lógica dialéctica es este gran movimiento en la que todos los contenidos eidéticos, el mundo como la totalidad de los predicados, existe mientras está dejando de ser: unidad del nacer y del perecer. El resultado finito *Dasein*, obtenido en las operaciones del cálculo, es fruto de esta relación. Esta relación, mediación en sentido hegeliano (*Vermittlung*), se oculta o es el resultado de un *desaparecer* (*Verschwinden*) de los momentos que constituyen su verdadero ser.

El método dialéctico es la búsqueda de lo absolutamente incondicionado. Hegel propone el movimiento como uno de los ejemplos más evidentes de lo que debemos entender por contradicción en el sentido de la nueva lógica. Lo que Hegel entiende por movimiento no es propiamente el movimiento local, sino lo que denomina movimiento dialéctico racional[18]. Hegel propone los conceptos de naturaleza y mundo, como ejemplos claros de lo que entiende por contradicción. Es decir, tratamos con reali-

16. “Das Angeführte ist auch dieselbe Dialektik, die der Verstand gegen den Begriff braucht, den die höhere Analysis von den unendlich-kleinen Größen gibt”. WdL 5, p. 110.

17. “Diese Größen sind als solche bestimmt worden, die in ihrem Verschwinden sind, nicht vor ihrem Verschwinden, denn als dann sind sie endliche Größen,–nicht nach ihrem Verschwinden, denn alsdann sind sie nichts. Gegen diesen reinen Begriff ist eingewendet und immer wiederholt worden, daß solche Größen entweder Etwas seien oder Nichts; daß es keinen Mittelzustand (Zustand ist hier ein unpassender, barbarischer Ausdruck) zeischen Sein und Nichtsein gebe”. WdL 5, p. 111.

18. “Dialektik aber nennen wir die höhere vernunftige Bewegung,...”. WdL 5, p. 111.

dades que no son lo incondicionado y que, por tanto, están sujetas a una modificación o devenir; dicho de otra forma, la validez (necesidad incondicional) del principio de no-contradicción no queda establecida o satisfecha cuando tratamos de comprender estos objetos. La contradicción es el motor de la dialéctica por cuanto su validez no puede ser establecida en las realidades que no son lo absolutamente incondicionado y necesario.

El pensamiento de Hegel es en este sentido profundamente aristotélico. Lo absolutamente *no-contradictorio* en Aristóteles es el primer motor. La validez incondicional del principio de no-contradicción obliga a Aristóteles a demostrar la eternidad del acto. El problema en Aristóteles es que no es imposible que un mismo atributo no se dé en distintos momentos en el mismo sujeto. Lo imposible es que ese mismo atributo se dé y no se dé a la vez. Ahora bien, esta simultaneidad no se mantiene incondicionalmente. Esto significa que la validez de este principio no es absoluta. La posesión de una propiedad por parte de un sujeto tiene mucho de contingente: es posible ser blanco y dejar de serlo. Esto es imposible sólo según el *ahora*. Por ello, para Hegel lo que propiamente existe es el *ahora* único de la eternidad. El sujeto tiene por ello que ser más actual que su relación con el predicado. Esto es lo que lleva a Hegel a identificar la noción de sujeto con la de concepto en la última parte de la *Lógica*.

Para Aristóteles, la necesidad de sustancias incorruptibles es consecuencia del principio de no-contradicción. Si todo fuera generable y corruptible se podría sostener que en algún momento no ha habido nada actual. La distinción entre lo generable y lo corruptible, y lo eterno es el camino que lleva a Aristóteles a Dios. Lo absurdo en Aristóteles es considerar el mundo como algo absolutamente condicionado; es decir, contingente o accidental. Para Hegel en cambio, el trabajo de la humanidad por alcanzar una articulación lógica y racional del mundo y de la naturaleza es la divinidad. La humanidad es la reflexión que lleva el mundo a una presencia conceptual. El concepto en Hegel establece por vez primera la validez del principio de no-contradicción. Ahora bien, en el camino tiene que perecer el mundo para que éste mismo pueda ser recapitulado al final. Con esto tiene lugar la culminación de una secularización, al mismo tiempo que una teologización de la actividad científica.

Hegel es fundamentalmente un historiador. No se trata de un historiador en el sentido ordinario del término; sino de un analista especulativo de todas las manifestaciones del espíritu o de lo que Aristóteles llamaba sustancia. La ciencia es la historia lógica recapitulada en presente. Hegel

tiene una visión dinámica de la ciencia. Esto significa que la ciencia se identifica con su evolución y desarrollo. Al mismo tiempo, esta evolución y desarrollo es manifestación del mundo mismo; de su misma realidad. La ciencia y el mundo son un organismo vivo en un proceso constante de cambio.

El cálculo infinitesimal es para Hegel un cuerpo abstracto de conceptos fundamentales para toda ciencia. El objeto de la *Lógica* de Hegel es explicitar la infinidad de cuestiones sobre la naturaleza de la realidad contenidas en el armazón de conceptos empleados por el cálculo. Una de las cuestiones más interesantes al respecto es la reconstrucción que sufren los conceptos de sustancia y esencia aristotélica en el curso de la *Lógica* a partir de los conceptos empleados por el cálculo infinitesimal. Lo más relevante en este sentido es el carácter funcional que corresponde intrínsecamente a la realidad de la cosas finitas. Hegel habla en este sentido de *momentos* del concepto único y verdadero[19].

La revolución neolítica se extiende a miles de años. Lo que nosotros llamamos mundo, comienza con la revolución científica sólo hace tres siglos. El mundo para Hegel es la historia de la articulación lógica, y por ello racional y científica, de todas las formas de conocimiento, sean espirituales o naturales. Esto constituye el ejemplo de una sucesión documentada de acontecimientos en una curiosa mezcla entre el azar y la necesidad, tal como se caracterizan todos los aspectos de la historia. Hegel integra estos elementos, azar y necesidad, para advertir que allí donde hablamos de mundo nos referimos a nuestra propia conciencia, la de la humanidad, y allí donde hablamos de Dios nos referimos a la historia total de nuestras comprensiones del mundo. El pensamiento de Hegel es la restauración de la unidad de la razón escindida por Kant, y el impulso fun-

19. La concepción aristotélica de la causalidad presenta aspectos que son propios de un pensamiento de la sustancia. Hegel demuestra que el pensamiento de la sustancia no es incompatible con un pensamiento funcional. La demostración de esta tesis es el cálculo infinitesimal. Para Aristóteles es especialmente relevante la consideración de los procesos concretos. Estos procesos se encuentran implicados siempre en una constelación de más causas. Cada contenido finito considerado difiere de esta forma en cada caso. Sin embargo, la relación entre los contenidos se asimila a una estructura funcional permanente *si-entonces*: si la forma es el *alma*, entonces la materia son los *tendones* y los *huesos*; si la forma es *sierra* la materia será *metal* (INCIARTE, F. *Forma Formarum*, p. 10, Karl Alber Verlag, Freiburg/München 1970, Philosophische Schriftenreihe, Symposion 32.). Lo permanente es la estructura funcional; esto es, lo que Hegel llama *Concepto* y Aristóteles *Sustancia*. La sustancia y el concepto son en su esencia inseparables de sus posibles modificaciones. El reconocimiento de esta verdad se gana en la *Lógica* con el cálculo infinitesimal cuyo objeto es la determinación de una relación que permanece invariante frente a contenidos concretos diversos cuantitativamente discernibles.

damental para resolver la duplicación del mundo en mundo de la naturaleza y mundo del espíritu.

La ciencia clásica, que arranca sobre todo con Galileo, propone una nueva racionalidad que da la clave de la inteligibilidad de la naturaleza. La ciencia inicia un diálogo muy fructífero con la naturaleza. Sin embargo, el resultado de este diálogo revela al hombre una naturaleza fundamentalmente pasiva y muerta que funciona como un autómata. La naturaleza, una vez programada, funciona eternamente siguiendo las reglas inscritas en su programa. Este diálogo con la naturaleza ha contribuido a aislar cada vez más al ser humano. Según Pascal este sería el precio que debemos pagar a cambio de esta nueva racionalidad.

Algunos científicos, por ejemplo Ilya Prigogine, afirman que la ciencia hoy, ya no es la ciencia clásica. Considera que la esperanza de recoger todos los procesos naturales dentro del marco mínimo de un pequeño número de leyes eternas es una idea que debe ser definitiva y completamente abandonada. Prigogine quiere poner de relieve que las ciencias de la naturaleza describen ahora un universo fragmentario repleto de diferencias cualitativas y potenciales sorpresas. Surge así la complejidad en una selectiva exploración local de una naturaleza compleja y polifacética. Prigogine argumenta históricamente remontándose a una nueva orientación que se inicia en el s. XIX. Darwin enseña que el hombre está enmarcado dentro de la evolución biológica[20]. El darwinismo muestra nuestra solidaridad con todas las formas de vida, con el universo en expansión, en definitiva, nuestra solidaridad con el cosmos visto como una totalidad.

Prigogine nos anuncia que la ciencia clásica debe abandonar sus hipótesis fundamentales; a saber, aquéllas que se encuentran bajo la convicción de que el mundo microscópico es simple y está gobernado por leyes matemáticas simples. Esta consideración es una idealización engañosa. La simplicidad matemática contempla sólo a las leyes eternas como las únicas que expresan la racionalidad de la ciencia. La temporalidad no es más que mera ilusión. Sin embargo, la irreversibilidad no puede ser sólo una ilusión. La irreversibilidad tiene una importancia esencial en la naturaleza, por estar implicada en muchos procesos de organización espontánea. Estos procesos constituyen, presumiblemente, el fundamento de la autoorganización en los sistemas biológicos. En esta situación nos situamos en un mundo azaroso, un mundo en el que la reversibilidad y el

20. Algo que S. FREUD y K. LORENZ (*Die Naturwissenschaft vom Menschen.* Piper, München-Zürich. 1997) hacen desde la psicología y la etnología del comportamiento humano.

determinismo son, consecuentemente, aplicaciones a situaciones límite y a casos simples. La regla la constituye la irreversibilidad y la indeterminación.

Para Hegel, el problema fundamental no son los contenidos particulares de los modelos teóricos, sino la estructura de su funcionamiento intrínseco; esto es, lógico. ¿Qué quiere decir que la ciencia de hoy ya no es la ciencia clásica?, ¿Qué quiere decir esta partícula temporal hoy?, ¿Dónde está hoy? Ciertamente es posible que la ciencia de hoy haya tomado en serio el problema del tiempo y, consecuentemente, de los problemas irreversibles. En todo caso, siempre queda pendiente la cuestión en torno al significado lógico del hoy, a la toma de conciencia de un cambio, de una modificación, de un devenir en la comprensión de lo que desde siempre, ya desde antes, habíamos designado por naturaleza, o como diría Hegel para referirse a la esencia (*das Wesen*), de lo que era el *Ser*. ¿Qué tiene lugar en el instante de una modificación semejante?, ¿dónde tiene lugar? (¿en el mundo o en nuestra comprensión del mundo?).

El concepto central de toda nuestra disertación tiene que ver con el problema del tiempo y su relación con la complejidad. El problema fundamental ya había sido advertido por Hegel y reside en que no existe un concepto cualquiera, por ejemplo *naturaleza* o *Ser*, que no fuese diferente de nuestra propia comprensión del mismo. La naturaleza o el Ser no existen como entidades absolutamente externas o autónomas. La realidad de estas entidades es su propia historia, es la historia de su comprensión. El *Ser* es comprender el ser y la naturaleza es comprender la naturaleza. Las modificaciones o transformaciones del *Ser* o de la naturaleza no son manifestaciones de una supuesta naturaleza o ser en sí (*Ansichsein*), sino variaciones en nuestra comprensión del *Ser* o de la naturaleza. Al mismo tiempo, los cambios en la comprensión de estos conceptos constituyen los cambios de la naturaleza misma. Las manifestaciones de la naturaleza, nuestras comprensiones, son ella misma.

El eje central será el problema del tiempo. El tiempo viene asociado, de forma determinante, a los procesos de evolución biológica o de sociedades. En este sentido, el tiempo así considerado es completamente diferente al que emplea Newton con objeto de describir paramétricamente el movimiento de los planetas o del péndulo ideal. La ciencia de Newton se muestra incapaz de integrar la noción de tiempo como crecimiento y, por tanto, con una dirección determinada. En este punto concreto es donde Hegel se distancia de Newton. La crítica de Hegel al pensamiento newto-

niano se centra en la extrapolación que éste hace del tiempo, entendido como parámetro para nuestra medidas en la mecánica, a la naturaleza o al mundo. El tiempo, como parámetro de nuestras medidas es equivalente a una entidad teorética resultante de proyectar la recta de los números reales. Kant, en la discusión dialéctica de sus antinomias matemáticas, detecta semejante extrapolación y la explica como resultado de una búsqueda de lo incondicionado que termina por identificar el mundo con una totalidad matemática completa (*mathematische Ganze*). Se trata en consecuencia de un tiempo matemático que, como entidad teórica, no se diferencia cualitativamente en nada de la recta numérica. Hegel centra su crítica en la extrapolación de las entidades teorético matemáticas, tales como los conceptos de *masa*, *fuerza*, *desplazamientos infinitesimales*, a un supuesto mundo, cuando en realidad no son más que nuestras formas reflexivas de articular el mundo.

La mecánica clásica, que es la que Hegel conoce, no tiene espacio para el tiempo. La dinámica clásica expresa de forma clara y contundente el punto de vista estático de la naturaleza. El tiempo se reduce a ser un parámetro en el que el presente y el futuro son equivalentes. Sin embargo, a principios del s. XIX, aparece una primera amenaza a la construcción newtoniana. La ciencia del calor se desarrolla cuando Fourier formula la ley que gobierna la propagación del calor. Esta sería la primera descripción cuantitativa de algo hasta el momento inconcebible en la dinámica; a saber, un proceso irreversible. Con esto surgen, a partir de la ciencia del calor, la ciencia de la conversión de la energía, y la ciencia de las máquinas térmicas. Esto constituye la primera ciencia no-clásica: la termodinámica.

La contribución principal de la termodinámica es el segundo principio que introduce la flecha del tiempo. El s. XIX es el siglo de la evolución. La biología, la geología, la sociología, ponen el acento en los procesos de cambio; esto es, en los procesos de incremento de la complejidad. La termodinámica se basa precisamente en dos tipos de procesos; por un lado, los procesos reversibles, independientes de la dirección del tiempo. Por otro lado, la propagación del calor en la descripción matemática de Fourier evidencia un proceso irreversible. La necesidad de distinguir estos dos tipos de procesos obliga a introducir el concepto de entropía. La entropía es la magnitud que incrementa su valor únicamente como resultado de procesos irreversibles.

La revisión misma de nuestros conceptos introduce un sentido del tiempo, diferente de aquél al que se refieren nuestras teorías físicas. La evolución, identidad y diferencia en la comprensión del concepto de *naturaleza*, *Ser*, introduce una dirección, un proceso que enlaza lo estático con lo dinámico. Este descubrimiento es el sentido del tiempo especulativo. El sentido del tiempo especulativo es la introducción de un tiempo interno estrechamente relacionado con la evolución interna del sistema. No se trataría de un sistema particular, tal como el de la termodinámica, sino del sistema de los sistemas, de la lógica de la ciencia y del saber; en definitiva, de la *Ciencia de la Lógica* (*Wissenschaft der Logik*). El tiempo especulativo abarca y asume la articulación conceptual de todos los posibles sistemas. Este tiempo, la historia de nuestro saber, está orientado teleológicamente hacia sí mismo (*Fürsichsein*): auto-aclaración, auto-evaluación, auto-contemplación y expresión.

El sentido del tiempo especulativo integra los dos mundos; a saber, aquél que es objeto de las ciencias de la naturaleza y de la física matemática, y aquél que es objeto de las ciencias del espíritu. La síntesis de una consideración autónoma y de una consideración teológica bajo una misma lógica. El pensamiento de Hegel busca una integración eliminando el reduccionismo científico. El conocimiento se ordena en niveles de complejidad creciente en el marco de un devenir mundial del espíritu. Hegel no puede compartir la postura de Newton, y menos la de Laplace, puesto que lo que éstos afirman no es ni tan siquiera pensamiento a los ojos de Hegel. En Hegel el reinado de la naturaleza es sólo una ficción necesaria, pero que termina con el espíritu consciente de sí mismo.

En el s. XIX, la dinámica sólo consideraba el estado final de una evolución termodinámica. Esto constituye la termodinámica del equilibrio. La *Lógica* de Hegel no se limita al estado final de evolución conceptual, sino que asume la historia completa de la evolución. Esto es así, porque lejos del equilibrio, respecto a la identidad conceptual de una cosa, pueden aparecer nuevos tipos de estructuras que hacen revisar una identidad prematuramente adquirida. Estas condiciones alejadas del equilibrio significativo son conceptualmente articuladas por Hegel como contradicción. La termodinámica estudia la posibilidad de que surgan nuevos estados dinámicos de la materia que son reflejo de una interacción de un sistema con su contorno. A estos sistemas se les denominan estructuras disipativas. En el estudio y evolución de las estructuras disipativas intervienen los conceptos de no-linealidad, inestabilidad y fluctuación.

La característica más notable es que cuanto más nos alejamos del equilibrio hacia condiciones muy alejadas del equilibrio, nos distanciamos igualmente de lo repetitivo y universal para entrar en lo específico y único. Las leyes del equilibrio son universales. Cerca del equilibrio, la materia se comporta de una manera repetitiva, inercial en Newton. Lejos del equilibrio, sin embargo, existe una variedad de mecanismos correspondientes a la posibilidad de aparición de varios tipos de estructuras disipativas.

Hegel contempla este nuevo sentido del tiempo que estamos describiendo objetivado en el cálculo infinitesimal. Por un lado, tenemos la historia misma del cálculo infinitesimal. Por otro lado, tenemos los conceptos que el mismo cálculo emplea para lograr sus objetivos. La historia del cálculo infinitesimal coincide con el proceso de sustitución de una posición matemática y filosófica que favorece los infinitesimales por una posición que antepone los conceptos de *aproximación* y *límite*. D'Alembert emplea dos expresiones que resumen esta tendencia en dos artículos de la *Enciclopedia* que llevan por título *Diferencial* y *Límite*. La metafísica del infinito y de las cantidades infinitamente pequeñas, más grandes o más pequeñas las unas de las otras, es totalmente inútil para el cálculo diferencial. Por el contrario, la teoría de los límites es la base de la verdadera metafísica del cálculo diferencial.

La presente investigación expone una única tesis articulada en tres partes; la tesis principal es la inexistencia de eso que nosotros ordinariamente llamamos mundo. El título de la investigación insinúa que es un trabajo sobre Hegel; es decir, que es un trabajo sobre historia de la filosofía. Sin embargo, no es una investigación sobre historia de la filosofía. Tampoco es una investigación sobre la historia de la ciencia. Esta investigación no es un trabajo *sobre*, sino *con* Hegel. Esto quiere decir que lo relevante no es el *qué*; sino el *cómo*. Lo relevante es *la cosa de Hegel* como concepto análogo y no unívoco. Lo importante es considerar a Hegel en un horizonte vertical ("ana" en griego es desde abajo a arriba) y no horizontal (unívoco).

Las dos tesis principales en las que coincido con Hegel son: la inexistencia de eso que llamamos mundo o realidad en sentido ordinario, y en segundo lugar, la única existencia de Dios; o lo que es lo mismo, realidad y Dios son nombres de lo único que verdadera y realmente existe.

Lo que no comparto con Hegel es la identidad de *Lógica* y *Metafísica*. La realidad, o lo que para mí es lo mismo Dios, no tiene nada que ver con la *Lógica*. Dios no tiene nada que ver con las matemáticas, ni con la física,

ni con la sociología, ni con la filosofía de la religión, ni con la historia, etc. Dios, o lo que es equivalente, la realidad, es objeto de la metafísica. Este objeto, no obstante, no se da como en las ciencias particulares. En las ciencias particulares el objeto tiene que ser deducido. En esto coincido con la postura de Hegel. Sin embargo, en la metafísica no podemos deducir el objeto. El objeto de la metafísica es un *Sujeto* al que se toca tan sólo por un instante tras un proceso de superación, eliminación y purificación de toda forma cultural. En el primer capítulo expongo a grandes rasgos un proceso que tiene por objeto superar todas las mediaciones culturales. Uno de los aspectos que debemos superar y eliminar es el concepto de *todos los predicados o propiedades posibles*. Este concepto supremo de todas las propiedades es el fundamento último de las matemáticas; en concreto del Análisis matemático, y de la *Lógica* de Hegel.

La exposición de este proceso de purificación es una síntesis peculiar entre el pensamiento del último Schelling, Tomás de Aquino y Aristóteles. Lo común a estos tres pensadores es que no asimilan la noción de realidad con la noción genérica de totalidad o inventario de tosas las cosas. En este sentido determinado se defiende la inexistencia del mundo. En cambio, la *Lógica* de Hegel presenta una noción de concepto que se asimila a la de *totalidad de todas las determinaciones posibles*. Por ello mismo, aunque Hegel quiere eliminar de la *Lógica* toda referencia a determinaciones particulares, permanece la dimensión cultural por referirse a todas las posibles.

a) La primera parte presenta el marco general de la investigación. No se trata de una parte meramente introductoria. En esta parte se analizan los principios que fundan la tesis principal. La interpretación de estos principios conduce a Hegel a considerar el mundo y lo mundano como aquella realidad que consiste en pasar. Hegel traduce la expresión de la sagrada escritura *la imagen de este mundo pasa* y la explicita en la *Lógica* bajo el cálculo infinitesimal. El significado de *pasar*, predicado del mundo y de las cosas del mundo, lo toma Hegel de la interpretación newtoniana del cálculo infinitesimal. El cálculo infinitesimal es el instrumento empleado por Hegel para definir la realidad que le corresponde a las cosas mundanas. El mundo no es, sino que acontece. Lo que acontece, tiene lugar en un sólo instante. La filosofía de Hegel es la realización de ser por un instante su (del mundo) verdad absoluta. El pensamiento tiene por objeto hacer una imagen de ese instante. El pensamiento tiene por objeto lo mismo que para Touluse-Lautrec tiene por objeto la pintura: arrancarle al movimiento (a la vida) un instante en el que toca la eternidad. Este instante

viene tratado como tema específico en el cálculo infinitesimal bajo el concepto de *magnitud evanescente*. La posible incongruencia de este concepto con el principio de tercio excluso se pone en conexión con las denominadas antinomias matemáticas de Kant.

b) En la segunda parte se analiza la filosofía general de Hegel sobre las matemáticas. Hegel dedica en la *Wissenschaft der Logik* tres extensas notas al cálculo infinitesimal. Estas notas tienen por objeto explicar la transición lógica desde la categoría de la *cantidad* (*Quantität*) a la *medida* (*Maß*). La transición lógica marca el retorno de la cantidad a su origen cualitativo previo. La derivada es una medida de la rapidez de un cambio. La integral es una medida del efecto total de un proceso de cambio continuo. Por ello, el cálculo infinitesimal introduce la categoría de la medida en el curso de la *Lógica*. El significado cualitativo de las determinaciones cuantitativas supone que la derivada es equivalente a la tangente de una curva y a la velocidad de una partícula en movimiento. La derivada objetiva el concepto especulativo de relación, razón de variación, cambio o modificación. Así mismo, el concepto cualitativo de área de una región con fronteras curvas encuentra una formulación matemática precisa en la integración. El área de una región está determinada por un *cuanto* definido. Al mismo tiempo, el concepto de razón o relación tratado por el cálculo infinitesimal constituye el puente que conecta en la *Lógica* la *doctrina del Ser* con la *Doctrina de la esencia*. Una relación pura es una *Nada* de cosa, y por ello mismo, una determinación reflexiva (metateórica).

Hegel adopta la postura de historiador del Análisis. Sin embargo, la visión de Hegel en lo que se refiere al devenir de esta disciplina no se limita a lo meramente neutro o puramente descriptivo. Prueba de ello son las múltiples referencias así como comentarios críticos a los métodos de Newton. Hegel reconoce la tarea efectiva de las matemáticas. Al mismo tiempo, relativiza la capacidad y potencialidad de dicha actividad. La relativización se centra en una crítica explícita.

Hegel somete a crítica los métodos de Fermat, Roverbal y Barrow fundados en las construcciones del triángulo diferencial (característico) o basados en hipótesis semejantes. Así mismo, critica parcialmente la consideración de los diferenciales como meros ceros representada por Euler. Introduce igualmente análisis críticos sobre la forma analítica de la mecánica (Lagrange). De especial interés es la crítica a ciertos artificios empleados por Newton con el fin de evitar *magnitudes infinitesimales*

relativas. Hegel critica igualmente la justificación de este descuido o desprecio de infinitesimales relativos en la argumentación de Carnot. La valoración de la tesis de Lagrange, no le impide a Hegel distanciarse de él para completar su teoría con la doctrina newtoniana de los límites. Hegel no se queda en la dimensión puramente negativa de la crítica, sino que, frente a los métodos del inefable triángulo diferencial o infinitesimal, propone de manera positiva el redescubrimiento del método cartesiano para determinar las tangentes. Descartes descubre un método puramente algebraico para construir la tangente vía la normal, en el que se describe un triángulo, semejante al de los métodos de los infinitesimales, pero determinado por magnitudes discretas asignables.

Hegel escribe la primera edición de la *Wissenschaft der Logik* (1812), antes de la aparición del *Cours d'Analyse* (1821) de Cauchy. Sin embargo, en la segunda edición (1831) se pueden observar referencias implícitas a la doctrina de los límites de Cauchy. Con todo, ya en la primera edición, es patente el rechazo de Hegel a comprender lo infinitamente pequeño en acto y como magnitud. Hegel conoce los trabajos de los matemáticos citados y se embarca en el esfuerzo filosófico de mostrar y objetivar sus contradicciones respecto a la evidencia de los conceptos latentes en los métodos.

c) En la tercera parte se reconstruye el puesto de las matemáticas, en particular del cálculo infinitesimal, dentro del sistema de Hegel. El cálculo infinitesimal introduce dentro de la extensionalidad homogénea y puramente indeterminada (por ejemplo, del espacio y del tiempo) un límite determinado. La geometría analítica de Descartes había introducido ya anteriormente una determinación cualitativa en el seno de la irracionalidad del espacio. El descubrimiento de la geometría analítica constituye un claro precedente de lo que en Hegel significa el cálculo infinitesimal: establecer una relación (en concreto llamada por Hegel de potencia) entre lo que en principio carece de toda relación; tal como por ejemplo es el caso de nuestras diferenciaciones en las extensiones puras representadas por el espacio y el tiempo. El cálculo infinitesimal es para Hegel la encarnación científica de su tesis especulativa en la que se afirma la unidad de la cantidad y de la cualidad. El éxito de esta disciplina en su aplicación a las ciencias de la naturaleza significa para Hegel una confirmación de su tesis especulativa en torno a la medida.

El cálculo infinitesimal supone en el sistema de la *Lógica* hegeliana el restablecimiento del significado conceptual dentro de las variaciones cuan-

titativas puramente extensionales. Las variaciones extensionales son en un principio extrañas a toda consideración semántica. En esto reside la importancia que da Hegel a la *Teoría de las funciones analíticas* de Lagrange: las variaciones cuantitativas que obtenemos al introducir incrementos en las variables con objeto de formar el cociente diferencial nos proporcionan las diferentes significaciones cualitativas de la velocidad y la aceleración de un móvil como derivadas primera y segunda. Al introducir los valores de estas variaciones en un desarrollo en serie, éstos adquieren el significado determinado de ser cada uno de ellos *negación de la negación*: cada uno de ellos constituye un momento cualitativamente distinto de los demás, y por ello mismo idéntico cualitativamente consigo mismo.

El cálculo infinitesimal supone en la *Lógica* de Hegel el paso de la oposición de *Ser* y *Nada* a la oposición determinada de *cualidad* y *cantidad*. La teoría de la medida tiene por objeto esta oposición particular. Esto significa que el éxito en la aplicación del cálculo a las ciencias de la naturaleza y a la teoría de la mecánica analítica se debe a que los procesos de paso al límite definen *cuantos* susceptibles de ser objeto de una medida posible.

Si en la presente investigación existe algún pensamiento de valor, entonces no se debe a mi persona. Todo lo que pienso lo he aprendido de otros. En matemáticas debo mucho sobre todo a Hermann Weyl. Mi interpretación del pensamiento de Hegel debe mucho a Heidegger, Wittgenstein y a Stekeler-Weithofer. En teología me han inspirado enormemente los trabajos de Rudolf Bultmann y Henri de Lubac. En cuanto a mi pensamiento me considero en deuda con pensadores como Eckhart, Giacomo Leopardi y Carl Schmitt. No hay nada original. Sólo Dios es lo original.

El Prof. Dr. Fernando Inciarte fue el hombre que consideró que yo tenía algo que decir. El Prof. Dr. Llano, Prof. Dra. Lourdes Flamarique, Prof. Dr Ignacio Sols y Frau St. von Beverfoerde me animaron a concluir este trabajo cuando yo ya consideraba que carecía de todo sentido. Finalmente agradezco a mis padres su paciencia.

CAPÍTULO I
MARCO GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN

“La historia de la humanidad es el segundo (instante)
que transcurre entre dos pasos de un caminante”

Franz Kafka

1. PRIMEROS PRINCIPIOS Y ANTINOMIAS MATEMÁTICAS

1.1. *Introducción*

En una interpretación pragmatista de los primeros principios, el corte, punto o línea divisoria entre dos conceptos o predicados cualquiera depende de nosotros y de nuestros intereses científicos. Existen casos en los que la cuestión de hasta dónde llega (extensión) el predicado *rojo* en el espectro es perfectamente negligible por *no hacer al caso*[1]. Bajo la expresión *no hacer al caso* (*Gleichgültigkeit*) introduce Hegel la problemática de la esencia en el sistema de la lógica: existen extensiones conceptuales que no afectan a aquello a lo que el concepto se refiere intencionalmente; esto es, a su esencia. En estos casos Hegel habla del *ser-en-sí* (*Ansichsein*) de un concepto. Sin embargo, existen también extensiones y variaciones cuantitativas que afectan a la esencia del concepto (intensión) porque transforman o modifican su identidad. En este caso, Hegel emplea el término de *ser-para-sí* (*Fürsichsein*).

1. La expresión *no hacer al caso* es una valoración que significa que en nuestra comprensión de un predicado no introducimos una nueva diferenciación o distinción de la que ya disponíamos.

Existe una interpretación pragmática de los primeros principios. Hegel sigue esta interpretación pragmática hasta cierto punto. Esta interpretación que denominamos pragmática tiene, sin embargo, una justificación no-pragmática. La simple negación del predicado *rojo* es una negación englobante. Esta negación es aquella con la que opera el principio de tercio excluso: *no-rojo*[2]. La llamada negación de contradicción, o simple negación hegeliana, incluye las negaciones más restringidas tanto dentro como fuera del género, predicado o concepto en que se definen y se trate en cada caso. La justificación de la interpretación pragmática, y de que el principio de tercio excluso se refiera a un tercero o término medio entre dos polos, viene condicionada por la negación de contradicción.

La llamada negación de contradicción, *rojo* y *no-rojo*, incluye la negación de contrariedad, por ejemplo *violeta* respecto de *rojo* en el espectro cromático. La negación de contradicción engloba todo lo que el término de referencia (*rojo*) excluye (tanto *violeta* como cualquier predicado o concepto fuera del género que tratamos). La aproximación de *violeta* a *rojo* hasta hacer que, pragmáticamente, ambos se toquen en el límite o corte divisorio resulta menos problemática de lo que a primera vista pudiera parecer, si los colores intermedios entre ambos no cuentan[3]. De esta forma resulta menos paradójico aplicar el principio de tercio excluso a los extremos, que en otros casos pragmáticos, requieren casos intermedios (tercio no-excluido) entre los dos conceptos.

Hegel ataca una interpretación convencional-formal del principio de tercio excluso. Esta interpretación se caracteriza por identificar este principio con la definición de la negación proposicional[4]. Esta identificación es el presupuesto fundamental de Hilbert. En 1901, D. Hilbert defiende

2. *no-rojo* es absolutamente todo lo que no es rojo, sea otro color o lo que (no) sea (rojo). Análogamente cabría decir de *no-Ser* y *no-racional*.

3. Función que ocupaba, desde el punto de vista lógico, el concepto de *magnitud infinitesimal* en la historia antigua del análisis superior; a saber, magnitudes susceptibles de ser despreciadas dada su relativa pequeñez.

4. "Dass das von Hilbert 1900 formulierte Axiom von der Lösbarkeit jedes Problems mit dem logischen Satz vom ausgeschlossenen Dritten äquivalent sei, mithin, weil für das gennante Axiom kein zureichender Grund vorliege und die Logik auf der Mathematik beruhe und nicht umgekehrt, der logische Satz vom ausgeschlossenen Dritten ein unerlaubtes mathematisches Beweismittel sei, dem kein anderer als ein scholastischer und heuristischer Wert zugeschprochen werden könne, so dass Theoreme, bei deren Beweis seine Anwendung nicht umgangen werden kann, jeden mathematischen Inhalt entbehren". Intuitionistische Mengenlehre, 1920. Fragmento citado de la obra de Oskar BECKER, *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*. Verlag Karl Alber, 1954, s. 329.

que en matemáticas no existe el *ignorabimus*. Por el contrario, según Hilbert estamos siempre en situación de contestar todas las preguntas dotadas de sentido. La inteligencia procede según reglas perfectamente determinadas, susceptibles de ser formuladas explícitamente, y que constituyen la garantía de la objetividad absoluta de su juicio. En principio podemos estar seguros de ser capaces de resolver todo problema cuyo enunciado no sea contradictorio. La contestación de Brouwer a esta identificación hilbertiana entre el *axioma de resolubilidad* de todo problema con el principio de tercio excluso no se hizo esperar.

Si una proposición es verdadera, entonces su negación es falsa, y viceversa. Así, si la proposición según la cual algo es rojo es verdadera, entonces la proposición según la cual ese algo no es rojo es falsa, y viceversa. *Tertium non datur* significa aquí *o una cosa u otra*, con la "o" exclusiva (aut-aut latino).

1.2. *Interpretación no formal del "principio de tercio excluso"*

El objetivo de este apartado es exponer otra interpretación del principio de tercio excluso. Según la interpretación comúnmente extendida de la lógica formal clásica no-intuicionista, si tenemos dos proposiciones de las cuales una es la negación de la otra, entonces decimos que si una es verdadera la otra es falsa. En cambio, según la interpretación alternativa que aquí se propone, el principio de tercio excluso no dice más que ambas proposiciones (simple negación o negación de contradicción) no pueden ser las dos falsas. El principio de tercio excluso, en lugar de afirmar que si una proposición es verdadera la otra es falsa, lo único que hace es prohibir que las dos puedan ser falsas. Según esto, si una proposición es falsa, su negación no puede ser también falsa. Ahora bien, si una proposición es verdadera, con eso no estamos diciendo aún que la otra no pueda ser también verdadera. Esto no lo prohibiría el principio de tercio excluso, sino el principio de no-contradicción.

En nuestra interpretación, el principio de tercio excluso tampoco dice que la negación de una proposición falsa tenga que ser verdadera. Esto lo afirma otro principio. Este otro principio es el principio de bivalencia de la moderna lógica formal clásica no-intuicionista. Sólo si tomamos el principio de bivalencia como idéntico a la definición de negación proposicional,

podemos decir que si una proposición es falsa su negación o proposición contradictoria tiene que ser verdadera. Este proceder es el de la moderna lógica formal clásica no-intuicionista. Sólo en este último caso la "o" del principio de bivalencia es una "o" exclusiva: si una proposición es verdadera, su negación es falsa y, viceversa, si falsa, verdadera.

La cuestión que debemos esclarecer en relación con una interpretación pragmática de la lógica hegeliana[5] es la de si el principio de tercio excluso tiene que ver con los extremos contrarios representados geométricamente por una línea horizontal extensa, como por ejemplo con los predicados *violeta* y *rojo*, y no más bien con algo que no tiene, como *violeta* y *rojo*, nada, ningún tercio intermedio. En este último caso, el principio de tercio excluso tendría que ver sólo con opuestos contradictorios (no contrarios): esto es, con distinciones claras (absolutamente determinadas). Las distinciones claras y distintas introducen la discrección y la discontinuidad. La discrección excluye posibles transiciones continuas. La eliminación de las transiciones continuas es lo que se ha instaurado al fundamentar el cálculo infinitesimal en la aritmética y transformarse éste en Análisis matemático. Los números (sobre todo los naturales) se convierten en objetos atómicos y discretos absolutamente determinados. La discusión del cálculo infinitesimal se conecta así con la interpretación no formal del principio de tercio excluso expuesto paradigmáticamente en las antinomias matemáticas kantianas.

1.3. *Las antinomias matemáticas de Kant*

Las antinomias cosmológicas de Kant son un claro precedente de nuestra interpretación, no formal, de los primeros principios. Las dos primeras, las llamadas matemáticas, parecen contravenir el principio de tercio excluso. Las antinomias matemáticas de Kant dicen que: el mundo no es ni finito ni infinito, ni continuo ni discontinuo. Esto significa que lo que afirman es que el mundo no es ni finito ni infinito, ni continuo ni discontinuo. Las proposiciones *el mundo es finito (o discontinuo)* y *el mundo no es finito (o continuo)* son las dos falsas. Para Kant, el principio queda invalidado sólo en caso de que se diera una condición. Esta condición, sin embargo, no se da en realidad. Esa condición es que el mundo de que ha-

5. Tal como por ejemplo la del matemático P. Stekeler-Weithofer.

blamos, el universo, fuera una cosa en sí (*Ding an sich*), es decir, una realidad absolutamente determinada. Pero ésta es precisamente la posibilidad excluida por Kant.

Las dos últimas antinomias, las que Kant llama dinámicas, parecen conculcar el principio de contradicción. Las proposiciones dicen que todo en el mundo sucede por casualidad y por necesidad, necesaria y libremente. Las proposiciones contradictorias correspondientes son ambas verdaderas. Kant responde que debemos distinguir entre el fenómeno y el noúmeno, entre apariencia y cosa en sí. Se podría decir, tal como Hegel critica a Kant, que no se trata de un mundo sino de dos: uno el de la física en el que reina la necesidad y causalidad y otro el de la libertad en el que no es ese el caso. Kant no identifica, sin más, el principio de bivalencia con la negación proposicional: *toda proposición es verdadera o falsa* con "o" exclusivo, si no verdadera falsa, y viceversa.

Dentro de las antinomias matemáticas de Kant, la validez del principio de tercio excluso queda contravenida sólo bajo una condición. Esta condición sería aquélla por la cual interpretemos lo que llamamos mundo al modo como supone la moderna fundamentación del cálculo infinitesimal y el desarrollo del Análisis. La moderna base que adopta el cálculo infinitesimal en la teoría de conjuntos conduce a lo que Hermann Weyl llamó un *absolutismo existencial*[6]. La determinación absoluta del mundo bajo su especie matemática tiene lugar cuando realizamos una especie de salto al más allá. Este salto se produce cuando la sucesión de números (que nunca es completa y permanece abierta hacia el infinito) se convierte en una colección cerrada de objetos que existen en sí mismos. Kant caracteriza, precisamente, a sus dos primeras antinomias de matemáticas por involucrar o hacer referencia a una totalidad en su enunciación: la totalidad matemática (*das mathematische Ganze*).

Esta totalidad de la que Kant habla ha dado lugar a las paradojas de la teoría de conjuntos. La razón de ser de las paradojas radica en su naturaleza circular; es decir, el hecho de que el enunciado hable de sí mismo, y de que en esa misma autoreferencia, el enunciado se refiere a una totalidad de enunciados de la que él mismo forma parte. Supuesta una colección

6. ""An sich" oder "vor Gott" ist alles bis ins letzte bestimmt. Ein ähnlicher Glaube beherrscht diesen Existenzabsolutismus wie der, daß ein von uns miterlebter Außenweltsvorgang an sich keine Vagheit in sich trägt, mag auch die Anschauung Raumpunkte und Qualitäten immer nur nährungsweise herausheben, niemals absolut scharf abgrenzen können". WEYL, H. "Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik", Symposion 1, 1-32 (1925), *Gesammelte Abhandlungen*, Band II. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1968.

absoluta, resulta de esta forma peligroso dar a los números la categoría de objetos ideales. La creencia en lo absoluto, dentro del sistema matemático, se traduce en la ingenuidad con que frecuentemente efectuamos un salto semejante. Aquél que acepte la definición *n es un número par o impar si existe o no un número x tal que* $n = 2x$, referido a la totalidad de los números (en Kant *das mathematische Ganze*), se encuentra ya del otro lado. El sistema de los números se postula de esta forma como un dominio de existencias absolutas *fuera de este mundo*. De este sistema sólo tenemos destellos aquí y allá, reflejándose en nuestra conciencia.

Nuestra actitud permanece estática. La actitud se caracteriza por la aplicación ilimitada de los términos *existe* y *todo* no sólo a los números naturales, sino también a los lugares en el continuo. Los lugares en el continuo abarcan las posibles sucesiones o conjuntos de números naturales. Esta es la ciencia de la teoría de conjuntos. Esta ciencia considera no sólo las sucesiones de números sino también la totalidad de todos sus subconjuntos como una colección cerrada de objetos que existen por sí mismos. El Análisis matemático se basa en un infinito actual real. Una vez admitido esto, la estructura del Análisis adquiere una firmeza inquebrantable. Al principio parecía que los procesos de paso al límite convertirían al *Ser rígido* (Parménides) en un *Ser en devenir* (Heráclito); pero ahora, los procesos de paso al límite han servido más bien para fundamentar axiomáticamente un mundo absoluto.

Cuando consideramos el mundo desde el presupuesto de una absoluta determinación, lo consideramos, dice Kant, bajo el supuesto de una totalidad matemática, es decir, tal y como lo considera el Análisis matemático moderno. Kant había descrito este fenómeno bajo el concepto de totalidad matemática. Según Kant existen dos términos que el entendimiento común tiene la costumbre de confundir: mundo y naturaleza[7]. Para Kant, el término *mundo*, se refiere exclusivamente a lo que se define como *todo matemático*. El todo matemático en Kant es la comprensión que abarca la totalidad de todos los fenómenos, así como la totalidad de su síntesis tanto en lo grande como en lo pequeño. Para Kant el desarrollo de una totalidad por composición así como el desarrollo de la misma por división es lo que define al todo matemático. Según esta observación distingue Kant dos grupos antinómicos: por un lado las denominadas antinomias matemáticas de la razón pura y por otro lado las antinomias dinámicas de la razón pura. Las antinomias dinámicas de la razón se refieren al conflicto que la razón

7. *KrV*, A 419, (B 447).

mantiene con el todo matemático pero ahora bajo la consideración de un todo dinámico. El mundo como totalidad matemática dinámica es lo que Kant llama naturaleza.

Las antinomias matemáticas de la razón, que constituyen los dos primeros conflictos, atienden al agregado de espacio y tiempo para producirlo como magnitud. El todo matemático formado por composición es lo que define el primer conflicto de la razón pura. La tesis sería: o bien el mundo tiene un comienzo en el tiempo y, con respecto al espacio, está igualmente encerrado entre límites, o bien el mundo no tiene comienzo, así como tampoco límites en el espacio. La antítesis sería: el mundo es infinito tanto respecto del tiempo como del espacio.

El todo matemático formado por división define el segundo conflicto de la razón pura. La tesis sería: toda sustancia compuesta consta de partes simples y no existe más que lo simple o lo compuesto de lo simple en el mundo; y la antítesis: ninguna cosa compuesta consta de partes simples y no existe nada simple en el mundo. Esta antinomia es la segunda que forma el grupo de las matemáticas.

Las antinomias matemáticas kantianas se desencadenan cuando se adopta la suposición del todo matemático, ya sea por composición o por división, como un predicado real del mundo. Para Kant estas inferencias dialécticas se fundan en la ilusión transcendental. La lógica presenta tres clases formales de silogismos que presentan el esquema de semejantes inferencias. La segunda clase, que es la que aquí nos interesa, tiene como contenido, en analogía con los silogismos hipotéticos, la unidad incondicionada de las condiciones objetivas del fenómeno. Las inferencias dialécticas de la segunda clase son las que operan en las antinomias matemáticas de la razón pura. Cuando aplicamos la razón a la síntesis objetiva de los fenómenos, ésta pretende hacer valer de forma ilusoria su principio de unidad incondicionada. El problema es que, cuando la razón se dispone a actuar según su principio, se embrolla en contradicciones que le obligan a abdicar de sus pretensiones en el terreno de la cosmología.

Las contradicciones de las antinomias resultan, para Kant, sólo aparentes cuando se desenmascara el supuesto de lo que Weyl llamaría *absoluto existencial matemático* en el sentido ya indicado. Sin embargo, lo que aquí se nos ofrece es una antitética completamente natural. La razón cae en ella por sí sola de manera inevitable. La dimensión de necesidad dialéctica de las antinomias será especialmente alabada por Hegel. Éste es un nuevo fenómeno para la razón humana. Las leyes mismas de la razón son

las que aquí entran en conflicto, de aquí el término que Kant les otorga: antinomia. Pero antes de proceder conviene hacer algunas aclaraciones.

Los conceptos cósmicos, que operan en estas antinomias matemáticas, son ideas transcendentales en la medida en que se refieren a la absoluta totalidad en la síntesis de los fenómenos. La denominación de tales conceptos como cósmicos, dentro de las antinomias matemáticas, se debe en parte a que, según Kant, el concepto mismo de universo se basa en una totalidad incondicionada. Por este motivo, el universo es en Kant una simple idea. Por otra parte, las ideas transcendentales únicamente hacen referencia a la síntesis de los fenómenos. La síntesis es por tanto empírica, mientras que la totalidad absoluta en la síntesis de las condiciones de todas las cosas posibles da lugar a un ideal de la razón pura. El ideal de la razón pura tiene relación con el concepto cósmico, aunque sean distintos.

El objetivo de Kant es presentar en la antinomia de la razón pura los principios transcendentales de una cosmología racional. No para adoptarla como válida sino que, tal como el mismo nombre de conflicto indica, para exponerla como una idea incompatible con los fenómenos. Por tanto, la idea transcendental se presenta como una apariencia aunque sea una apariencia necesaria. La apariencia se funda, sin embargo, en una realidad objetiva que es la consideración del mundo como fenómeno. Únicamente considerando el mundo como realidad nouménica se puede entender que los predicados antinómicos sean contradictorios.

El sistema de las ideas cosmológicas que subyace en las antinomias matemáticas, surge para Kant de una manera sistemática. En primer lugar, los conceptos puros y transcendentales sólo pueden surgir del entendimiento. La manera en que surgen no es por producción sino que, más bien, es por liberación. La razón libera el concepto del entendimiento de las inevitables limitaciones de una experiencia posible. Con ello se extiende el concepto más allá de las limitaciones que impone lo empírico aunque esté siempre en conexión con ello. Se libera por tanto de su propio criterio de verificación. La forma en que tal liberación tiene lugar es lo que Kant investiga a continuación.

La razón exige para un condicionado que sea dada una totalidad absoluta en el curso de las condiciones. Las condiciones son sometidas por el entendimiento a todos los fenómenos de la unidad sintética. Cuando la razón hace esto convierte a la categoría en una idea transcendental porque el fin de ello es proporcionar una completud absoluta a la síntesis empírica hasta lo incondicionado. Kant se adelanta a decir que lo incondicionado

sólo lo encontraremos como una idea, nunca en la experiencia. La naturaleza de la idea es regulativa. La razón, sin embargo, exige la liberación mencionada debido a un principio intrínseco a ella. El conflicto que de aquí va a surgir es por ello necesario. La razón exige que si se da lo condicionado se dé también la suma de las condiciones y, por tanto, lo absolutamente incondicionado, que constituye el medio que hace posible lo condicionado. Así pues, las ideas transcendentales no serán más que categorías extendidas hasta lo incondicionado. Estas categorías son ordenadas en un cuadro de acuerdo con sus títulos.

Para eso servirán únicamente las categorías en las que la síntesis constituya una serie de las condiciones de un condicionado, es decir, una serie que esté formada por condiciones subordinadas. La totalidad absoluta es exigida por la razón en la medida en que esa totalidad se refiere a la serie ascendente de un condicionado dado. Las condiciones se dan por supuestas en el caso de un condicionado dado, y por tanto, se puede considerar que están dadas juntamente con el condicionado mismo. Las consecuencias no son las que hacen posibles las condiciones sino que al revés, las presuponen. Por ello, en el ascenso hasta las consecuencias o el descenso hacia ellas, se puede prescindir de si la serie termina o no. La cuestión de su totalidad en este caso no es un presupuesto de la razón para Kant. A partir de esta idea, Kant distingue lo que denomina una síntesis regresiva de una síntesis progresiva. La primera es aquella serie que va desde las condiciones más próximas al fenómeno a las más remotas respecto del fenómeno. La serie que parte de lo condicionado, desde la consecuencia próxima hasta la remota, es la segunda síntesis. Las ideas cosmológicas se ocupan por tanto de la totalidad de la síntesis regresiva y van por ello en antecedencia y no en consecuencia. Esta distinción diferencia un problema arbitrario de la razón pura de uno necesario.

Kant distingue, por tanto, cuatro ideas cosmológicas que dependen de cuatro títulos de las categorías cuando escogemos, de entre ellas, aquéllas que conllevan necesariamente una serie en la síntesis de lo diverso. La primera idea cosmológica se constituye como la completitud de la composición del conjunto de todos los fenómenos. La segunda idea cosmológica surge como la absoluta completitud de la división de un conjunto dado en la esfera del fenómeno. Las dos primeras ideas cosmológicas se corresponden con los conflictos antinómicos que la razón pura establece necesariamente bajo el supuesto de la idea de mundo. Estas dos son las que aquí nos interesaría tratar más de cerca ya que introducen la contradicción bajo la condición, en el sustrato lógico reflexivo, de lo que Kant

denomina el todo matemático. La denominación de antinomias matemáticas para estos conflictos de la razón depende del supuesto que se introduce como sujeto de los juicios. Lo que Kant entiende por mundo, como idea transcendental, es un todo matemático. Esto lo explica Kant diciendo que de lo que aquí se trata es de la totalidad de los fenómenos y de la totalidad de su síntesis. El desarrollo de esta síntesis puede ser por composición o por división.

1.4. *Excurso sobre el "principio lógico de bivalencia"*

El principio de bivalencia, en sentido estricto, tiene que ver sólo con una proposición: con *p*, o independientemente con *no-p*[8]. Por consiguiente, afirmar que cualquier proposición es verdadera o falsa no puede equivaler a decir que si ella es verdadera su negación es falsa, y viceversa. Esta constatación es de suma importancia para la interpretación del principio de tercio excluso. Hemos dicho que lo único que en rigor afirma el principio de tercio excluso es que: si una proposición es falsa, su negación no puede ser también falsa, o lo que es lo mismo, que de dos proposiciones de las cuales una sea la negación de la otra ambas no pueden ser falsas. De aquí, sin embargo, ya no podemos pasar a afirmar: si una proposición es falsa su negación es verdadera.

Este paso ya no se puede dar porque en el principio de bivalencia estrictamente tomado, la "o" no puede ser exclusiva. Una "o" exclusiva aplicada al principio de bivalencia sería, otra vez, equipararlo a la definición de negación proposicional: si una proposición es verdadera su negación es falsa, y viceversa; es decir, sería estar contando otra vez con dos proposiciones, con una y su negación, en vez de con una sola: con una o, independientemente, con su negación.

8. Nuestro principio de bivalencia, a diferencia del principio de bivalencia de la moderna lógica formal clásica no-intuicionista, tiene que ver con una sóla proposición. El principio formal de bivalencia tiene que ver con dos proposiciones: una y su negación. Aun si suponemos que negar p fuera lo mismo que afirmar no-p, en todo caso ahí tendríamos que ver sólo una proposición, la llamemos p o la llamemos no-p. Ahí todavía no hay lugar para una comparación entre dos proposiciones. Estrictamente hablando, el principio de bivalencia tiene que ver con sólo una proposición, y no con dos: *la proposición p es verdadera o falsa*; o en su caso, pero independientemente del primer caso: *la proposición no-p es verdadera o falsa*. Decir que esta "o" es una "o" exclusiva es, de nuevo, cometer una petición de principio consistente en identificar el principio de bivalencia con la definición de negación proposicional.

La interpretación propuesta (aristotélica), tanto del principio de tercio excluso como del principio de bivalencia, no tiene que ver en absoluto con funciones veritativas. Estos principios no son funcional veritativos. Las funciones veritativas son aquéllas por las cuales el valor de verdad o falsedad de un complejo proposicional depende funcionalmente del valor veritativo, verdadero o falso, que otorguemos a cada uno de sus elementos o proposiciones. A diferencia de la interpretación de la moderna lógica formal clásica no-intuicionista, los principios de no-contradicción y tercio excluso son fundamentales. Constituyen el fundamento de la lógica porque ellos mismos, tomados conjuntamente, dan lugar a la definición proposicional en que se basa la lógica formal de la misma forma en que se funda igualmente la lógica formal aristotélica. La validez de los principios de no-contradicción y tercio excluso no depende en Aristóteles de la lógica formal de funciones veritativas. De estos dos principios tomados conjuntamente depende, por el contrario, la lógica formal. La justificación de los primeros principios en la tradición aristotélica, y no formal, es práctica y no lógica. Se podría decir incluso que es pragmática.

1.5. *El "tercio excluido"*

Ahora pasamos a considerar cómo el principio de tercio excluso excluye todo término medio entre los extremos. Hegel aborda la validez del principio de tercio excluso al tratar el *ser-en-sí* de un concepto: de una línea que representa el concepto no realizado; esto es, el concepto está extensionalmente indeterminado. En esta línea continua, la forma de la razón, en Hegel la humanidad científica, marca puntos divisorios y segmentos. De esta forma, el principio de tercio excluso trata con oposiciones contradictorias; como por ejemplo con *rojo* y *no-rojo*. La diferencia entre un caso u otro depende de nuestros criterios e intereses teóricos. Estos criterios se manifiestan en los cortes que la razón introduce en una línea continua.

En principio, mientras el concepto no está puesto, es decir, mientras el límite del concepto no sea absolutamente determinado (su identidad o *Fürsichsein*), tendremos extensión material o margen de indeterminación. Esta extensión material o margen de indeterminación nos permite hacer caso omiso de unos problemas para centrar la atención en otros. Los pri-

meros casos los podemos dejar en la vaguedad de la indeterminación. Los segundos, por el contrario, de acuerdo con el grado de precisión requerido por esos mismos problemas, nos obliga en ocasiones a una precisión tal que el principio de tercio excluso obtiene aplicación. Adoptando una actitud pragmática, esto nos permitiría prescindir de los segmentos intermedios de la línea. De este modo, los extremos de la línea que podrían estar separados por estos segmentos (*violeta* y *rojo* separados de otros colores), pueden considerarse como contiguos y no como continuos.

En este punto existe un claro paralelismo con la resolución kantiana de las antinomias matemáticas. La proposición que afirma que *el universo no es ni finito ni infinito* contraviene el principio de tercio excluso sólo bajo la condición de disponer de una plena determinación o de líneas divisorias claras. Sólo en caso de absoluta determinación, lo que es así o de otra manera, cabría decir que la proposición *el universo no es ni finito ni infinito* conculca el principio de tercio excluso. En ese caso, las correspondientes proposiciones contradictorias son las dos falsas. Más esto sería así sólo y únicamente en el caso en que el universo fuera lo que Kant llama *cosa en sí.* Aquí tratamos con el presupuesto de la plena determinación.

Este mismo problema es el que extiende la sombra de la sospecha sobre la naturaleza de los conceptos empleados por el cálculo infinitesimal de infinitamente grande, infinitamente pequeño o de diferencial. Es decir, se trataría de entidades respecto de las cuales el principio de tercio excluso queda sin aplicación: magnitudes que sin ser cero tampoco se distinguen de cero. La aplicación depende aquí del supuesto de la plena determinación. La solución a esta cuestión la busca Hegel en el concepto newtoniano de *magnitudes evanescentes*.

1.6. *La relación entre la existencia del "mundo" y la validez de los primeros principios*

El problema de la existencia del mundo exterior y de la metafísica (de su posibilidad y objeto) parecen adquirir un destino común en el idealismo trascendental. En el idealismo trascendental este destino se presenta bajo la forma de una alternativa: o bien el mundo exterior es una *cosa en sí* (*Ding an sich*), con lo que la metafísica es imposible; o bien, la metafísica

es posible, pero el mundo exterior es sólo *fenómeno* (*Erscheinung*). Ésta parece ser la posición de Kant cuando afirma en la *Crítica de la razón pura* como un escándalo de la filosofía (*einen Skandal der Philosophie*) el hecho de que, hasta el momento, haya sido imposible demostrar la existencia de un mundo exterior[9]. Kant observa allí mismo, que aceptar por fe la existencia del mundo exterior no es un asunto tan inocente si se tienen en cuenta los fines esenciales de la metafísica (*in Ansehung der wesentlichen Zwecke der Metaphysik*)[10].

Sin embargo, la cuestión es mucho más sutil de lo que parece en un principio. Kant mismo, en una obra de madurez *Preisschrift über die Fortschritte der Metaphysik seit Leibniz und Wolf*, confirma que para los fines esenciales de la metafísica (*ihre wesentlichen Zwecke*) no se precisa una incondicional subjetivización del mundo externo. Por otro lado, ya hemos visto que Kant, había interpretado como un escándalo de la filosofía el hecho mismo de no haber podido jamás demostrar la existencia de un mundo exterior. Pese a ello, en el *Preisschrift*, parece concluir de otra forma, al afirmar que la metafísica no pierde nada con dejar la cuestión sin decidir[11]. Ambas afirmaciones se contradicen sólo si se considera como equivalente el carácter fenoménico del mundo y su irremediable subjetivización.

Tanto en la *Kritik der reinen Vernunft* como en el *Preisschrift* se refiere Kant a las *cosas en sí y en general* (*Dinge an sich und überhaupt*). Con las cosas o los objetos en sí y en general nos referimos a aquello cuya validez no se ve limitada por ningún tipo de condición. Una condición sería, por ejemplo, nuestras formas de la intuición. Bajo cosas en sí entendemos aquello que es válido independientemente de sistemas de referencia particulares o circunstancias. Las cosas, consideradas como fenómenos, muestran una constitución casualmente condicionada, aún cuando estén determinadas absolutamente en el contexto de las leyes físicas. Desde un punto de vista fundamental, estas leyes podrían haber sido en general de otra forma. Las leyes físicas requieren la validez ilimitada del principio de contradicción, además del suplementario de razón suficiente. La validez de

9. *KrV* B XXXIX.

10. Anm. 1.

11. "Es regt sich, was die äußere Erfahrung betrifft, ein wichtiger Zweifel (...), ob das Objekt, welches wir außer uns setzen, nicht vielleicht immer in uns sein könne, und es wohl gar unmöglich sei, etwas außer uns, als ein solches, mit Gewißheit anzuerkennen. Die Metaphysik würde dadurch, daß man diese Frage ganz unentschieden ließe, an ihren Fortschritten nichts verlieren". Akademie-Ausgabe, XX, 276.

las leyes se subordina, por nuestra parte, a toda referencia a la experiencia posible, ya que no es absolutamente evidente que éstas sean como son. Ahora bien, de la validez condicionada de la matemática y de la física no se debe inferir la absoluta subjetivización del mundo, sino su relativa condicionalidad o necesidad. Sólo en la esfera de la pura inteligibilidad de la moralidad aparece la necesidad incondicionada. La esfera de la moralidad tiene por objeto lo que deben ser las cosas en sí mismas y en general. Por ello, las leyes físicas, e incluso los contenidos de la matemática, podrían en términos absolutos ser de otra forma.

La validez que se exige a las leyes de la moralidad pertenece a un orden superior al de las leyes de la física y de los principios trascendentales que las fundamentan. Las leyes de la moralidad exigen una validez absoluta, ya que se extienden a todos los seres racionales en general[12], independientemente de su constitución o dotación cognoscitiva sensible e intelectual. Los principios trascendentales de la física y de las matemáticas pierden su apodicticidad absoluta comparadas con las leyes de la moralidad. A pesar de que las leyes y principios trascendentales de la física y de las matemáticas no son cosas o realidades de la experiencia, en último término, podrían haber sido de otra forma[13]. No muestran más que una maximización arbitraria de la validez (*willkürliche Steigerung der Gültigkeit*)[14].

En este mismo sentido parece también expresarse Husserl. Husserl tiene cierta inclinación a considerar la legalidad físico-matemática de la naturaleza como intersubjetivamente válida, y en consecuencia, a contemplar esta legalidad como la cosa en sí. Sin embargo, Husserl comprende esta legalidad como algo sujeto a reducción, y por consiguiente, como algo que precisa de la reducción fenomenológica en vistas a un saber cuya justificación debe ser absoluta y sin prejuicios. Por tanto, la reducción trascendental no es válida tan sólo para los hechos, sino que su validez se extiende a toda objetividad. La necesidad de la reducción fenomenológica se extiende expresamente también a las verdades matemáticas más incontrovertibles, como por ejemplo 2<3.[15] Las verdades matemáticas no son absolutamente apodícticas. Establecer la validez de estas verdades,

12. "Für alle Vernunftwesen überhaupt". *Grundlegung zur Metaphysik der Sitten*, Akad.-Ausg. S. 411 ff., 425ff.

13. *KrV* A 1 y B 3.

14. *KrV* B 4.

15. *Husserliana* VIII, 109.

así como la tesis general de la existencia del mundo, exige su puesta entre paréntesis.

La diferencia entre Kant y Husserl reside fundamentalmente en que la esfera absoluta abierta por la reducción fenomenológica radical es en este último de naturaleza puramente teorética. El carácter ético o el núcleo de la reducción fenomenológica permanece en la esfera de lo estrictamente científico. Se trata en último término de la propia responsabilidad científica. La reducción fenomenológica no da acceso a un mundo inteligible, tal como sería el mundo de la moralidad (*Sittlichkeit*) en Kant. La responsabilidad científica en Husserl nos da acceso a una esfera absolutamente acosmista (*weltlos*)[16].

Desde esta perspectiva ya no necesitamos interpretar el concepto de fenómeno desde el punto de vista de una representación subjetiva. Todo en el mundo, incluido el mundo mismo, tiene validez bajo una condición; a saber: la hipotética cadena causal, esto es, la serie de las relaciones condicionales no puede ser nunca interrumpida. El mundo, como totalidad (*Totalität*), no se encuentra en ninguna parte y, consecuentemente, es todo intramundano, es decir, cósico u condicionado (*dinghaft oder bedingt*). Por tanto, no se trata tanto de dudar sobre la existencia o no del mundo, como de proporcionar certeza objetiva (o un fundamento probable) sobre la misma dubitabilidad del mundo existente[17].

Kant transforma la duda, no en una experiencia condicionada subjetivamente, sino en el único modo adecuado de enfrentarse a una realidad condicionada como es la del mundo[18]. Esta es la dimensión positiva de la duda cartesiana y del proyecto crítico. La clave del pensamiento trans-

16. El idealismo trascendental de Husserl no es un idealismo como el kantiano que deja abierta la posibilidad de un mundo de *cosas en sí*, cuando menos como concepto límite. El pensamiento trascendental de Husserl está ciertamente tensado por la dualidad *condicionado-incondicinado* (*Bedingheit-Unbedingheit*). Sin embargo, el idealismo fenomenológico trascendental de Husserl es, no tanto anti-metafísico como a-metafísico. Si distinguimos la dimensión de lo originariamente subjetivo, esto es, de lo absoluto que dota originariamente de sentido, de la esfera de las *cosas en sí* e identificamos éstas (algo a lo que Husserl tiende constantemente) con el mundo físico (todavía objetivo, en actitud natural y con ello todavía no reducido) subestructurado lógico-matemáticamente y de validez intersubjetiva (mundo todavía humano), podemos entonces encontrar esenciales coincidencias entre Husserl y la interpretación de Peirce de las *cosas en sí* como lo dado cognoscible por una *Community of Inquirers*. *Charles S. Peirce Schriften I*. K. O. Apel. Frankfurt/., 1967, S. 63 ff.

17. Se reformula así el concepto medieval de contingencia.

18. *El significado de lo estético*, Pamplona, Eunsa 1994, Manuel Fotán del Junco. Esta tesis tiene un claro precedente en la línea interpretativa inaugurada por el Prof. Dr. Llano en su obra *Fenómeno y trascendencia en Kant*, Pamplona, Eunsa, 1973. El Prof Llano considera que el pensamiento de Kant es en resumidas cuentas una antropología transcendental.

cendental se convierte en la estética. Lo que se conoce haciendo matemáticas y física es para Kant en el fondo trivial. Lo decisivo se abre en el mundo mismo del sentido con la irrupción del *juicio de gusto*. Es en la esfera de la estética donde culmina el método transcendental. Para Kant, la demostración de la existencia de un *mundo*, independiente de toda subjetividad e independiente de su dotación constitutiva, no puede ser algo que podamos llevar a cabo de forma apodíctica. Kant tiene que recurrir a una *argumentación débil*; es decir, tiene que mostrar de forma persuasiva que existe eso que llamamos *mundo* o *realidad* y que no se trata meramente de un sueño o de una sucesión caótica de fenómenos.

El método transcendental se asemeja aquí al elenco aristotélico. Aristóteles no puede demostrar la validez del principio de no-contradicción, sino que tiene que mostrar en la esfera práctica las consecuencias a aquél que lo niega. La deducción transcendental de las categorías es una deducción transcendental de la validez del principio de no-contradicción. Para Kant, tan sólo en la experiencia estética y desde esta misma experiencia nos es posible advertir que existe un *mundo* respecto al cual se adecuan teleológicamente nuestras facultades. De esta forma el método transcendental adopta los mismos tintes dramáticos que tiene el mismo problema en la obra literaria de Marcel Proust o James Joyce: tan sólo por un instante podemos estar persuadidos de la existencia de la *realidad*.

Por otra parte, tal y como yo lo entiendo, la demostración (sea débil o fuerte) de la existencia de la *realidad* y del *mundo* está íntimamente unida a la cuestión de la inmortalidad del alma. Puesto que sin la inmortalidad, existe ciertamente la posibilidad de que eso que llamamos *mundo* o *realidad* sea tan sólo un producto de la memoria (Borges y Proust) o de la imaginación como si se tratara de un sueño consistente o sujeto a ciertas reglas. La *realidad* desaparecería con la muerte del individuo, quedando el problema del *Ser* (del mismo individuo y del supuesto mundo al que pertenecía) al arbitrio del horizonte temporal. Si la *realidad* es algo que existe radical, incondicional y principialmente, entonces también tienen que tener sentido enunciados tales como *existe mundo* o *realidad* tras la muerte del individuo. Más, la demostración o la persuasión de un sentido para estos enunciados es algo sumamente difícil. Esta dificultad tampoco se le pasó por alto a Tomás de Aquino[19].

19. En Comm. In. I. Cor. XV, lect. 2: “si negetur resuretio corporis, non de facile, imo difficile est sustinere inmortalitatem animae”. Así lo comenta el Prof. Inciarte: “Mit dem Begriff einer substantia imcompleta hat es sich Thomas nicht leichtgemacht. Nach seiner Ansicht wäre ohne die

Este tipo de dificultades son las que llevan a Duns Scotus a criticar la tradición del pensamiento griego a la luz de la historia de la salvación. En el pensamiento de Scotus el comenzar a conocer por lo que comúnmente llamamos *realidad* o *mundo de la experiencia sensible* es algo accidental. No se trata de algo natural o principial, sino condicionado a nuestro actual estado de vida *pro statu isto*[20]. Lo interesante de Scotus es que recurre a un acontecimiento histórico, como puede ser el pecado original, para explicar el comienzo que se supone principial y radical de un conocimiento abstractivo a partir de la esencias de las cosas sensibles. Aquí existe una clara conexión que no pasarán por alto ni Bultmann ni Heidegger: la intrínseca conexión entre *Ser* y su comprensión o mediación histórico temporal. Pero sobre todo es Hegel el que solventa todas estas dificultades postulando el carácter transcendental de la memoria de la humanidad. Sin la memoria de la humanidad no hay ni *realidad* ni *racionalidad*. La inmortalidad es la afirmación finita de una cosa en el seno de la memoria eterna de la humanidad. Lo relevante no es la ética ni la moral, sino el *Ser* y el tiempo, ya que nuestros actos carecen de relevancia significativa sino son recapitulados en una memoria final.

En la esfera del denominado mundo externo no hay nada comparable con la incondicional obligación que representan en Kant las exigencias morales. Con esta idea introduce Kant, en la segunda edición de la *Kritik der reinen Vernunft*, algunos cambios en lo que se refiere a su posición frente a la existencia del mundo externo. La imagen de la primera edición está dominada por el esquema *Ich-Vorstellung-Ding an sich*. En la segunda edición el esquema triádico será *Ich-Vorstellung-Außenwelt* (*Dinge außer uns*), tal como se puede ver al comparar la *Widerlegung des Idealismus*, de la segunda edición, con *Paralogism des äußeren Verhältnisses*, de la segunda edición. Con esto anhela Kant alejar la cuestión de la cosa en sí del problema que embarga a la existencia del mundo.

Voraussetzung der Auferstehung des Fleisches die Unsterblichkeit der Seele schwer zu beweisen" (INCIARTE, F. "*Forma Formarum*", Strukturmomente der thomistischen Seinslehre im Rückgriff auf Aristóteles, Verlag Karl Alber, Freiburg/München 1970. Se trate o no de una genuina doctrina tomista, siempre es relevante observar las dificultades que supone el enfrentarse como Kierkegaard a las objeciones provenientes de la escritura.

20. "Der Ausgang selbst aus der Wirklichkeit ist bei Scotus allerdings zufälliger Natur. Er gilt nur pro statu isto als Ersatz einer fehlenden intuitiven Erkenntnis. Der feste Boden der Realität (als Idealität), auf den sich die Metaphysik allein gründen lässt, ist begrifflicher Art" INCIARTE, F. *Berichte und Diskusionen. Die philosophische querelle des anciens et des modernes*. Philosophisches Jahrbuch, S. 331, Sonderdruck, 99. Jahrgang 1992. 2. Halbband. Verlag Karl Alber Freiburg/München).

Una rigurosa escisión entre mundo externo y cosa en sí pone el interés de la metafísica idealista, no tanto en la subjetivización del mundo, como en la declaración de su carácter fenoménico. La doctrina de la idealidad trascendental del espacio no requiere una interpretación puramente subjetivista. En efecto, es imposible que el espacio pueda ser una propiedad que convenga a una *cosa en sí* (o que le corresponda de suyo). El espacio no puede ser en sí precisamente para que pueda ser intuido por cualquier entendimiento[21], independientemente del tipo que sea. Es imposible que el espacio sea una propiedad de las cosas en sí si por otra parte deben poder ser intuidas por seres racionales puros; esto es, no sensibles (*von welchem Subjekt man wolle*, A 27/B 43). Esto significa que, tanto en la esfera del mundo exterior como en la experiencia interna, no rige lo absoluto[22]. Por tanto, la existencia del mundo externo no depende de la conciencia subjetiva.

Aquello que puede ser objeto de experiencia no es en sí, sino que lo que le es propio es ser sólo realidad empírica[23]. Si existen habitantes sobre la luna, éstos existen independientemente de si se dieran sujetos humanos que los percibieran. Sin embargo, dado que existen los seres humanos, los habitantes de la luna deben poder ser intuidos por éstos. En caso contrario, no existe ningún tipo de realidad que pueda convenir a los habitantes de la luna que pueda ser objeto de nuestro conocimiento. En este mismo sentido son interesantes las observaciones de Husserl sobre la realidad empírica de lo espacio temporal[24].

21. "Von welchem Subjekt man wolle". A 27/B 43.

22. "Das Absolute fehlt". En un importante añadido CXLVIII a A 265/B 321.

23. "Es sind demnach die gegenstände der Erfahrung niemals an sich selbst; sondern nur in der Erfahrung gegeben, und existieren ausser derselben gar nicht. Dass es einwohner im Monde geben könne, ob sie gleich kein Mensch jemals wahrgenommen hat, muss allerdings eingeräumt werden, aber es bedeutet nur so viel: dass wir in dem möglichen Fortschritt der Erfahrung auf sie treffen könnten; denn alles ist wirklich, was mit einer Wahrnehmung nach Gesetzen des empirischen Fortgangs in einem Kontext steht. Sie sind also als dann wirklich, wenn sie mit meinem wirklichen Bewusstsein in einem empirischen Zusammenhang stehen, obgleich sie darum nicht an sich, d.i. ausser diesem Fortschritt der Erfahrung, wirklich sind" (A 492 f./B 521).

24. "Dass auf dem Sirius Menschen wohnen, ist für mich, der ich eine daseiende Welt in der ungebrochenen Einheit meiner Erfahrung nichts spricht; aber keineswegs eine völig leere, insofern als ich wirklich Erfahrungswege einschlagen und kenntnisse gewinnen kann, durch welche sich schliesslich entscheiden müsste, ob solche Menschen existieren oder nicht. In das Reich sozusagen absoluter Fiktionen, die nicht in den Weltraum hineingezeichnet sind und seine Horizonte realer Möglichkeit bevölkern, also noch an der Kraft der Einstimmigkeit der Erfahrung (oder was daselbe ist, der wirklichen universalen Wahrnehmung) einigen Anteil haben, führen keine Erfahrungswege, keine Wege des "ich kann" zusehen, ich kann Erfahrungskenntnis gewinnen und entscheiden" VIII, 57. "...zunächst in dem Sinne, dass z. B. der Feldberg, wenn auch keine Wahrnehmung seines

Mientras permanezca en el mundo el límite crítico entre *fenómeno* (*Erscheinung*) y *cosa en sí* (*Ding an sich*), tal como parece que se mantiene en Kant, siempre tendremos la tentación de poder suponer una parte limitada en la que el mundo se nos manifiesta y otra ilimitada en la que el mundo es en sí mismo. Pero si se considera que el mundo como totalidad es fenómeno en su generalidad, entonces el mundo mismo es limite y perspectiva (*momento* en Hegel).

Esta posición es la que Fichte ha pensado con absoluta radicalidad[25]. Hegel, remitiéndose a Fichte, habla simplemente de *límite* (*Grenze*), un

Wahrnehmungssystems ihn verwirklicht, doch von anderen Wahrnehmungen anderer Dinge aus zugänglich ist, und in einer Weise, dass von ihren Gegenständen aus Erfahrungswege zu ihm und seinen Wahrnehmungen in subjektiver Gewährleistung vorgezeichnet sind. Meine gegenwärtige Wahrnehmung und ihr Gegenstand haben einen weiteren Erfahrungshorizont, der in möglichen Wahrnehmungen und, wörtlich geschprochen, auf bekannten Wegen zu ihm hinleiten würde" (III, 114; I, 23; IX, 186).

25. Ningún pensador ha producido tanto rechazo en la historia del pensamiento como Fichte. Karl Löwith, en su obra *Gott, Mensch und Welt in der Metaphysik von Descartes bis zu Nietzsche* (Göttingen, 1967, S. 89), habla de las absurdas consecuencias de un idealismo de carácter fihteano. Según Löwith, el *Yo* de Fichte se pone a sí mismo, sin supuesto físico alguno, al mismo tiempo que pone el mundo como *No-Yo*. Cabría preguntar por el sentido último de mundo como *No-Yo* en Fichte. El *No-Yo* en Fichte no es ciertamente independiente de nosotros; esto es, del *Yo*. Sin embargo, el mundo y la naturaleza si son independientes. En la primera edición, primera versión de la *Wissenschaftslehre* (*Über den Begriff der Wissenschaftslehre aus dem Jahre 1794*) no se tiene en cuenta esta distinción. El texto de la primera edición es corregido en la segunda edición de 1798. En la primera edición se dice: "Durch die W.L. sind ein von den Gesetzen der blossen Vorstellung schlechthin unabhängiges Nicht-Ich und die Gesetze, nach denen es beobachtet werden soll und muss, als notwendig gegeben", I, 64f. Ed. I. H. Fichte. En la edición crítica ("*Kritische Gesamtausgabe*, Stuttgart-Bad Cannstatt, 1965, Bd. I 2 S 135), de la segunda edición se dice: "Durch die W. L. Ist eine ihrem Sein und ihrem Bestimmungen nach als unabhängig von uns anzusehende Natur gegeben". En esta modificación no trata Fichte de suavizar la expresión *schlechthin unabhängig von uns* en la tardía *unabhängig von uns*, sino que más bien busca precisar la distinción mencionada al comienzo: entre una naturaleza independiente de nosotros y un *No-Yo* que depende de nosotros. En la segunda edición, dos páginas más adelante, Fichte conserva el *schlechthin unabhängig* sustituyendo consecuentemente, sin embargo, la expresión *Nicht-Ich* por el término *Natur*. Así, en la primera edición tenemos: "Alle übrigen wissenschaften gehen auf Freiheit, sowohl die unseres Geistes als die des von uns schlechthin unabhängigen Nicht-Ich", I, 66, krit. Gesamtausg. I 2, S. 136. En la segunda edición "Alle übrigen Wissenschaften gehen auf Freiheit, sowohl die unseres Geistes als der von uns unabhängigen Natur", a.a.O). En un principio, Fichte exigía una construcción deductiva que alcanzase hasta la más mínima brizna de hierba *Bau des geringfügigsten Grashalms*. Esta postura de Fichte, sin embargo, duró poco tiempo (I, 65, I 2, S. 135f). En lugar de esto último, en la segunda edición aparece además un discurso sobre las leyes para nosotros (*Gesetzen für uns*) como la forma en que debemos observar la naturaleza (*wie wir die Natur zu beobachten haben*). Esta limitación reflexiva es algo cuya verdad no puede cuestionarse ni respecto a las leyes concretas de los organismos ni respecto a las leyes generales de la mecánica newtoniana. Las leyes son deducibles. Las cosas, por el contrario, no son deducibles. Esta distinción está siempre presente en Fichte.

límite que se muestra siempre superable. Schelling acentúa esta observación afirmando que la finitud general del universo es independiente de su extensión espacial. Esto significa que el universo es esencialmente finito, con independencia de que éste sea infinito u indeterminado en sentido material[26]. Por esta misma razón, Schelling pretende purificar críticamente el supuesto carácter subjetivo de la solución kantiana a las antinomias cosmológicas[27].

Schelling está describiendo el carácter continuo de la extensión material de la misma forma en que lo hiciera Anaxágoras. Para Anaxágoras entre pequeños no existe el más pequeño, siempre hay algo menor. Lo que es no puede dejar de ser sin importar cuanto se subdivida. La continuidad extensional del universo no está compuesta por una sucesión discreta de partes o de elementos que están *separados* uno de otro, tal como si se dispusieran cortados con absoluta precisión. En Hegel los cortes precisos los introduce la razón de acuerdo a nuestros intereses científicos. Schelling define la infinitud del espacio (*schlechte Unendlichkeit* infinitud simple de Hegel) no sólo como aquello que nunca termina de ser subdividido. Para Schelling esta infinitud no es más que el signo propio de la finitud del universo considerado como extensión. El universo, considerado bajo la extensión, es tal que en cualquier lugar, por así decirlo, es *infinito* hacia dentro.

Un punto puede fijarse únicamente paso a paso por un proceso de subdivisión que progresa al infinito. Este proceso se asimila en gran medida al método que empleamos en Análisis para definir cualquier punto real. Este carácter abierto se comunica a las cosas del mundo externo por el espacio continuo y por la gradación continua de cualidades. Hegel advierte que las denominadas *cosas reales* nunca pueden determinarse ade-

26. "Die Grenze des materiellen Universums ist nicht jenseits des Sirius oder eines der undurchdinglichen und unauflöslichen Nebelflecken, sie ist überall, sie ist nicht eine relative, an einen gewissen Punkt des unendlichen Raumes gesetzte, sie ist eine absolute Grenze" (X, 339). "Diese im Grunde bloß empirische Frage (wie weit sich die Materie erstrecke), ist in bezug auf die wahre Unendlichkeit oder Endlichkeit des materiellen Universums völlig gleichgültig. Denn sie mag sich so weit erstrecken, als sie will, über alle von uns anzugebende Grenze, so wird sie damit nie unendlich, weil sie auch in der weitesten Entfernung nie die ihr a priori zum voraus gesetzte Schranke überwältigen kann". (X, 338).

27. "Auf keinen Fall nun können wir diese Kantische Auflösung annehmen, weil wir uns zu seinem transzendentalen Idealismus nicht bekennen, d.h. zu der Meinung, daß die Außenwelt als solches-ein völlig unbestimmtbares, absolut unerkennbares, transzendentes Objekt, oder wie es sonst genannt wird, Ding an sich beiseite gesetzt- außer unseren Vorstellungen gar nicht existiere. Dagegen wollen wir nun dem Phantom des angebliechen Widerstreites durch die Bemerkung näher treten, daß dieser (...) keine Antinomie der Vernunft sein kann..." (a. a. O.).

cuadamente. Esta indeterminación es equivalente a la finitud que caracteriza al *infinito* considerado bajo la especie de extensión cuantitativa. El *horizonte interior* de las cosas se descubre por un proceso infinito de experiencias siempre nuevas y más precisas o exactas (Husserl habla de una idea límite en el sentido kantiano). La postura de Hegel es la construcción de ese *horizonte interior*, puesto que la realidad de suyo carece de semejante interioridad (*Fürsichsein*). Por ello, es imposible postular una cosa real como existente, cerrada, y completa en sí misma.

La verdad del mundo como una realidad fundamentalmente parcial y absolutamente condicionada es el punto de partida del pensamiento de Fichte. Para Fichte, lo que desde aquí debemos deducir es una exigencia moral. Lo que esta moralidad exige es la existencia de una subjetividad que nunca se limite al aspecto que en ese momento muestre el mundo existente. Lo que no está permitido es considerar un aspecto del mundo como si hubiera sido algo en general con exclusión del resto de posibilidades. El pensamiento de que la realidad del mundo es constitutivamente problemática determina el camino especulativo de la *Doctrina de la Ciencia* (*Wissenschaftslehre*) de Fichte. En consecuencia, para Fichte, el mundo es algo susceptible de ser abstraído.

El *Yo* de la *Wissenschaftslehre* es aquello determinado que permanece tras la eliminación de todo objeto mediante nuestra facultad de abstracción. Esto mismo vale frente a la realidad del mundo en particular. El comportamiento más adecuado respecto de este mundo es caracterizado por Fichte como un constante considerar las posibilidades no elegidas por la acción y el pensar. El *Yo* oscila entre diferentes determinaciones y pone sólo una entre todas las posibles. Por medio de esto surge primeramente un mundo espacio-temporal para mí dentro del cual es posible mi acción. De esta forma se explica que la ley fundamental que rige mi acción en el mundo de la vida sea el mismo esquema *Si-entonces* (*Wenn-dann*) que en Kant era fundamental para la legalidad del mundo físico (segunda analogía de la experiencia). En la intuición, esto es, en el contacto inmediato con el mundo, el *Yo* oscila entre diferentes posibilidades. Sólo después aparece por primera vez el *Yo* que piensa con objeto de subrayar una de estas posibilidades y elevarla a concepto. Para Fichte en consecuencia, en la vida y no en la teoría, la *imagen* (*Bild*) precede al *concepto* (*Begriff*) y el *esquema* (*Schema*) precede a las categorías. En este sentido se gloría Fichte de haber superado a Kant en la comprensión de un conocimiento que se realiza en un contexto de condiciones de posibilidad respecto a un

mundo condicionado. Kierkegaard no había pasado por el alto el significado de este aspecto[28].

La secuencia es inversa en la esfera de la teoría pura. Cuando más se progresa en los detalles de la *W. L.*, tanto más claramente se muestra la independencia del mundo externo y la posición propia de éste. Al principio, el *Yo* domina la totalidad del campo. Pero esto no es más que una abstracción ideal y teórica. La limitación de este comienzo se pone pronto de manifiesto. El *Yo* no se puede poner a sí mismo sin poner al mismo tiempo algo otro, respecto al que se retira. Lo *otro* es puesto por el *Yo* como límite. En su deducción, Kant parte del espacio, del tiempo y de las categorías como si fueran dadas *natura formaliter spectata*. En cambio, Fichte se sirve sólo de un supuesto. A partir del *Yo* limitado, que se opone a sí mismo, se deducen las leyes generales de la naturaleza, tal como en Kant, más las piezas fundamentales mismas que constituyen las leyes de la naturaleza; a saber, espacio, tiempo, categorías e impresión. Lo no deducido, que permanece como lo irreducible, es el mundo en su accidentalidad. Lo casual del mundo es deducido en unidad con su impresión en general. Lo que no es deducible es cómo es el mundo en todos sus detalles particulares e individuales.

En el curso de este desarrollo se relajan las relaciones que en principio se toman por fijas e irrefutables. Se trata, en la mayor parte de los casos, de relaciones dadas bajo la forma de una rígida oposición. Las categorías se van transformando paulatinamente en esquemas. Las categorías dejan de ser formas rígidas y se convierten en formas típicas que admiten siempre diferentes posibilidades de realización. Lo que se percibe a través de estas formas relajadas con sus versátiles traspasos es el carácter ocasional o accidentalidad del mundo de la vida. Éste es el mundo que no cabe deducir en *W. L.*

En el comienzo el mundo se manifiesta como un límite fino. Sin embargo, la absoluta determinación de este límite es el resultado ideal del pensamiento abstracto. El pensamiento abstracto tan sólo puede atender a

28. "Als dasjenige bestimmt, welches, nach Aufhebung alles Objekts durch das absolute Abstraktionsvermögen übrig bleibt" I, 244, I 2, S. 382. "zwischen verschiedenen Bestimmungen, und setzt unter anderen möglichen nur eine" (*Grundriss des Eigentümlichen der W. L.* I 374, I 3, S. 179). (I, 380 f., o bien, I 3, S. 184). ("Kant, der die Kategorien ursprünglich als Denkformen erzeugt werden lässt (...), bedarf der durch die Einbildungskraft entworfenen Schemata, um ihre Anwendung auf Objekte möglich zu machen (...), In der W. L. Dagegen entstehen sie mit den Objekten zugleich und um sie erst möglich auf dem Boden der Einbildungskraft selbst" I, 387; o bien, I 3, S. 189). (*Die Krankheit zum Tode* ed. Hirsch, Düsseldorf, 1957, S. 27).

una de las múltiples posibilidades. Lo que al comienzo se presentaba como un límite ensombrecido negativamente, se extiende en este punto de contacto hasta llegar al mundo de la vida en una positiva configuración extensa. Aquí la *W. L.* experimenta un importante giro si comparamos I, 222 f., I 2, S. 364 f. Esta configuración ofrece numerosas superficies de contacto para la intervención del *Yo* (para la comprensión y captación). El problema fundamental de la *W. L.* consiste, por lo menos hasta 1800, en saber cuáles son las condiciones que hacen del límite ideal absolutamente determinado, propio de toda actividad teórica abstracta, un límite extenso. Lo que obtenemos al final del proceso filosófico deductivo ante los ojos del *Yo* que percibe ya no es un *mundo en sí y en general*. Este proceso filosófico deductivo no coincide con el proceso de la realidad misma, esto es, con el desarrollo real del *Yo* que percibe y de la naturaleza.

Lo que obtenemos al final de este proceso no es algo que no puede no ser de otra forma a la que se nos muestra. No se trata ya de las leyes generales deducibles de una *natura formaliter spectata*. Se trata, más bien, de un mundo para mí; de un mundo cambiante que se manifiesta constantemente en perspectivas. Este mundo no se agota en ninguno de los aspectos parciales que manifiesta. A pesar de que este mundo no se agota en ninguno de sus aspectos, viene a comparecencia en cada uno de ellos. El rasgo fundamental de este mundo es su continua capacidad de ser modificado en todo momento. El mundo empírico se manifiesta como lo que no es en sí precisamente por su estar sujeto a modificación. Ahora bien, esto es lo que despierta tanto la actividad práctica como la actividad teórica en el hombre. Si el mundo se manifestara como no pudiendo ser de otra forma a como es, entonces no tendría lugar nunca la actividad humana que pudiera configurar el mundo.

La constante posibilidad de modificación del mundo y de las cosas mundanas es la condición de posibilidad del conocimiento y de la teoría. Esta potencia de ser modificado es intrínseca a la realidad del mundo y es lo que garantiza la libertad o la distancia del objeto necesaria para todo conocimiento. Un mundo absolutamente determinado, unívoco, en sí y en general, encadenarían al sujeto a la necesidad que haría imposible tanto la teoría como la práxis. El mundo fenoménico, el que se manifiesta como pudiendo ser de otra forma a como se muestra, tan sólo puede condicionar al sujeto (I, 367, I 3, S. 173).

El *Yo* de Fichte no toma meramente el impulso de vez en cuando del mundo. Más bien, el mundo mismo es algo constitutivamente chocante

para el *Yo*. El *Yo* recibe impulsos por todas partes con objeto de investigar nuevos aspectos teóricos y transformarlos de forma práctica. Lo que Fichte llama cosa en sí es aquello que permanece como una tarea incompleta: a saber, aquello que desde un mundo que siempre se muestra de forma aspectual, esto es, *así o así* y no mundo que existe en general, se transforma en el mundo incondicionado que debería ser tras haber roto todas las barreras y atravesado todas las posibilidades. La cosa en sí de Fichte es aquello por y para lo que el mundo debe ser hecho[29].

El mundo como fenómeno, en cuanto no es en sí y en general (*an sich und überhaupt*), representa sólo un caso (*Fall*). Schelling, de la misma forma que en el Fichte maduro, ni tan siquiera otorga al *Yo*; por no hablar del mundo, la dignidad de ser cosas en sí. El *Yo* significa en general también un *No-Yo*, por lo que este principio está afectado; en no menor medida que el *mundo*, de un carácter accidentalmente condicionado. El derecho de ser en sí y en general se lo otorga sólo la razón como el *concepto supremo de todas las posibilidades* (*Inbegriff aller Möglichkeiten*). Pero de forma más precisa es el espíritu puro (*Geist*) el que se otorga este derecho sólo en cuanto que, siendo distinto de Dios, es como Dios. A este espíritu divino que debe distinguirse del ente en general o del pensamiento de la *omnitudo realitatis* lo llama Schelling *quinta essentia*. En el instante en que este espíritu se decide a otorgarse el puesto de Dios, gracias a su semejanza con la divinidad, en ese mismo instante tiene lugar la caída cósmica de Dios. La confirmación de esta caída la contempla Schelling en el mundo de la diversidad espacial[30].

El mundo en este sentido es algo así como *una cosa* a la que se puede señalar mientras permanecemos mudos. Aquí es importante poner el acento tanto en el sustantivo *cosa* como en el artículo indeterminado *una*. El *mundo*, en cuanto *una cosa*, es él mismo una posibilidad entre otras. El mundo, en cuanto es algo comparable a todas las cosas que aparecen con él, es generalmente parcial, es una perspectiva entre otras, una cosa entre cosas, y por tanto, una posibilidad entre muchas.

29. “Wenn die W. L. doch eine Metaphysik, als vermeinte Wissenschaft der Dinge an sich, haben sollte, und eine solche von ihr gefordert würde, so müsste sie an ihren praktischen Teil verweisen. Dieser allein redet (…) von einer ursprünglichen Realität; und wenn die W. L. Gefragt werden solte: wie sind nun die Dinge an sich beschaffen?, so könnte sie nichts anderes antworten als: so, wie wir sie machen sollen” (I, 285 f., o bien, I 2, S. 416).

30. “Mit dem zufälligen Sein ist das zufällige Wo, mit diesem notwendig Unruhe, d.h. Bewegung verbunden, und der intelligible Zusammenhang verwandelt sich in dem sinnlichen Raum, dessen Natur ist ja die vollkommene Gleichgültigkeit gegen seinen Inhalt (XI, 429).

Mientras que en Kant la pregunta filosófica que cuestiona la existencia del mundo externo todavía tiene el carácter de ser una perplejidad provisional, en Schelling esta cuestión se transforma en algo mucho más decisivo que en Fichte. La naturaleza accidental del mundo material es un constitutivo esencial de lo que denominamos mundo externo en Schelling. Existe una gran distancia entre Kant y los pensadores posteriores. Sin embargo, no podemos dejar de reconocer en los pensadores que siguen a Kant el motivo; expresado de una forma mucho más aguda, que lleva a reducir el mundo a algo fenoménico. Este mundo se opone a un mundo inteligible. En Schelling, el mundo material es resultado de una caída (*Ur-fall*) o de un accidente originario (*Ur-zufall*). Esta caída tiene como resultado la escisión entre razón y sensibilidad. Tal es así, que en el espacio percibido sensiblemente aparecen diferencias que no son reducibles a fundamentos racionales[31].

1.7. *La inexistencia del "mundo"*

La tesis es que lo que nosotros llamamos mundo es constitutivamente parcial y condicionado. Constitutivamente significa aquí que el mundo es un caso (*Fall*), parcialidad y naturaleza condicionada no sólo respecto a nosotros (subjetividad), sino en sí mismo. Esto es así precisamente porque el mundo no tiene el carácter de sí mismo. La realidad del mundo es; como dice Schelling, el escándalo de la filosofía[32], y por tanto deviene en algo subjetivamente problemático. Más este devenir problemático reside precisamente en que objetivamente y de forma constitutiva el mundo no es algo absolutamente determinado en sí mismo[33].

31. "Zufolge dieser allgemeinen Unterscheidung (zwischen sinnlicher und intelligibler Welt, Erscheinung und Ding an sich) wird man die sinnenfällige Welt vieleicht nicht mehr die Welt nennen, sondern eher diese Welt, die Welt, auf die man zeigen kann (XI, 467)".

32. "Das Skandalon, nämlich die Falle der Philosophie (XI, 424)".

33. Por esta razón, para Schelling, Descartes es el pensador que ha conducido a la metafísica al camino seguro de una ciencia. Descartes es el primero que acentúa la problematicidad y cuestionabilidad ontológica del mundo como punto de partida de su pensar. "Der wahre Sinn des (cartesischen) Zweifels kann nur sein, dass ich diese sinnlich erkennbaren Dinge nicht in dem Sinne zu sein glauben kann; in welchem das Original (...) ist (...). Wir sehen in ihnen etwas Gewordenes; und inwiefern alles Gewordene von bloss abhängiger und insofern zweifelhafter Realität ist, insofern kann man sagen, sie seien an sich selbst von zweifelhaftem Dasein (X, 6)". Este es el punto de vista dominante en el idealismo trascendental de Husserl: todo lo que nunca se nos da de una forma

Existe una íntima relación entre la tesis mencionada sobre la naturaleza fenoménica del mundo y uno de los problemas centrales de la matemática que tiene por objeto fundamentar el cálculo infinitesimal. El matemático Hermann Weyl ha puesto de manifiesto la estrecha relación entre el problema filosófico de la existencia del mundo externo y el fundamento último del Análisis matemático[34]. Weyl observa que los sistemas matemáticos de Cantor y Dedekind están dominados por la idea de un absolutismo existencial (*existenzabsolutismus*); es decir, podemos hablar de *todos* los puntos temporales (y de *todos* los puntos espaciales) que resultan de introducir un corte en una línea continua como aquellos que quedan a la derecha y aquellos que caen a la izquierda de este corte[35]. Ahora bien, sólo podremos admitir esta afirmación si estamos dispuestos a admitir un infinito actual. El absolutismo existencial se revela aquí como una apelación a la totalidad de aquello, que en realidad (*a parte rei*), sólo podemos experimentar por aproximación. La fe de este absolutismo existencial (*den existenzabsolutistischen Glauben*) significa: los procesos del mundo externo (experimentados por nosotros) no contienen en sí mismos vaguedad alguna, aun cuando la intuición de los puntos espaciales y de las cualidades sólo pueden ser puestas de manifiesto de manera aproximativa en el mundo susceptible de experiencia.

Este absolutismo existencial está dominado por la creencia de poder trazar siempre un límite absolutamente determinado (*absolut scharf*). Frente a esta postura cita Weyl a Aristóteles y su teoría del continuo. Si dividimos una línea continua en dos partes, entonces tomamos un punto por dos. Este punto será tanto principio como término. La línea y el movimiento dejan de ser continuos en el momento en que los dividimos. En lo

adecuada; como el mundo y las cosas mundanas, tiene tan sólo una "presunta" o "presumible" existencia; aunque sea posible que dicha existencia esté fuera de toda duda (III, 117; V, 153; VIII, 67 f., 76, 126, 164, 259 f.; I, 7, 10, 12, 16, 57 f., 130...etc). La radical duda metódica de carácter teórico de la fenomenología no tiene nada que ver con una auténtica duda metafísica en torno a la existencia del mundo. El método fenomenológico consiste en cuestionar lo aparentemente incuestionable y aprobechar esto con objeto de comprender lo incomprensible de la misma evidencia.

34. En el fragmento titulado *Von Anaxagoras bis Dedekind* de su artículo "Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik" (*Gesammelte Abhandlungen*, Bd. II, Berlin 1968, 511-542.

35. En el idealismo trascendental de Husserl, este tipo de enunciados tienen validez sólo tras haber sido sometidos a reducción. La verdad de enunciados matemáticos como éste depende de la eliminación de toda la vaguedad de nuestros conceptos. El supuesto del que depende la verdad de los enunciados matemáticos es la reducción a esencias exactas. A este respecto son de interés las observaciones de Husserl sobre la variación (IX, 72-87), el problema de la idealización (Bd. VI), así como el tema de la inadecuación de lo dado en todo caso por la percepción externa.

continuo existen multitud de partes, no en acto, sino en potencia[36]. Weyl, siguiendo en esto a Aristóteles y Brouwer, acepta que una división de la continuidad tal como la definida por Dedekind y Cantor sólo es posible *secundum rationem*, pero no *a parte rei*. Puesto que según la naturaleza misma de la cosa, entre el último punto (espacial o temporal) de la izquierda y el primero de la derecha de nuestra sucesión existen de nuevo otros infinitos varios. Estos infinitos puntos existen tan sólo en potencia. Un corte en esta nueva sucesión completa es sólo *ratione* posible[37].

Las antinomias matemáticas de Kant rompen con la fe que caracteriza al absolutismo existencial. La interpretación dada anteriormente del principio de tercio excluso es congruente con la tesis de la inexistencia del mundo como totalidad. El resultado fundamental de las antinomias matemáticas y de la interpretación (no formal) del principio de tercio excluso que en ellas se contiene es que lo que nosotros llamamos mundo (o bien, lo existente) no es susceptible de totalización. Esta tesis es susceptible de aclaración a partir de la segunda analogía de la experiencia en Kant: la condición de posibilidad de la experiencia que es idéntica con la correspondiente condición de posibilidad de los objetos de experiencia significa que la serie de causas, tanto ascendentes como descendentes, no puede ser interrumpida (terminada). Esto significa a su vez que todo fragmento es idéntico con el *todo*, precisamente porque el *todo* es ello mismo fragmentario (condicionado)[38].

36. Weyl cita *Física*, Cap. VIII; esto es, *Física* VIII 8, 263 a 23-29.

37. El procedimiento matemático constructivo de Weyl, fundado en las ideas de Brouwer y en la concepción aristotélica del continuo, reconstruye la casi totalidad de la matemática clásica (al contrario que Brouwer). Sin embargo, su teoría del continuo aristotélica deja abierta la demostración de uno de los teoremas clásicos del Análisis; a saber, todo conjunto acotado de puntos tiene una precisa cota superior. Weyl no se siente en modo alguno obligado a salvar este principio, denominado por él mismo como principio de Dirichlet (*Dirichtetsche Prinzip*). Para Weyl, la afirmación contenida en este principio (llamado de Dirichlet) es equiparable a la afirmación que atribuye una existencia absolutamente determinada a los precesos del mundo externo.

38. La misma estructura que existe entre lo *mundano* y lo *intramundano* aparece en la doctrina de Husserl sobre el ensombrecimiento (*Abschattungslehre*). Todo ensombrecimiento no es sólo parcial, sino que en ese aspecto parcial se manifiesta al mismo tiempo también la cosa misma en su totalidad. Precisamente porque la cosa en su totalidad es parcial (Husserliana III, 93, 94, 129, 188, 246; IV, 88; I, 78). La relación ensombrecimiento-cosa reproduce la relación cosa-mundo. Husserl deduce la inevitable consecuencia que echa de menos en el idealismo trascendental de Kant ("Nun lehrt Kant eindringlich, die Welt ist kein Gegenstand möglicher Erfahrung- während wir doch beständig allen Ernstes von der Welt eben als dem universalen Gegenstand einer universal gespannten und zu spannenden Erfahrung sprechen. Ich kann den kantischen Satz nie anerkennen, wie immer der Begriff Erfahrung, wenn er nützlich bleiben soll, geformt wird. Für uns sind reale

Puesto que la posición de Kant no exige que el fenómeno se reduzca a una mera representación subjetiva, al mundo le corresponde de alguna manera y de forma objetiva el carácter de fenómeno. El carácter fenoménico del mundo es coherente con la dialéctica transcendental expuesta en las antinomias matemáticas que aquí nos interesan. Al mismo tiempo, la validez del principio de tercio excluso; en nuestra interpretación no formal, no queda entre dicho: el principio sería aplicable (se realizaría en este mundo) si se diera que el mundo es una cosa en sí (algo que en realidad no se da, ya que el mundo no es la totalidad del ser o el ser como totalidad). En este punto fundamental, la postura de Kant no difiere esencialmente de la de Hegel en torno a la realidad del mundo.

Las antinomias matemáticas de Kant ayudan a mostrar que el denominado ser real es en último término indeterminado e ininteligible[39]. Esto quiere decir que el ser real es ineludiblemente diferente de sí mismo. La estructura de esta última ininteligibilidad e inevitable diferencia de sí mismo viene subrayada por la concepción kantiana referente al mundo externo. Para Kant carece de sentido preguntar por una última determinación; a saber, si el mundo es finito o infinito, continuo o discreto. La pregunta carece de alcance y está condenada a la frustración porque detrás del mundo como fenómeno no se oculta otro mundo último absolutamente determinado. El pensamiento de Kant subraya que el ser real que nos viene dado; esto es, el mundo, es indeterminado en último término. Detrás de este mundo no existe ningún otro oculto en sí mismo absolutamente determinado. Si tenemos esto en cuenta, la postura más adecuada respecto de la realidad es liberar a la razón de preguntas (o búsquedas) ilegítimas que se refieren a una inteligibilidad última del mundo (tal como la propuesta de Wittgenstein en el *Tractatus*: la inteligibilidad del mundo está fuera del mundo).

Esto constituiría el ejemplo de un pensar que justifica positivamente la ininteligibilidad (*Unwahrheit*) respecto a la verdadera comprensión de

Einzelheiten erfahren, aber auch die Welt (ist) erfahren, und beides ist sogar untrennbar" (IX, 95, S. 97).

39. En su "Inaugural-Dissertation" (*Die Reflexionsbestimmungen im dialektischen Denken*, "*Eine Untersuchung über das Positive an der Unwahrheit der menschlichen Erkenntnis*"; Köln, 1957.), el Prof. Dr. F. Inciarte interpreta las antinomias matemáticas de Kant como la única forma de evitar el absoluto hegeliano. Al mismo tiempo, Inciarte trata de dar cuenta de la relatividad del conocimiento humano sin caer en el relativismo (*..., der Relativität der menschlichen Erkenntnisse Rechnung zu tragen, ohne dem Relativismus zu verfallen*). La propuesta de Inciarte estriba en una sutil distinción entre perspectividad y perspectivismo (algo similar a las mónadas de Leibniz): la realidad es ella misma una perspectiva, por lo que ello mismo no induce al perspectivismo.

un ser que no es en sí mismo absolutamente determinado. Por ello, el camino iniciado por Kant se transforma en Hegel en un acosmismo: lo que en Kant era el *Ser* o el *mundo* se reduce a pura *apariencia* (se pasa del *fenómeno* (*Erscheinung*) a la *apariencia* (*Schein*). En Hegel, el *sí mismo* (*Fürsichsein*) lo aporta la razón, ya que el mundo es un hueco sin fondo de saco por decirlo de alguna forma. Sólo lo que es absolutamente idéntico consigo mismo es propiamente *Ser*, y a esto Hegel lo llama *concepto* (*Begriff*). Por el contrario, toda realidad concreta, precisamente por ser un contenido particular, tiene que quedar excluido de la identidad consigo mismo y ser, en consecuencia, diferente de sí mismo.

Si comprendemos todo lo que se diferencia de sí mismo; esto es, que afecta a todo contenido particular y relativo, como ininteligibilidad de la diversidad y variedad del ser mismo, entonces debemos contar con que una correcta captación de éste viene afectada por una cierta ininteligibilidad. Aristóteles, consciente de este problema, adopta el método de la analogía como el procedimiento por el que debe guiarse el conocimiento metafísico. La analogía es el método que tiene en cuenta la ininteligibilidad última e intrínseca de la realidad misma del mundo. La posibilidad de un juicio teorético y de un concepto abstracto mediante la teoría del esquematismo y del simbolismo de la razón en Kant tiene una directa correspondencia con la prioridad de la analogía sobre la univocidad en las investigaciones aristotélicas. De esta forma, el simbolismo de la razón propio de la filosofía del joven Fichte, de Kant y Schiller constituyen la plataforma previa a la escisión de la verdad en teórica y práctica, así como suponen una continuación de las investigaciones aristotélicas sobre la posibilidad de una verdad práctica dentro de un conocimiento analógico del ser. La verdad práctica tiene una importante relevancia dentro de aquello que en último término siempre puede ser de otra forma. Esta es precisamente la esfera para una doctrina de la imaginación trascendental (*transzendentale Einbildungskraft*)[40].

Sin embargo, esto es algo que el mismo Hegel se resiste a aceptar. Hegel entiende que la intención que guía a Kant al definir el espacio y el

40. INCIARTE, F. *Transzendentale Einbildungskraft,, zu Fichtes Frühphilosophie im Zusammenhang des transzendentales Idealismus,* 1970, H. Bouvier u. Co. Verlag. Bonn. Abhandlungen zur Philosophie, Psychologie und Pädagogik, Band 70. La inexistencia del mundo como una realidad absolutamente determinada, proporciona desde el punto de vista teológico, la posibilidad para la acción de la gracia. Schenk, Richard; *Die Gnade volldenter Endlichkeit. Zur transzendentaltheologischen Auslegung der thomanischen Anthropologie*. Verlag Herder Freiburg im Brisgau 1989.

tiempo como *formas o intuiciones a priori* de la sensibilidad es la de apartar al mundo de la realidad de la contradicción. Así lo manifiesta Hegel en su análisis conclusivo a la segunda antinomia matemática de la razón en Kant[41]. La tesis de Hegel es que el mundo no es cosa en sí, porque como determinación es pura relación respecto a otros contenidos. La relación es la establecida por la reflexión. La reflexión, correlativamente, no es de nadie, sino que los contenidos se comportan como un sistema de mónadas leibnizianas para constituir a *Dios* como la *omnitudo realitatis*. En un sentido determinado desarrolla Hegel el pensamiento aristotélico en su máxima radicalidad: lo único que existe es pura presencia. Existe lo original, y en consecuencia, nada de lo que nos rodea es originario, o es, una presencia real. Lo que existe es un ser que es la totalidad del ser *omnitudo realitatis* como reflexión absoluta. Lo que llamamos mundo como totalidad, en Kant noúmeno, es en Hegel apariencia (*Schein*).

Hegel, al igual que Kant, quiere purificar de forma crítica todo aquello que presenta una constitución determinada. Esto puede ser cosa u idea, pero que por ser una determinación, se reduce a ser fenómeno (*Erscheinung*) o apariencia (*Schein*), no para una subjetividad, sino de forma objetiva como aquello que puede ser siempre de otro modo. De esta forma, lo único que queda que pueda ser el ser en sí buscado, o lo que Aristóteles llamaba el ente en cuanto tal, sería el concepto mismo de todas las posibilidades (*der Inbegriff aller Möglichkeiten*). El concepto de la *omnitudo realitatis* parece estar lo suficientemente exento de todo oscilar condicionado como para que pueda tener relevancia en general. El concepto de todas las posibilidades constituye el espacio en que tiene lugar todo el

41. "Die Auflösung dieser Antinomien ist, wie die der obigen, transzendental, d.h. sie besteht in der Behauptung der Idealität des Raumes und der Zeit als Formen der Anschauung, in dem Sinne, dass die Welt an ihr selbst nicht im Widerspruch mit sich, nicht in ein sich Aufhebendes, sondern nur das Bewußtsein in seinem Anschauen und in der Beziehung der Anschauung auf Verstand und Vernunft ein sich selbst widersprechendes Wesen sei. Es ist dies eine zu Große Zärtlichkeit für die Welt, von ihr den Widerspruch zu entfernen, ihn dagegen in den Geist, in die Vernunft zu verlegen und darin unaufgelöst bestehen zu lassen" (WdL 5, p. 275-276). En otro fragmento de la *Lógica de la esencia* se pronuncia con las mismas palabras: "Die gewöhnliche Zärtlichkeit für die Dinge aber, die nur dafür sorgt, daß diese sich nicht widersprechen, vergißt hier wie sonst, daß damit der Widerspruch nicht aufgelöst, sondern nur anderswohin, in die subjektive oder äußere Reflexion geschoben wird und daß diese in der Tat die beiden Momente, welche durch diese Entfernung und Versetzung als bloßes Gesetztsein ausgesprochen werden, als aufgehobene und aufeinander bezogene in einer Einheit enthält" (WdL 6, p. 55). Más, lo que nosotros tratamos de decir es que en Kant, el espacio y el tiempo son intuiciones puras de la sensibilidad porque subjetivamente no existe otra forma de conocer un mundo que objetivamente es fenómeno (si el mundo fuera absolutamente en sí mismo no sería objeto de conocimiento objetivo por nuestra dotación subjetiva sea la que fuere).

oscilar de todos los fenómenos entre el así o de otra forma, entre la afirmación y la negación, así como la libertad moral.

Sin este espacio (lógico) no podría existir nada que dejara un sitio para su opuesto. Sin este respectivo darse del espacio no sería posible ni tan siquiera una proposición predicativa como la de Aristóteles: *la voz no es blanca*. La determinación predicativa tiene que incluir dentro de sí misma una realidad abierta susceptible de determinación. Esta proposición nos puede parecer verdadera. En realidad, carece por completo de sentido, ya que no es posible lo contrario de lo que afirma. En este sentido, lo oscuro puede ser designado como tal, precisamente porque puede ser claro y viceversa. De esta forma, Kant puede llamar *Inbegriff aller Prädikate* al espacio de una totalidad dada de determinaciones que incluyen su contrario. Hegel también se mueve en esta línea cuando trata de la continuidad o extensión de los conceptos, dentro de los cuales, existen determinaciones que no pueden excluir su contraria[42].

Este espacio viene tensado por el principio de razón suficiente. Allí donde todo es posible, cabe siempre formular la pregunta de porqué es algo así, y no más bien, de otra forma. Sin embargo, todavía no hemos logrado la validez incondicionada del principio de contradicción. Aristóteles advierte de ello cuando dice que en potencia se deben dar los contrarios simultáneamente. Los contrarios se dan en un tercero que constituye la posibilidad misma de ambos. En todo lo que se muestra como un contenido es imposible eliminar el presupuesto que condiciona respectivamente la *omnitudo realitatis*. Pero viceversa, es imposible pensar la *omnitudo realitatis* sin todas las determinaciones reales, que ella misma hace posible y que constituyen la existencia completa en que ella misma consiste. Kant busca, tras el pensamiento de la *omnitudo realitatis*, la idea de un *Dios* incondicionado, en lugar de advertir bajo este pensamiento la naturaleza misma condicionante (y condicionada) del mundo.

La cuestión ahora es si la metafísica puede existir como tal una vez que tiene lugar la eliminación del concepto mismo de la *omnitudo realitatis*. Schelling inicia un camino, bajo la dirección de Aristóteles, que conduce a la metafísica hasta su *última crisis*. Schelling comprende que toda verdadera crítica afecta de forma purificante a la metafísica. Una vez eliminado el concepto del *Inbegriff aller Möglichkeiten*, parece que es imposible la pregunta fundamental de la metafísica; a saber, qué es el ente

42. "Weil das Fürsichseiende nun so gesetzt ist, sein Anderes nicht auszuschließen, sondern sich in dasselbe vielmehr affirmativ fortzusetzen,...". WdL 5, p. 209.

en su totalidad. Sin embargo, para Schelling, al final, la pregunta fundamental de la metafísica no tiene forma de pregunta. Toda pregunta espera una respuesta. La pregunta determina casualmente un contenido condicionado, y por ello, en este mismo sentido, condicionante. No existen preguntas allí donde ya no se da la posibilidad de contrario. Toda pregunta, más que esperar una respuesta, lo que hace es producir una nueva pregunta. Aristóteles no podía llegar a una decisión definitiva sin haber eliminado todo lo que fuera determinación de contenido.

El idealismo trascendental conecta con la metafísica aristotélica, al mismo tiempo que en algunas consideraciones, se acerca al pensamiento tomista. Tomás de Aquino entiende que la consideración de la criatura atañe a la teología en cuanto que en ellas se manifiesta cierta semejanza de Dios[43]. El modo teológico de conocer a las criaturas es aquél cuyo objeto formal propio sería la determinación, o cualidad de ser semejanza de Dios, de ser, por modo de semejanza, algo divino. El conocimiento de las criaturas como semejanzas de Dios conviene con el modo según el cual las criaturas son conocidas por Dios mismo. Dios conoce las criaturas en cuanto que su propia esencia contiene todas las posibles semejanzas que, de ella misma, pueden tener las criaturas[44].

Dios conoce a las criaturas, no en sí mismas, sino en sí mismo. Pero las conoce en sí mismo, porque las criaturas no son en sí mismas; en puridad no tienen un *en sí*[45]. Así, distinguiendo un conocimiento de las criaturas en sí mismas consideradas de un conocimiento de éstas en orden a Dios, debemos decir que este segundo conocimiento es más perfecto, pues es el que más se aproxima al modo de conocer divino[46]. Un cono-

43. "Manifestum est autem ex praedictis quod considerationem circa creaturas habet doctrina fidei Christianae inquantum in eis resultat quaedam Die similitudo". C.G., II, 4.

44. "Sic igitur dicendum est quod Deus seipsum videt in seipso, quia seipsum videt per essentiam suam. Alia autem a se videt non in ipsis, sed in seipso, inquantum essentia sua continet similitudinem aliorum ab ipso". S.th., I, q. 14, a.

45. Esta tesis es fundamental para comprender la relación de naturaleza y gracia en Henri de Lubac. La imposibilidad de una naturaleza humana autosuficiente es el correlato de la inexistencia de la *naturaleza humana* como una realidad absolutamente determinada en sí misma. *I. Band: Das Erbe Agustinus*, *II. Band: Das Paradox des Menschen*; Einsiedeln 1971. trad. alemana de *Surnaturel* de H. de Lubac por H. U. V. Balthasar.

46. "Exinde etiam quod non eodem ordine utraque doctrina procedit. Nam in doctrina philosophiae, quae creaturas secundum se considerat et ex eis in Dei cognitionem perducit, prima est consideratio de creaturis et ultima de Deo. In doctrina vero fidei, quae creaturas non nisi in ordine ad Deum considerat, primo est consideratio Dei est postmodum creaturarum. Et sic est perfectior; utpote Dei cognitioni similior, qui seipsum cognoscens alia intuetur". C. G., II, 4.

cimiento de las criaturas en sí mismas no es un conocimiento metafísico. Tal conocimiento no es del ser real, sino del ser común. La consideración autónoma de la criatura es una consideración extrínseca.

Tomás de Aquino glosa la doctrina de la creación en el *De aeternitate mundi* (n. 7) con las siguientes palabras *...esse autem non habet creatura nisi ab alio, sibi autem relicta in se considerata nihil est: unde prius naturaliter est sibi nihilum quam esse*. La criatura y el mundo en su totalidad, de suyo, son nada. De tal manera, que para la criatura es más propia la nada que el ser. Aquí, la palabra *prius* no indica una prioridad temporal, más bien, indica una prioridad natural[47]. Aristóteles había mencionado que, sin la pura actualidad, a la que llama Dios, no podría ser nada de cuanto es[48]. A la pregunta, *¿porqué hay ser, y no más bien la nada?*, Schelling responde: porque existe algo original, es decir, algo cuya posibilidad no puede ser previamente pensada a su realidad. Este origen es la presencia real, la pura realidad, la pura actualidad.

El idealismo de Hegel se distancia del idealismo que Kant llamaba psicológico[49]. El idealismo psicologista o material es el idealismo que Kant atribuía a Berkeley. Kant quiere apartarse de este idealismo con la segunda edición de su *Kritik der reinen Vernunft*. Algún crítico había interpretado que Kant, en la primera edición, hacía depender la existencia del mundo exterior de nuestras representaciones de conciencia en mayor grado a como lo había hecho Berkeley. El idealismo, interpretado de forma ordinaria, sería aquella doctrina que afirma que el universo depende exclusivamente de la conciencia humana. Según esto, los partidarios de este idealismo no aceptarían que haya montañas, estrellas y demás con independencia de los actos de conciencia.

En la primera edición, Kant no había distinguido netamente entre el mundo como apariencia en mi representación de lo externo (*Auseinander in mir*) y el mundo externo independientemente de mí (*Außenwelt*), aunque éste no sea algo absolutamente determinado o cosa en sí. En la segunda edición, hace ver más claramente que en la primera que el que el mundo exterior no sea cosa en sí no significa en absoluto que no exista con independencia de mí. El objetivo de esto último es la refutación del idealismo que añade en la segunda edición. En la refutación afirma Kant no que no pueda haber mundo exterior espacial sin representaciones subje-

47. *In Sent.*, d.1, q. 1, a. 5 en el segundo *Sed contra*.
48. *Metafísica* XII 6, 1071 b 24 f. (IX 8, 1050 b 19).
49. *KrV* B XL en nota.

tivas temporales, sino que, más bien al revés, no puede haber éstas sin aquéllas. En definitiva, no puede existir tiempo extendido sin su carácter espacial: en caso contrario no habría forma de explicar la continuidad de la conciencia ni, por consiguiente, la conciencia misma como tal. En suma, sin permanencia (sin el carácter espacial) no habría representación de sucesión (temporalidad). Esta comparación la extiende Kant empleando términos aristotélicos al afirmar que sin sustancia no habría accidentes (primera analogía de la experiencia)[50].

Para aproximarnos al problema del idealismo de una forma intuitiva abordaremos el problema de la verdad de nuestras proposiciones acerca del mundo. Para ello vamos a fijarnos en un ejemplo propuesto por el mismo Hegel; el de un *prado*. La pregunta referente a si existe o no existe un *prado* respecto a nosotros es una pregunta irrelevante tanto para Hegel como para Kant. Hegel es, en este sentido, tan realista como Kant y todo el idealismo alemán. Para Hegel, la pregunta es irrelevante porque aquí no interviene todavía la filosofía. El problema filosófico se plantea cuando nos preguntamos más concretamente si un *prado*, una *montaña* o una *casa*, es una sustancia. Hegel es aquí aristotélico: sustancia entendida como algo *separado de por sí*. En este sentido, Aristóteles mismo tendría dificultades para contestar. *Separadamente* significa aquí, en el *prado* en cuestión, cómo tiene una posible sustancia material una independencia espacial que la delimita absolutamente de las demás cosas de su alrededor.

La respuesta de Hegel a esta cuestión pasa primeramente por demostrar la posibilidad de que existan límites cualitativos dentro del mundo material. La demostración de esto viene aportada en Hegel (en su sistema de la *Lógica*) por el cálculo infinitesimal. La cuestión es similar a la división de los segmentos dentro de una línea[51]. Por este motivo trata Hegel de las categorías de la *cantidad* y la *medida*, síntesis de *cualidad* y *cantidad*, como tema de la *Lógica del Ser*. En este marco, da Hegel una importancia grande en su *Lógica*, en su Metafísica, a las matemáticas.

La constitución de las esferas abstractas del discurso y de sus objetos pasa por establecer ecuaciones o equivalencias (*Setzung der Gleichgül-*

50. *KrV* A 186/B 220.

51. Esta es la fundamentación última e intuitiva que Dedekind consideró la correcta para el Análisis: el sistema de los números reales como símbolos para las longitudes de segmentos o definidos de alguna otra forma, es un instrumento coherente y completo para la medición científica. En este sistema las reglas de cálculo del sistema de los números racionales siguen siendo válidas. El proceder de Dedekind es un ejemplo de que la intuición no es refutada por la lógica.

tigkeiten) entre los representantes (elementos), los nombres concretos de objeto, y una clase delimitada en cada caso de predicados. La clase determinada de predicados es la esfera categorial cualitativa (*Qualität*). Esta clase determinada de predicados debe satisfacer la condición de permanecer invariante frente o respecto a las relaciones de equivalencia estipuladas[52]. Hegel trata, bajo el título *cuanto* (*Quantum*) de la *Lógica*, concretamente de la constitución de esferas abstractas de elementos y conjuntos. Para Hegel el sentido del discurso cuantitativo extensional viene previamente definido al tomar por base las diferenciaciones cualitativas. Sólo de esta forma es comprensible la aplicación del discurso matemático a las ciencias de la naturaleza[53].

El paso de la *cualidad* a la *cantidad* (*Umschlagen der Qualität in Quantität*) indica el modo por el que las indicaciones teóricas aritméticas y de proporciones cuantitativas están mediadas por la elección concreta de una unidad de medida de la realidad articulada cualitativamente. Estas unidades son clases reales determinadas; es decir, de cosas o de actos cualitativamente diferentes.

La expresión recíproca[54], paso de la *cantidad* a la *cualidad* (*Umschlagen von Quantität in Qualität*) contiene en Hegel la discusión de la paradoja del *monton* (*Haufenparadox*)[55]. Hegel observa que la aplicación de la forma argumentativa abstracta de la inducción matemática está limitada a predicados absolutamente determinados. Estos predicados son aquellos, que de una u otra forma son ya extensionales; esto es, aquellos que definen clases claramente delimitadas de elementos como objetos existentes en sí mismos. Los predicados *no ser calvo* o *ser un montón de guisantes* no son predicados respecto a los cuales cualquier ordenamiento de sus elementos forme conjuntos equivalentes de *guisantes* o *pelos*. Por este

52. Hegel, en un diálogo implícito con el pensamiento de Leibniz, persigue reformular lo que se ha dado en llamar principio leibniziano de satisfacción.

53. El trabajo de Frege supone un notable avance a este respecto. Sin embargo, Frege había vislumbrado tan sólo la técnica formal de esta constitución.

54. La posibilidad de esta expresión como inversión es el lugar que ocupa el cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel. El cálculo infinitesimal tematiza el concepto de límite (*Grenze*) en un sentido que para Hegel tiene la virtualidad de introducir una determinación (*Bestimmtheit*) allí donde parecía que nuestra consideración puramente extensional se volvía vaga o difusa. Es interesante observar cómo la moderna definición de límite tiene que tener en cuenta desde el principio un margen de variación posible o de error establecido aritméticamente mediante un axioma de tolerancia. La determinación (*Bestimmtheit*) no elude o excluye la indeterminación (*Unbestimmtheit*) sino que la asume (*Aufhebung*).

55. WdL 5, p. 397.

motivo, no existe un número mínimo determinado unívoco de *pelos* que se requeriría para clasificar a un hombre como *no calvo*. La disminución cuantitativa de *pelo* provoca, en cualquier momento, una modificación en nuestro juicio cualitativo. El cuándo y el dónde dependen, junto con el número de *pelos*, de todo tipo de factores así como de la situación concreta en la que debamos clasificar a un grupo hombres en *calvos* y *no-calvos*. El límite aquí lo muestra la situación concreta[56].

Muchas de nuestras diferenciaciones cualitativas de formas no se ocupan en general, o sólo en parte, de determinados límites cuantitativos. Cuando fijamos nuestra atención en estos límites, decimos erróneamente que las diferenciaciones o clasificaciones cualitativas son vagas. Sin embargo, lo que ocurre es que estas diferenciaciones no son invariantes (situacionalmente) de la misma manera en que lo son las diferenciaciones puramente cuantitativas. En este último caso, tenemos las definiciones puramente cuantitativas de subconjuntos en un conjunto definido supuesto previamente. Hegel observa, por otra parte, que las diferenciaciones puramente cualitativas no pueden reducirse completamente a lo cuantitativo.

La reflexión filosófica (*Ciencia de la Lógica* en el sentido de Hegel) sobre la ciencia natural pone de relieve sus límites de aplicación. En el ejemplo expuesto del *prado* tenemos dificultades en trazar una línea que delimite un prado de otro, un campo de otro o de una villa,...etc. El límite no es aquí una cuestión trivial, ya que según como se determine tenemos distintos conceptos (*Umschlagen der Quantität in Qualität*). La cuestión de cómo contamos un *prado* exige un criterio de identidad. Hegel fundamenta la argumentación matemática en la experiencia (categorial) cualitativa de la realidad (*Dasein*).

El objetivo de la explicación hegeliana es poder contar algo, sin que para ello tengamos que contarlo dos o más veces y lo distinto una sola. Esto sería no contar. El criterio de identidad es lo que Hegel llama *cualidad*. Las cualidades son los conceptos (*prado*) o predicados (*esto es un prado*). Sin las cualidades, la operación de contar, que tiene que ver con la cantidad, no podría ni siquiera comenzar. Hegel advierte de esta forma que las matemáticas, más que con la *cantidad*, con lo que tienen que ver es con

56. La relevancia de este mecanismo lógico trasciende cualquier campo específico y se extiende, tal como Hegel señala explícitamente, a la esfera ética y política. Aristóteles estipulaba en su política la conveniencia de determinados sistemas o regímenes políticos dependiendo del número y de la situación específica de la polis.

la *cualidad* y la teoría de las relaciones[57]. La cuestión es saber si precisamos contar cualitativamente con el concepto de *prado* para poder contar prados cuantitativamente. Para contar prados es necesario contar primeramente con el concepto de *prado*.

Este mismo problema de contar *prados* se tiene al contar cualquier otra cosa. El problema es que no se pueden contar cosas, *algos* o unidades sin más. Y no se pueden contar cosas, *algos* o unidades porque todo son cosas o *algos*. Sin un contenido significativo, sin un concepto o predicado más concreto que el de *algo* o el de *cosa*, no cabe distinguir una *cosa* de otras *cosas*. El criterio de identidad, tal como lo llamara después Frege, tiene que ser más concreto[58]. Todo lo que subyace a esta problemática es que no podemos saber dónde está el límite de *algo* (*Etwas*).

Hegel anticipa la tesis logicista de deducir las matemáticas a partir de la lógica. Sin embargo, hay que hacer dos matizaciones fundamentales: a) la *Lógica* de Hegel no es la lógica matemática de Frege o de Russell-Wheitehead, y b) Hegel es plenamente consciente de las limitaciones fundamentales de la predicación matemática. Sintetizando estos dos matices: para Hegel es prioritario el sentido del concepto frente a la extensión. Por ello, antecede la *cualidad* a la *cantidad* en el curso expositivo de la *Lógica*. Hegel advierte, como posteriormente Weyl, que conceptos tales como *objeto* o *propiedad*, no son absolutamente determinados desde el punto de vista extensional (*nicht Umfangs-definit sind* en expresión de Weyl).

En principio y en general, las observaciones de Hegel sobre el problema del límite de los conceptos y su discusión en las *paradojas del*

57. Hegel anticipa oscuramente la tesis fundamental de Boole en "*The mathematical analysis of logic*" (1847) Basil Blackwell, Oxford, 1965, p. 4 : la matemática no tiene exclusivamente a la cantidad por objeto.

58. Como ejemplo de ello tenemos el comienzo de la obra de Frege *Los fundamentos de la aritmética* (*Die Grundlagen der Arithmetik*). A la pregunta de qué es el número uno, o de qué denota el signo 1, se suele responder: pues una cosa. Y si se hace notar entonces que el enunciado *el número uno es una cosa* no es una definición, porque a un lado se halla el artículo determinado y al otro, el indeterminado, y que tal enunciado sólo expresa que el número uno pertenece a las cosas, pero no nos dice qué cosa es, entonces quizá quien nos ha formulado la pregunta nos invitará a que escojamos una cosa cualquiera, a la que decidamos llamar uno. La expresión hegeliana tomada del idioma alemán *ser-para-sí* (*Fürsichsein*) se refiere explícitamente a este mismo problema enunciado por Frege; a saber, qué tipo de cosa es ésta a la que llamamos uno. En alemán decimos *Was ist das für ein Ding?* (Qué tipo de cosa (de entre las cosas) es esta que tengo delante (*das-da-ist.*; esto es, *Dasein*). Mientras no disponemos de un criterio de identidad que satisfaga la pregunta, el número uno será sin más una *Ding an sich*; esto es, indeterminado (*Unbestimmt* y *Unwahr*) en el sentido de Hegel.

montón pueden parecer especulaciones inútiles para la fundamentación del Análisis. Estamos inclinados a pensar así, porque consideramos que tenemos un concepto plenamente determinado de número real, o bien, una definición con sentido de este concepto. Así procedemos de la siguiente forma: siempre que de forma clara esté dada una propiedad de los números racionales de cierto tipo, nos viene dado también un número real. Este número real separa aquellos racionales que participan de esta propiedad de todos los demás. Sin embargo, esta concepción no está exenta de ciertas dificultades.

Para ver estas dificultades basta analizar una de las proposiciones fundamentales del Análisis: todo conjunto acotado de números reales tiene supremo. Un número real es un conjunto de racionales al que corresponde una determinada propiedad de los números racionales. A un conjunto de números reales le corresponde una propiedad, que llamaremos de tipo *A*, de propiedades de números racionales. La cota superior o *supremo* de este conjunto de números reales es así mismo el conjunto de números racionales *x*, que tienen una cierta propiedad *P de A*; a saber, aquélla según la cual existe una propiedad de tipo *A* que corresponda a un número *x*. Ahora bien, en esta explicación, la existencia de una propiedad *P de A* depende de que en general y sin limitaciones exista una propiedad de cierto tipo tal que... etc. Este tipo de explicaciones carecen evidentemente de sentido. El problema fundamental lo contempla Weyl en que el concepto mismo de *propiedad de los números racionales* carece de una extensión determinada[59].

Hegel, ya con anterioridad a las paradojas de la teoría de conjuntos, había contemplado el problema como una limitación intrínseca de la predicación matemática. La matemática es para Hegel sólo un tipo de razonamiento. En último término, la matemática carece de fundamento, precisamente porque desde la lógica muestra su carácter parcial. La *Lógica* de Hegel tiene que prescindir de la matemáticas una vez que las ha utilizado para sus fines especulativos. La matemática no es la ciencia que se busca. También en esto es Hegel aristotélico: la matemática no es la ciencia de lo absolutamente necesario.

59. "Der Circulus vitiosus in der heutigen Begründung der Analysis". Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung 28, 85-92 (1919).

2. SUSTANCIA, REALIDAD Y SISTEMA: LA *LÓGICA* DE HEGEL Y LA *METAFÍSICA* DE ARISTÓTELES

Según Hegel la tarea de la *Lógica* consiste en ocuparse de los conceptos *antes de la creación de la naturaleza y de cualquier espíritu finito*[60]. Esta afirmación de Hegel tiene un sentido simbólico: Hegel no acepta el sentido cristiano de una creación de la nada. El concepto cristiano de creación de la nada tiene el valor de ser una imagen, que como tal imagen, tiene que ser objeto de explicitación por parte de la *Lógica*[61]. Hegel habla de creación en un sentido peculiar; esto es, como decisión libre tras la exposición completa de todo el desarrollo sistemático de la *Lógica*[62]. Lo que Hegel quiere decir es que la *Lógica* no se ocupa del *mobiliario del mundo*[63]. En este sentido, conecta la *Lógica* de Hegel con la *Metafísica* de Aristóteles.

Desde un punto de vista aristotélico, cabe la duda en otorgar el carácter de sustancia a algo tal como, por ejemplo, una *montaña*, o un *valle*. Aristóteles extiende, de hecho, esta duda a los minerales y a los cuerpos inanimados, e incluso a los cuerpos sensibles sin más. El problema metafísico es para Hegel el de lo *uno* y lo *múltiple*[64], *unicidad* o *multiplicidad*

60. "Dieses Reich ist die Wahrheit, wie sie ohne Hülle an und für sich selbst ist. Man kann sich deswegen ausdrücken, daß dieser Inhalt die Darstellung Gottes ist, wie er in seinem ewigen Wesen vor der Erschaffung der Natur und eines endlichen Geistes ist". WdL 5, p 44.

61. "Wenn die Spätere, vornehmlich christliche Metaphysik den Satz, aus Nichts werde Nichts, verwaf, so behauptete sie einen Übergang von Nichts in Sein; so synthetisch oder bloss vorstellend sie auch diesen Satz nahm, so ist doch auch in der unvollkommensten Vereinigung ein Punkt enthalten, worin Sein und Nichts zusammentreffen und ihre Unterschied verschwindet". WdL 5, p. 85.

62. "So wird noch mehr der absolute Geist, der als die konkrete und letzte höchste Wahrheit alles Seins sich ergibt, erkannt, als am Ende der Entwicklung sich mit Freiheit entäußernd und sich zur Gestalt eines unmittelbaren Seins entlassend,-zur Schöpfung einer Welt sich entließend, welche alles das enthält, was in die Entwicklung, die jenem Resultate vorangegangen, fiel und das durch diese umgekehrte Stellung mit seinem Anfang in ein von dem Resultate als dem Prinzip Abhängiges verwandelt wird". WdL 5, p 70.

63. Esto es precisamente lo que hace que Russell y George Moore se rebelen contra la filosofía idealista. Moore encontraba que la filosofía de Hegel era inaplicable a las mesas y a las sillas. Russell encontraba que la filosofía de Hegel era inaplicable a las matemáticas; así que con ayuda de Moore decide librarse del pensamiento de Hegel y volver al "sentido común" atemperado por la lógica matemática. Russell comenta que con la sensación de haberse librado de una prisión, nos volvimos a permitir pensar que la hierba es verde, y que el sol y las estrellas existirían incluso si nadie pensara en ellas. A este respecto vease MOSTERÍN, J, *Los lógicos*. Espasa. Madrid 200. p. 146.

64. "Kant hat bekanntlich die Materie aus der Repulsiv-und Atrakktionskraft konstituirt... Eine solche Existenz wie die sinnliche Materie ist zwar nicht ein Gegenstand der Logik, ebensowenig als

de sustancias. El problema no radica en el tipo categorial de las mismas. Sustancia en Aristóteles es lo que existe de por sí de tal modo que no pueda ser dividido sin dejar de ser lo que es. De acuerdo con este criterio de identidad (en Hegel *Fürsichsein*), existen realmente pocas cosas que puedan satisfacer este criterio. Por ello, es difícil decir a ciencia cierta qué cosas son sustancias, esto es, qué cosas existen de por sí. Prueba de esto ya lo daba el mismo Aristóteles, para el que los seres orgánicos cumplimentaban mejor este concepto. Para Aristóteles lo más importante es la pregunta sobre si debemos admitir sustancias en general y qué significa ser sustancia. La cuestión sobre qué cosas son sustancias (*mobiliario del mundo*) no es una cuestión metafísica.

La *Lógica* de Hegel no se ocupa de si los minerales son sustancia, o más bien las moléculas de que se componen, o los átomos de las moléculas, o de los tipos de partículas de que los átomos se pueden componer en esta o de la otra manera. Este tipo de cuestiones, bien pueden tener una relevancia científica, o de filosofía de la ciencia, o de la epistemología científica. Sin embargo, Hegel no cifra la tarea de la Metafísica en estas cuestiones[65]. Estas cuestiones son igualmente irrelevantes para la *Metafísica* de Aristóteles como para la *Ciencia de la Lógica* de Hegel. En este proceso, por el que se van clasificando los materiales acumulados sobre la constitución de los objetos, interviene un sentido del tiempo mucho más fáctico que el tiempo especulativo hegeliano.

Hegel habla de categorías para designar conceptos y determinaciones que van desde el *Ser* hasta la *medida*. De estos conceptos y determinaciones trata la primera parte de la *Ciencia de la Lógica* y de la *Enciclopedia*. Estas categorías coinciden en algunos casos, tales como la *cualidad* y la *cantidad*, con las aristotélicas. El *Libro de las Categorías* de Aristóteles se mueve todavía en una esfera abstracta, que no es la de la *Metafísica*. Lo abstracto de esta esfera se manifiesta de manera especial en el segundo capítulo de este escrito. El capítulo trata de la distinción entre el concepto de sustancia y accidente. Lo que en este libro se entiende por sustancia y por sustancia primera sufre ciertas modificaciones en la *Metafísica*.

der Raum und Raumbestimmungen. Aber... es liegen die hier betrachteten rein formalen Bestimmungen vom Eins und Vielen..., die ich Repulsion und Atrakktion, weil diese Namen am nächsten liegen, genannt habe, zugrunde". WdL 5, 200.

65. Un ejemplo de todo lo contrario es el pensamiento de Xabier Zubiri.

En la *Metafísica*, sustancia primera es, por ejemplo, el *alma de Sócrates* (*forma substantialis*). En el *Libro de las Categorías*, por el contrario, lo que se entiende por sustancia primera es lo que propiamente significa *sustancia*: tal como por ejemplo Sócrates mismo, y no lo que hace a este ser un hombre (su *alma racional* o *forma substantialis* de los escolásticos), sino el individuo resultante de la información de un trozo de materia.

La sustancia, en griego, significa *ousia*, lo propio o auténtico de lo que es, es decir, de lo ente. La primera sustancia es, según esto, lo más propio de lo que es propiamente. En el *Libro de las Categorías*, la sustancia segunda designa la especie, tal como la *especie hombre* a la que pertenece el individuo Sócrates. En la *Metafísica*, la *especie hombre* tiene un papel secundario, ya que no se la llama tan siquiera sustancia segunda. En la interpretación que hace el último Schelling de la *Metafísica* de Aristóteles, las especies no cuentan propiamente como algo real. Sin embargo, la especie es siempre algo universal. Por ello, se puede pensar que negar la existencia de sustancias segundas en la *Metafísica* en el mismo sentido en que las hay en el *Libro de las Categorías* equivaldría a cierto nominalismo. El nominalismo es la teoría según la cual todo lo real es individual y lo universal es un nombre o un concepto abstracto.

Otra importante diferencia entre el *Libro de las Categorías* y la *Metafísica* es la que se refiere a la relación de los accidentes a la sustancia. En el *Libro de las Categorías*, esta relación se define bajo el término de *inherencia*. Los accidentes universales; como por ejemplo, la cualidad del color blanco, y los accidentes individuales, como por ejemplo este tono de color blanco, están en (*inhieren* o son *inherentes a*) la sustancia primera, aunque los primeros se digan y los segundos no se digan de la sustancia; por ejemplo, de Sócrates. Esto es lo que se llama *inherir* o *inherencia*. En el *Libro de las Categorías* esta relación es ciertamente importante. Sin embargo, esta relación de *inherencia* se debilita en el curso de la argumentación nuclear de la *Metafísica* de Aristóteles[66].

En un plano de abstracción, diferente del de la *Metafísica*, cabe hablar de accidentes, sean universales o individuales. Tomás de Aquino comenta que la abstracción es el método por el que se constituyen las ciencias teóricas, la física y la metemática. La *Metafísica*, en cambio, se constituye

66. En la interpretación del último Schelling es precisamente una de las cosas que debemos eliminar para entender la argumentación hasta el final; en palabras de Schelling, es una de las cosas de las que la mente se tiene que purificar para llegar hasta Dios.

por la *separatio*. Por *separación* podemos conocer que los entes o seres no tienen por qué ser materiales. Así, por ejemplo, no tienen que tener accidentes. La *Metafísica* no se ocupa de si los seres tienen o no tienen accidentes, aunque los tengan los seres materiales, incluso los que pueden ser sustancias. Los accidentes no son separables de la sustancia.

El *Libro de las Categorías* trata los accidentes por separado, cualidad, cantidad..., entre otras cosas porque comprende a los accidentes como algo que simplemente *inhiere* o se *adhiere* a la sustancia sin identificarse con ella de ninguna forma. El *Libro de las Categorías* no trata de los seres o entes en cuanto tales sino de su reflejo en el pensamiento; esto es, como *concepto*, y en el lenguaje; es decir, como *nombre*. La *Ciencia de la Lógica* de Hegel; es decir su *Metafísica*, tiene mucho más que ver a este respecto con el *Libro de las Categorías* que con la *Metafísica* de Aristóteles. El *Libro de las Categorías* no es ni física, ni matemáticas ni metafísica, sino una teoría de la significación (semántica) de los signos, conceptos, nombres y palabras, tal como la lógica metafísica de Hegel. Sin embargo, en el punto antes indicado (*mueblaje del mundo*), la *Ciencia de Lógica* tiene mucho más que ver con la *Metafísica* de Aristóteles.

Hegel, a diferencia de Aristóteles, no distingue entre el mundo como apariencia y el mundo como cosa en sí, esto es, los seres y los reflejos de éstos en el pensamiento, o bien, entre una teoría de la significación conceptual y la *Metafísica*. Por esta misma razón, la *Lógica* es la *Metafísica* en Hegel. Los restos de misticismo o ininteligibilidad que ambas distinciones incluyen, desaparecen por completo. Así, lo que nosotros designamos como *montañas* o *valles* es probable que existan, aunque esto no tiene ningún interés para la lógica metafísica de Hegel. En este punto coincide con la *Metafísica* de Aristóteles. Ya el primer Fichte limita la construcción de la filosofía trascendental a la deducción de las estructuras y leyes más elementales o fundamentales del universo[67]. En este mismo

67. INCIARTE, F. *Transzendentale Einbildungskraft. Zu Fichtes Frühphilosophie im Zusammenhang des transzendentalen Idealismus*. Bonn 1970. Fichte renuncia a la construcción de un sistema que lograra deducir hasta la más mínima brizna de hierba (*den Bau des geringfügigsten Grashalms*) desaparece en la segunda edición de *Über den Begriff der Wissenschaftslehre* de 1798, comparando I, 65, o bien I 2, S. 135 f. ed. I.H. Fichte, *kritische Gesamtausgabe*, Stuttgart-Bad Cannstatt 1965. No podemos saber lo que significaría la proposición *han existido cosas tales como valles o montañas* una vez que el universo, lo que nosotros llamamos mundo, haya dejado de existir, así como la proposición “habrá cosas tales como valles y montañas” cuando el universo aún no había comenzado.

sentido, Hegel se centra también en la búsqueda de lo estrictamente necesario[68].

La diferencia entre la *Metafísica* de Aristóteles y la *Lógica* de Hegel se puede caracterizar como la que tenemos entre un *holismo total* y un *holismo sustancial*. En el *holismo total* tenemos una sola sustancia. Todas las demás sustancias son tan sólo modificaciones o accidentes de una. *El holismo sustancial* es el término empleado para designar la *Metafísica* de Aristóteles[69]. *Holismo sustancial* indica que la sustancia no es el todo absoluto, la totalidad del universo o del *Ser*, de modo que no haya más que una sustancia. El *holismo sustancial* dice que cada sustancia, independientemente de las que sean, constituyen por separado un todo en el que y con el que los accidentes de cada una de ellas se identifican. A diferencia de la esencia o forma, los accidentes se identifican con ese todo sólo contingente o temporalmente. En este holismo, las diversas sustancias existen de por sí.

En el *holismo total* de Anaxágoras, Spinoza, Hegel o, en el pensamiento contemporáneo Quine, lo único que existe independientemente de la subjetividad es la única sustancia. Esta sustancia es, en cierto modo, totalmente indiferenciada, por constituir, tal como nos ha transmitido Anaxágoras a través de Aristóteles, la mezcla de todas las diferenciaciones, determinaciones o cualidades. Todo lo que nos parece sustancia es producto de una subjetividad individual o colectiva. Esto significa, desde un punto de vista lingüístico, que no existe un sujeto al que se le atribuyan predicados, sino que son éstos los que constituyen al sujeto de que se trate en cada caso. Lo que el entendimiento común llama cosas, por las que están los sujetos gramaticales, son el resultado de las concepciones que tengamos de ellas. Los predicados son la expresión de esas concepciones.

Para el *holismo sustancial*, las estructuras fundamentales que la metafísica, la ciencia y la lógica están llamadas a esclarecer son estructuras fundamentales de la realidad. Para el *holismo total*, se trata de estructuras fundamentales de nuestra comprensión de la realidad. La comparación entre Aristóteles y Hegel, *holismo sustancial* y *holismo total*, tiene que

68. Propiamente tampoco conocemos el sentido de una proposición que afirmara, tras la aniquilación absoluta del universo, *Socrates ha existido*. Con esto se vuelve a plantear el problema de la sustancia. El problema no es tanto si la realidad extramental, o lo que llamamos mundo o universo, existen con independencia de la conciencia o fuera de la conciencia. El problema fundamental es qué significa que no pueda no darse realidad.

69. SCALTSAS, T., *Substantial Holism* en Unity, Identy and Explanation in Aristotle`s Metaphysics. Edited by T. Scaltsas, D. Charles and M. L. Gill, Oxford 1994.

esclarecer esa diferencia fundamental sobre estructuras fundamentales. La *Metafísica* de Aristóteles es una ciencia de los principios. Sólo a partir de ellos, se puede ver la necesidad de distinguir, primero, entre categorías y, segundo, entre las categorías fundamentales de sustancia y accidentes. Esto es lo que ocurre en el libro IV de la *Metafísica* de Aristóteles, que trata del principio de no-contradicción y del principio de tercio excluso, esto es, de los principios del conocimiento. En la defensa del principio de no-contradicción es donde Aristóteles llega a establecer su *holismo sustancial* frente al *holismo total*.

La defensa del primero de los principios del conocimiento y de la demostración empieza aludiendo a las condiciones de posibilidad de la comunicación. Se trata de la comunicación entre el que niega el principio y el que lo defiende. El que lo niega es un sofista, es un protagoreo. El que lo defiende es Aristóteles mismo. Protágoras dice que el hombre es la medida de todas las cosas. Lo más importante que afirmaban los protagoreos es que todo es verdadero y nada es falso; esto es, que no hay falsedad. Platón trata de esto en los diálogos *Eutidemo* y *Teeteto*. Lo que la defensa del principio de no-contradicción va a mostrar es que no todo puede ser verdad. Así, de dos proposiciones contradictorias, de las cuales, una es la negación de la otra, ambas no pueden ser verdaderas. Una vez justificado el principio de tercio excluso, y así también la negación proposicional (principio de bivalencia de la moderna lógica formal clásica no-intuicionista), se puede decir que si una de las dos es verdadera, la otra tiene que ser falsa.

Aristóteles habla de defensa o justificación. En ningún momento habla de demostración del principio. Para Aristóteles éste ni puede ni requiere ser demostrado. Este principio es la base de toda demostración. Las razones por las cuales justificamos este principio no constituyen la razón por las cuales este principio es válido. El principio no tiene nada que ver con el hecho de que nosotros tengamos que buscar la razón de su validez. La causa de esto reside en el que lo niega. No reside, en cambio, en el principio mismo. En este sentido, la demostración es el *elenco platónico* (*la dialéctica* en el sentido de Hegel), y no una demostración propiamente dicha.

La posición de la *Metafísica* aristotélica no es la del pragmatismo idealista (por el que aboga Quine, y en cierta medida, también Hegel). Para Quine, la validez del principio de no-contradicción depende de nuestras necesidades de comunicación. La validez de este principio es pues una

función de nuestra supervivencia (y en cierto modo de nuestro desarrollo cultural). La comunicación es, de un modo u otro, imprescindible para la supervivencia. Si queremos sobrevivir tenemos que admitir la validez del principio. Fuera de eso el principio no vale. Sin hombres sobre la tierra, no habría principio.

Por más que el principio mismo no necesite defensa, sino que valga de por sí, ontológicamente o realísticamente, la defensa, la justificación o el *elenco platónico*, es pragmática. En la pugna en pro y en contra del principio, la situación es una situación de comunicación práctica o de diálogo entre el proponente y el oponente de una tesis (tal como en la lógica dialógica). El que el punto de partida de la defensa sea pragmático y comunicativo tiene un aspecto que lo relaciona con la doctrina sobre el *Ser* en la *Lógica* de Hegel y la *Metafísica* de Aristóteles.

Tanto la *Lógica* de Hegel como la *Metafísica* de Aristóteles (en el libro IV) comienzan con la distinción entre *Ser* y *no-Ser*. En Aristóteles con la necesidad de distinguir entre ambos. En Hegel con lo inevitable de que ambos, sin apenas una distinción, se identifican entre sí. Sin embargo, si la *Lógica* de Hegel se quedara en esto, en la contradicción o indiscernibilidad de *Ser* y *no-Ser*, equivalente al *devenir* (*Werden*), la *Lógica* terminaría nada más empezada. Hegel sigue adelante, tal como Aristóteles, por la misma necesidad de mantener la validez del principio de no-contradicción. El problema reside precisamente en que la validez es amenazada una y otra vez.

Hegel prosigue por la categoría de la *cualidad*, esto es, por la necesidad de admitir diferencias conceptuales con límites determinados, aunque no necesariamente precisos. Permanecer en el *Ser* o en el *no-Ser*, o en su identidad, equivale a misticismo vago. En lugar de cualidades, en Aristóteles se trata de ideas o de accidentes en uno de los dos sentidos terminológicos que tiene la palabra. En ambos casos, tanto en Hegel como en Aristóteles, salvando las diferencias terminológicas, se trata de admitir contenidos significativos diferentes: significados más o menos definidos. Existe, igualmente, un paralelismo ulterior entre la *Metafísica* de Aristóteles y la *Ciencia de la Lógica* de Hegel, que en términos generales coincide con la *Lógica* de la *Enzyklopädie*.

El esquema sería: a la categoría de *cualidad* en Hegel corresponde en Aristóteles, un sentido del accidente que no se reduce al accidente categorial o predicamental, sino al *ens per accidens*. Y a la categoría de la *cantidad*, por la que Hegel procede adelante, corresponde en Aristóteles la

categoría de la sustancia. Bajo los diferentes títulos de *cantidad* y de *sustancia*, Hegel y Aristóteles tratan de las cosas numerables tales como los individuos o elementos que caen bajo un contenido o campo semántico significativo (concepto, predicado, idea, clase o conjunto)[70].

El paso siguiente al de la *cantidad* en Hegel y a la *sustancia* en Aristóteles es el de la esencia. En Hegel este paso tiene la peculiaridad de venir preparado por la categoría de la *medida*. El cálculo infinitesimal prepara la existencia de límites, puesto que en la naturaleza son inexistentes, con el fin de que pueda existir una medida en general. Sin unidad de medida no se pueden contar ni numerar cosas. Los pitagóricos, por ejemplo, tenían como unidad de medida lo que para nosotros es el número uno. La necesidad de disponer de una unidad de medida, sin embargo, no se limita a la aritmética.

El contenido significativo, la cualidad definida, la idea, concepto, etc., en cuanto aplicado a las cosas, es decir, en cuanto predicado, *esto es o no es tal o cual cosa*, constituye ya una unidad de medida. En Aristóteles este paso corresponde a la idea o forma platónica (*eidos*) en cuanto que conforma a la materia (*eidos enhylon*). El paso a la esencia se da en Aristóteles sin pasar de forma explícita por la categoría o el accidente de medida. Esto se debe a las diferencias entre el *holismo total* de Hegel y el sustancial. Las esencias en Aristóteles son propias de cada sustancia, y por ello, tan individuales como éstas. Aristóteles parece atribuir una individualidad mucho más acusada que la que Hegel pudiera otorgar. En Hegel la individualidad viene asumida en la *Lógica* al explicar la aplicabilidad del discurso matemático a la realidad fáctica y en el paso a la medida[71].

Con esto volvemos a las observaciones preliminares. La justificación del principio de no-contradicción, *el elenco en sentido platónico*, es una justificación que no la exige el principio mismo, sino el oponente del que lo propusiera. Si no existiera una distinción entre *Ser*, esto o lo otro, y *no-Ser*, todo sería todo. De la negación del principio de no-contradicción se seguiría que todo se podría decir de todo. Todas las proposiciones serían verdaderas. De la negación del principio de tercio excluso se seguiría, en cambio, que nada se podría decir de nada. Todas las proposiciones serían falsas.

70. Contra lo que parece pensar B. Russell, esto si tiene que ver con las matemáticas en la lógica de Hegel.

71. El concepto de límite en el cálculo infinitesimal tiene para Hegel una aplicación significativa a la realidad fáctica, por introducir dicho límite en la *natura* misma.

Si aplicamos la imagen geométrica de la línea para aclarar la discusión, tendríamos un efecto según el cual, sin la distinción entre *Ser* y *no-Ser*, significar esto y no significarlo, al marcar un segmento de la línea (*semanein*) habríamos identificado el segmento con la línea. Éste sería el caso en el que elegimos los puntos al azar. En este caso, los signos no serían ni signos, ya que no significarían nada. Si un término significa todo, no significa nada. El significado de un término no puede ser ilimitado. Por otro lado, podemos experimentar otro efecto, según el cual, al no significar nada todo, sino más bien nada, el segmento y con él la línea se convertiría en punto.

También Hegel lleva a cabo una deducción trascendental de las categorías. En este sentido preciso, también presenta Hegel una defensa del principio de no-contradicción. Tiene que haber diferenciaciones, en Hegel *cualidades*. Estas *cualidades* son las categorías. Lo que ocurre es que las diferenciaciones fundamentales son un proceso orgánico. Las diferenciaciones son por ello algo provisional (*momentos*) en la realización de la validez del principio de no-contradicción. También, al igual que en Aristóteles, Hegel tiene que dar el paso a la categoría fundamental de la sustancia. En Hegel esta categoría es la cantidad[72]. Este paso es necesario si no queremos permanecer en el caos inicial de la indistinción de *Ser* y *no-Ser* (el *Ser* y *no-Ser* hegeliano sufren pronto una identificación mutua, el colapso del devenir contradictorio que obliga a la *Ciencia de la Lógica* a proseguir). En el curso de esta argumentación es esencial para Aristóteles tener en cuenta la distinción entre los dos sentidos del término *accidente*.

La deducción de la existencia de categorías en general, sin especificar cuáles, no se refiere a los accidentes categoriales o predicamentales. En estos accidentes no se trata de términos, palabras o contenidos significativos correspondientes a propiedades que puedan o no tener las cosas o sustancias de las que hablamos. En Hegel el asunto es más complejo. Para Hegel no existen sustancias, ni por tanto, accidentes como propiedades transitorias o contingentes de tales cosas o sustancias. En Hegel nos movemos en el orden que Kant llamaba de la *realidad* (*Realität*): como una de las subdivisiones de la categoría de la *cualidad*. En Aristóteles, en cambio, las categorías son los géneros supremos o más generales de lo que

72. Dentro de la *Lógica del Ser* (*Seinslogik*), la cantidad (*Quantität*) hace las funciones de la sustancia aristotélica. Lo que Hegel llama específicamente con el nombre de sustancia (*Substanz*) es una de las determinaciones reflexivas de la *Lógica de la esencia* (*Wesenslogik*); es objeto (reflejado) del discurso metaobjetivo (de un reflejar).

realmente es. Sin embargo, hasta demostrar la necesidad de admitir sustancias, el término *accidente*, por el momento, no significa otra cosa más que *ser accidental* (*on kata symbebekos*, *ens per accidens*). Ahora bien, en este sentido no se diferencian las categorías de Aristóteles de las de Hegel. No se diferencian precisamente porque el término accidente se puede interpretar con significación no categorial o predicamental. El accidente, así entendido, es equivalente a ser casual o fortuitamente. Por ello en Hegel las categorías son sólo *momentos*, ya que aún no hemos llegado a lo necesario.

Aristóteles pone un ejemplo que consta de tres contenidos significativos: *hombre*, *blanco* y *culto*. El término *hombre* (o *Sócrates*) parece indicar una sustancia, al contrario de los términos *blanco* y *culto*. En este estadio de la argumentación, el proponente del principio de no-contradicción podría haber pedido a su oponente elegir cualquier palabra, con tal de que signifique algo, o sea no todo, con independencia de si significa o no una sustancia. Ni el contenido significativo de *hombre* coincide con el de *blanco* o el de *culto*. Ni el de *blanco* con el de *culto* o de *hombre*, o el de *culto* con los otros dos. Los contenidos significativos de las tres palabras están entre sí en una relación accidental, fortuita o casual. Los tres se comportan como entes *per accidens* entre sí. Aquí no estamos todavía en el plano real o de juicios, propio del accidente categorial o predicamental.

El término que Aristóteles propone a su oponente es *hombre*: *hombre* no en cuanto referido a una cosa real o sustancia, sino en cuanto instrumento de la comunicación en el plano de la idealidad o de los contenidos significativos. El término *hombre* funciona como instrumento comunicativo porque tiene un contenido significativo; esto es, *hombre* no puede significar lo mismo que significa la expresión *no-hombre*. Dentro del contenido de *no-hombre* caben los de *blanco* y *culto*, ya que ninguno cae bajo la definición de *hombre*. Con esto ya se han distinguido tres significaciones; tres segmentos de la línea separados entre sí por dos signos (*schemata*), marcas o puntos. Con esto concluye la deducción trascendental de la categorías en Aristóteles.

La necesidad de distinguir entre *hombre* y *no-hombre* es un resultado que puede obtenerse partiendo también de *no hombre*. Antes habíamos confrontado *hombre*, no con todo el ámbito ilimitado de *no hombre*, sino sólo con el restringido de *blanco* y *culto*. Ahora, en cambio, al partir de *no hombre*, se hace ver que esta restricción es, en realidad, una restricción arbitraria. El término *no hombre* engloba muchos más contenidos signifi-

cativos que los de las palabras *blanco* y *culto*. En realidad engloba los de todas las demás palabras que no significan *hombre*; es decir, todo lo demás.

Podemos imaginarnos, que en lugar de pedir al oponente que diga una palabra cualquiera, le preguntemos si algo, por ejemplo, lo que tenemos delante, es hombre o no hombre. Si el oponente insiste en que no hay por qué distinguir entre ser hombre y no ser hombre, entonces el oponente podría responder a esa pregunta afirmando que eso es hombre y blanco y grande y raíz cuadrada de dos y raíz cúbica de dos... En una palabra, a cada término se podría contestar con cualquier respuesta. El caos consiste en poder contestar con cualquier afirmación o juicio a cualquier pregunta[73].

El caos procede de no distinguir entre algunas categorías o contenidos significativos, por mínimos que fueren, en el plano ideal o conceptual. Los conceptos tales como *hombre*, *blanco*, *culto*, *raíz de dos*, *raíz cúbica de dos*... etc., no tienen nada que ver unos con otros, se comportan entre sí casualmente o *per accidens*. Esto significa que todos ellos son accidentes entre sí, incluido *hombre* mismo. Que son accidentes entre sí significa que su relación es casual, fortuita y falta de toda regularidad. La existencia de una regla tiene que ver en Hegel con la categoría de la medida. La categoría de la *medida* es el paso previo a la *doctrina de la esencia* en la *Ciencia de la Lógica*. El primer significado de *accidens*, *ens per accidens* es el de contenidos significativos que se comportan como accidentes no categoriales: se comportan entre sí casual o accidentalmente[74].

Con esto llegamos al punto central, a saber, la razón por la que estamos obligados a asociar unos contenidos significativos con otros. La respuesta de Aristóteles es que la razón de esto reside en algo que queda fuera de esos mismos contenidos, y a eso llama sustancias. En esto consiste el núcleo de la deducción trascendental de la categoría de sustancia. Según Aristóteles, asociamos *blanco* con *culto*, no porque ambos tengan algo que ver entre sí (*per se*, *kata auto*), sino porque se da la circunstancia de que se encuentran juntos en otra cosa que no son ellos mismos, por ejemplo, en Sócrates. Por muy contingente que sea esta circunstancia no es

73. Aquí se ve algo con lo que empezamos al principio: que la oposición de contradicción o simple negación traspasa cualquier género.

74. En Hegel nos situamos todavía en la *Lógica del Ser* (*Seinslogik*), puesto que aquí accidente no significa todavía propiedad real o accidente categorial o predicamental. Esto se deja en Hegel para ser objeto de *la doctrina de la esencia* (*die Lehre vom Wesen*).

del todo casual. En el plano de los hechos es realmente casual. Sin embargo, no lo es en el plano de la posibilidad. Es necesariamente posible que unos contenidos significativos aparezcan en unas sustancias, así como es necesariamente imposible que otros contenidos distintos de los primeros aparezcan en ellas. Esto se debe a la esencia de estas sustancias.

En Aristóteles la deducción trascendental de la esencia constituye un paso ulterior. En Hegel, sin embargo, la sustancia es la esencia analizada críticamente. La esencia en Hegel establece una regularidad. Por ello viene precedida en la lógica por la teoría de la regla y de las medidas. La regularidad es que no todo admite todo; esto es, no todas las sustancias admiten todos los accidentes[75].

Para Aristóteles la regularidad trasciende el plano conceptual, el espacio absoluto y puramente lógico, como el comunicativo. Cuestión diferente es que sepamos qué cosas son sustancias. Aquí coinciden Aristóteles y Hegel: en cualquier caso, no se trata de una clasificación de partículas elementales. La divergencia consiste en que para Hegel la sustancia es única y es el sistema completo de nuestras diferenciaciones comunes. En Aristóteles tiene que haber sustancias, independientemente de las que sean. Y los contenidos significativos que las diversas sustancias acepten o puedan aceptar son precisamente los llamados accidentes categoriales. Estos accidentes categoriales ejemplificados individualmente, procedentes de la sustancia, son las propiedades de ésta, de la sustancia misma.

Con esto tenemos aclarada la doble significación de *accidente*. Por una parte, tenemos el accidente en el sentido del llamado *ens per accidens*, es decir, de lo que es o se relaciona de una manera casual o fortuita entre sí. Por otra parte, tenemos el accidente predicamental o categorial en el sentido de los accidentes de sustancias reales (sean éstas conocidas o no). Aristóteles se refiere a la distinción entre estos dos tipos de accidentes[76].

75. Esta selección se lleva a cabo, para Hegel, en el análisis crítico que tiene por objeto *la doctrina de la esencia* (*die Lehre vom Wesen*). Con esta regularidad se establece algo que no viene dado en la *Lógica del Ser* (*Seinslogik*), o lo que para Aristóteles sería el plano ideal, conceptual o lógico. Aristóteles rechaza la existencia del espacio lógico, al contrario que en Hegel y Wittgenstein.

76. "...Pero si todas las cosas se dicen como accidentes, no habrá ningún ente primero del cual se digan, si es que "accidente" significa siempre el predicado de algún sujeto. Será, pues, necesario proceder al infinito. Pero esto es imposible, pues no se unen entre sí más de dos; el accidente, en efecto, no es accidente de un accidente (*symbebekos ou symbebekoti symbebekos*), a no ser porque ambos son accidentes de lo mismo, por ejemplo, lo blanco es músico y esto aquello por ser ambos accidentes de algún hombre. Pero Sócrates no es músico de este modo, porque ambos sean accidentes de alguna otra cosa. Por consiguiente, puesto que unas cosas se dicen accidentes en este

El contexto especial en el que Aristóteles trata esta cuestión es la tesis según la cual los que niegan el principio de no-contradicción eliminan lo sustancial (*ousia* y *ti en einai*) y reducen todo a lo accidental (*symbebekós*). Bajo las expresiones *sustancial* y *accidental* se oculta una ambigüedad. Esta ambigüedad se refleja en la expresión aristotélica *ti en einai*, que indica tanto un contenido significativo en el sentido del accidente como ser fortuito, esto son las *cualidades* (*Qualitäten*) de Hegel, como la esencia de la sustancia en Aristóteles.

En el plano real de los accidentes categoriales como propiedades de la sustancia, no hay proceso al infinito. Lo *blanco* no se dice de *culto* o al revés porque tengan nada que ver entre sí (en el plano del espacio lógico), sino porque es el Sócrates real el que es ambas cosas a la vez. No porque lo *culto* sea una propiedad accidental de *Sócrates blanco*. Aunque Sócrates sea ya *blanco*, la propiedad de ser *culto*, que adquiera ulteriormente, no es una propiedad de *Sócrates blanco*, sino sólo de Sócrates, y nada más. Si en el sentido del accidente categorial no hay proceso al infinito *hacia arriba* (como dice Aristóteles), es porque ningún accidente se une a la sustancia por mediación de otro accidente; cada uno de ellos se le une inmediatamente; es decir, es Sócrates el que es o se vuelve *culto*, no *Sócrates blanco*.

El orden de aparición de las categorías de la *cantidad* y de la *cualidad* en Aristóteles es inverso al orden en que estas categorías aparecen en la *Lógica* de Hegel. *Color* no puede darse sin extensión. Una cualidad física como el color no se da sin la cantidad. Aunque el color presuponga extensión, no es la extensión la coloreada, sino la mesa o lo que fuera. Lo que existe no son sustancias con estos o con aquellos accidentes inherentes a éstas. Lo que existe son sustancias cambiantes. Por ello, ni *culto* es de *Sócrates blanco* ni *blanco* es de *Sócrates culto*. Aquello que es así y de la otra forma es una y la misma cosa; en este caso *Sócrates* (mismo). Sólo Sócrates pasa por diversos estados. Para ver esto hay que recurrir a una

sentido y otras en aquél, las que se dicen accidentes en el sentido en que lo blanco se dice accidente de Sócrates, no es posible que sean infinitas hacia arriba, por ejemplo si se atribuyera algún otro accidente a Sócrates blanco; pues no surge de todos algo uno. Y tampoco lo blanco tendrá como accidente otra cosa, por ejemplo lo músico; pues no es esto más accidente que aquello que aquello de esto; y al mismo tiempo, queda determinado que unos son accidentes en este sentido y otros en el sentido en que lo músico lo es de Sócrates; y no son accidentes de otro accidente los que lo son de este último modo, sino los que lo son del otro, de suerte que no todas las cosas se dirán accidentalmente. Habrá también, por consiguiente, algo que signifique sustancia. Y, si es así, ya hemos demostrado que las contradicciones no pueden ser predicadas simultáneamente". *Metafísica* IV 4, 1007 a 33-b 19. Trad. Valentín García Yebra.

deducción trascendental de la esencia. Esto es lo que Hegel ha visto, junto con Aristóteles, coincidiendo con él incluso desde el punto de vista de la terminología.

3. Sobre la esencia

Aristóteles dice que, por ejemplo, *culto* no se dice de *Sócrates blanco* sino de Sócrates y nada más que de Sócrates. Esto es así en virtud de su esencia; o lo que es lo mismo, en virtud de su forma sustancial o alma. Así mismo, *blanco* se dice de la esencia. Como propiedad, el color blanco es una cosa muy distinta del color, por ejemplo, en el tubo o en la cara de una persona. La propiedad no es el color, pigmento, sino *el tener el color*. La propiedad de *tener el color* lo tiene todo el individuo gracias a su esencia. No lo tiene sólo una parte de su cuerpo, ni tan siquiera todo su cuerpo.

La distinción que aquí opera es la de parte y propiedad. Esta distinción es establecida por Aristóteles en el libro segundo de *Las Categorías*. La mano es algo distinto del tenerla. Lo primero es una parte, y por ello, es en principio algo separable. Lo segundo es una propiedad contingente. Ahora bien, esta propiedad contingente es, sin embargo, inseparable del cuerpo humano. Lo inseparable del cuerpo humano es *el tener manos*. Esto no significa que todo el cuerpo está en la mano como parte. Lo que está en el cuerpo es la propiedad de tenerla. Y esto, aun cuando esa propiedad sea accidental. Esto implica que, por contingentes que sean los accidentes, éstos, las propiedades, se identifican, contingente o temporalmente, con la sustancia. En este sentido, el término *inherencia* resulta inapropiado para describir las relaciones entre sustancia, esencia, y accidentes. El término está sugiriendo una exterioridad o un carácter extrínseco que oscurece la distinción fundamental entre parte y propiedad, entre por ejemplo, *pigmentum* y *color*.

Aristóteles está obligado a admitir esencias. En caso contrario, tendríamos que volver a admitir solamente accidentes. Esto pondría de nuevo en suspenso la validez del principio de no-contradicción. Si no admitimos esencias de sustancias, entonces no tendríamos más que accidentes. Estos accidentes serían ahora accidentes categoriales o predicamentales. Se trataría de accidentes en el sentido de propiedades contingentes reales de

la sustancia, y no accidentes en el sentido de contenidos significativos o ideales que no forman un espacio lógico, es decir, que no se comportan entre sí con una regularidad por mínima que sea; en definitiva, accidentes no en el sentido de ente *per accidens*.

En ese caso, la situación de cada sustancia sería la de un substrato, algo así como un *bloque* sobre el que reposaran las propiedades accidentales. Ahora bien, cada bloque tendría las suyas. En caso de que los bloques no se distinguieran entre sí más que por su distinta colocación en el espacio real, o si internamente fueran indiferenciados, no habría manera de conocer por qué unos accidentes son de esta y otros de otra sustancia. Los bloques, como meros sujetos de los accidentes, serían pura materia uniforme; es decir, sin forma o esencia alguna. Se asemejarían a la definición cartesiana de extensión.

Aristóteles analiza, en el libro VII, cap. 3, esta situación y la califica de materialismo. Platón dejó el mundo material desligado del ideal de manera semejante. La materia uniforme no sería más que una y las sustancias serían meros sujetos o soportes de accidentes que le son ajenos. En realidad no podría haber más que una sustancia, aun cuando se extendiera por un espacio más o menos grande. Esta única materia coincidiría con el espacio, tal como lo definen Descartes y Spinoza. Esta materia coincidiría también con el espacio o receptáculo platónico (*jorá*). En este espacio, las ideas, los accidentes que se comportan accidentalmente entre sí, simplemente se reflejan como en un espejo que no logra nunca identificarse con ellas.

A la sustancia en Locke le acontece algo semejante. En Locke la sustancia se reduce a ser sujeto indiferenciado; esto es, desconocido e incognoscible. Por esta razón, tanto Berkeley como Hume, prescinden de esta sustancia inútil. Pero, sin apoyo sustancial, sin sustancias, propiedades, los accidentes predicamentales o categoriales, segundo sentido de accidente, se convierten otra vez en accidentes en el primer sentido del término *accidente*: accidente en el sentido de contenido significativo ideal, cualitativo en el sentido de Hegel, que nada tienen que ver entre sí, salvo los que tautológicamente constituyen la definición de los otros. El caos de los accidentes se sobrepondría a una única sustancia.

Lo que garantiza la multiplicidad de sustancias, aún cuando ésta sea mínima, son sus esencias propias (*Eigenwesen* en Husserl). Esencia (*essentia*) es la traducción de *ousia*. Al igual que el *accidente* (*symbebekos*), *ousia* presenta un doble sentido: sustancia y esencia. Esencia

tiene a su vez doble significación. Lo que esencia significa es lo que Aristóteles introduce bajo el término de *ti en einai*; es decir, lo que era, para algo, ser (*quod quid erat esse*), o de otra forma más clara, qué (*ti* interrogativo) era ser para algo. *Ti en einai* (esencia) puede significar también dos cosas. Por una parte, lo que algo significa. En este primer sentido (*quidditas*), como contenido significativo, esencia coincide con el accidente en el primer sentido que debemos distinguir: todo aquello de lo que podemos hablar, aún cuando sea sólo un contenido en el reino de la idealidad, de las ideas platónicas, es *esencia* en este sentido.

Aristóteles emplea en ocasiones simplemente *Ser* (*einai*) para referirse a un puro contenido significativo. Por ejemplo, Aristóteles habla de los instantes temporales como aquellos que son muchos, *según el ser* (*toi einai*); es decir, según la definición, (*logoi*) abstractamente. Pero en realidad en cada caso (*ho pote on*) sólo uno. Ésta es una diferencia fundamental entre la mecánica y la física de Aristóteles[77].

Aristóteles emplea en este caso el término *Ser* (*einai*) en el mismo sentido en que Hegel habla del *Ser* en la *lógica del Ser* (*Seinslogik*). Hegel habla de *Ser* como estadio previo a la doctrina de la esencia (*die Lehre vom Wesen*). El *Ser*, en este estadio previo, son las cualidades, esto es, los accidentes como meros contenidos significativos en una relación *per accidens* según terminología de Aristóteles[78].

El segundo sentido de *ti en einai*, en cambio, es en el que nos vamos a centrar. Este sentido es adoptado por Hegel para referirse a la esencia como, hasta cierto punto, diferente del *Ser*. La expresión *ti en einai* no significa propiamente lo que algo significa o pueda significar, el *Ser* hegeliano, sino lo que (*qué*) significa para algo, esto es, para una sustancia *Ser*. La expresión *ti en einai*, en este sentido más desarrollado, es una abreviación de *ti en autoi einai*, *quod quid erat aliquo esse*. En esta expresión, el dativo significa *para eso, para la sustancia de que en cada caso se trate*. En este sentido, la expresión significa la esencia propia (en Husserl *Eigenwesen*), de cada sustancia, al mismo tiempo que significa: qué es propiamente (*ousia*) esa sustancia.

77. En el cálculo infinitesimal, deducido de sus aplicaciones, podemos contemplar implícitamente una afirmación semejante. Aquí, en el cálculo, se trata de aproximarnos lo más posible al valor instantáneo, es decir, real, pero admitiendo simultáneamente la imposibilidad de este procedimiento (definición de límite como axioma de tolerancia dentro de un margen necesario de error que permite una cierta variación).

78. Como veremos más detalladamente, el cálculo infinitesimal prepara en Hegel la teoría sobre la medida que, a su vez, prepara la teoría sobre la esencia.

Hegel no puede detenerse en el primer estadio de la lógica del *Ser*. Esto sería como detenerse ante lo que todavía no es propiamente, es decir, en la *cantidad*. Esto tampoco es posible en Aristóteles. Hegel no se detiene aquí, es decir, en la escisión entre *cualidad* (esencia, propiedad,...) y *cantidad* (sustancia individual) por reproducir de nuevo una posición platónica con dos mundos, el ideal y el real, sin otra conexión que la doctrina de la participación de lo real a lo ideal. Hegel ve la *medida* como lo que media entre la *cualidad* (idealidad) y *cantidad* (lo numerable real) como vía de paso de la doctrina del ser a la doctrina de la esencia. La esencia tiene como objetivo la síntesis de *cualidad* y *cantidad* más allá de la participación platónica. La participación platónica deja ambos planos, el de los accidentes y el de la sustancia, cada uno por separado. De lo que ahora se trata es de saber qué significa la esencia *en* las cosas o sustancias (en Aristóteles primero materialmente: *eidos enhylon*). En Hegel, como propiamente no hay cosas independientes unas de otras[79], se trata de saber qué es la esencia del *Ser*.

La necesidad de pasar del *Ser* a la esencia en Hegel se debe a que muchas de las hipótesis, conjeturas, tesis, teorías u opiniones que nos formamos, o que las ciencias se forman, de cualquier cosa, causa, cuestión, proceso... tienen que estar sometidas a revisión. Esto explica la marcha natural de la ciencia, al mismo tiempo que explica el imperfecto del término *era erat* (o *en*) que aparece en el significado de la esencia. Los problemas o las cuestiones permanecen, lo que cambian son las respuestas. No existe una total discontinuidad ni en el desarrollo de la ciencia ni de las ideas en general[80].

En los cambios están coimplicados los conceptos de continuidad y discontinuidad, de lo mismo y lo diferente; en una palabra, la coimplicación de la sustancia con su esencia propia y los accidentes[81]. No olvidemos que Hegel habla de la sustancia histórica. También a este respecto la comparación con Aristóteles es pertinente. La sustancia y los

79. En eso consistiría su holismo sustancial.

80. Aquí es donde Hegel combina la continuidad y la discontinuidad: es cierto que en la mecánica cuántica se han sometido los conceptos semánticos de la física a una fuerte revisión, pero no se han eliminado sin más, ya que seguimos hablando de posiciones y de momentos (masa, gravitación,...). Por esta razón, la mecánica de Newton sigue siendo igualmente válida, así como la einsteniana no es más que una generalización de la newtoniana.

81. La continuidad y la discontinuidad, la simplicidad o la composición no son predicados de objetos. Son, más bien, dimensiones reflexivas referibles sólo a los conceptos, no extrapolable a un lenguaje objetual.

accidentes no tienen una relación externa, de *inherencia*, sino en la relación puesta de relieve por el libro de la *Metafísica* más claramente que en el libro de *Las Categorías*.

En la interpretación de esta relación como *inherencia*, la sustancia, y sobre todo la esencia, aparecen como un sujeto o soporte de propiedades o como un núcleo inmóvil. Este núcleo no es afectado por los cambios de accidentes que acontecen únicamente a su alrededor. Si esto fuera así, la sustancia no tendría por qué ser investigada una y otra vez de acuerdo a esos cambios, y menos aún la esencia. La sustancia o esencia inmóvil pertenece sólo al concepto abstracto de especie, que en griego recibe el nombre de *eidos* igual a la esencia como forma (*eidos*).

Tomás de Aquino aclara la situación desde el punto de vista terminológico al distinguir entre *forma esencial* (*forma essentialis*) y *forma sustancial* (*forma substantialis*). Aristóteles señala que nada general constituye la esencia *en ti en einai* de cualquier cosa[82], y que la forma esencial es general, por no indicar más que la especie (*eidos* en cuanto *species*) a la que pertenece un individuo, y por ello mismo no puede ser lo más propio (*ousia, prote ousia*) de éste. Sólo la forma esencial o abstracta, la especie, sustancia segunda en el Libro de las *Categorías*, es lo que no se modifica, lo que permanece inmóvil. En cambio, la forma sustancial, como por ejemplo el alma de un individuo humano, eso si que se modifica al modificarse el individuo cuya esencia constituye propiamente esta forma (sustancial), cuyas modificaciones provienen del cambio de accidentes.

Este tipo de consideraciones adoptan en Hegel una aplicación concreta. La lógica de Hegel, lejos de ser una disciplina abstracta, y por ello desligada de la realidad histórica, es un análisis conceptual del significado de toda actividad científica en continuo cambio. Este cambio continuo, en que consiste la actividad del hombre, constituye lo que llamamos mundo o realidad. Se trata de un continuo cambio accidental. Este cambio supone un progreso. Pero lo esencial es que esto significa que la ciencia tiene que ver con el error. Todas las teorías necesitan ser descartadas o completadas en el curso de la investigación. Esto va constituyendo un sentido del tiempo, el histórico, que se diferencia del tiempo como parámetro matemático objeto de la mecánica. Lo que Hegel investiga en *la doctrina sobre la esencia* (*die Lehre vom Wesen*) son las estructuras fundamentales y las condiciones de posibilidad de los procedimientos teóricos de corrección,

82. En el libro VII capítulo 13 de la *Metafísica*.

rechazo y selección. Estas estructuras fundamentales son las mismas que las elaboradas por Aristóteles en su teoría sobre la sustancia *ousia* (sustancia y esencia) en su *Metafísica*.

Según Hegel, la *esencia* (*Wesen*) es *lo que ha sido el Ser* (*das Gewesene*, *Was das Sein gewesen ist*). Pero lo que el *Ser ha sido* no ha pasado simplemente (esto sería *das Vergangene*). Lo que continúa en la esencia es el mismo *Ser* (en el *Wesen*). Pero continúa modificado. La situación se invierte en este preciso momento. La *Lógica del Ser* se concreta primero en las *cualidades*, que se corresponderían con los accidentes aristotélicos en el sentido no categorial o predicamental. En cuanto que la lógica es el *Ser* modificado, corregido, mejorado en el curso de la investigación científica sobre las cuestiones que sean, la *esencia* es el *Ser* modificado por los accidentes[83]. Desde el punto de vista aristotélico, la inversión tiene lugar desde la distinción de sentidos que presenta el término *accidente*. Aquí opera la esencia aristotélica como *ti en einai* (*qué era el Ser*) en el sentido de la forma sustancial. La esencia opera aquí no sólo como pasado que continúa en el presente de la fórmula, sino que esa pervivencia no es una pervivencia estática como la de la especie.

Si interpretamos la fórmula enigmática de Aristóteles para la esencia *to ti en einai* como un *imperfecto filosófico* (Paul Natorp), entonces la fórmula adquiere el siguiente sentido bastante similar al de Hegel: *como ya antes habíamos quedado, podíamos seguir considerando tal o cual fórmula como la definición de tal o cual cosa*. Con esta imprecisión se consigue, no tanto fijar la esencia en una fórmula, como todo lo contrario: dejarla abierta a futuras investigaciones. La esencia hegeliana insiste precisamente en este aspecto; a saber, la *esencia* es lo que era el *Ser*, por lo que este mismo destino le depara a ella misma, al estado actual de la investigación como fijación.

La *esencia*, en la que el *Ser* se torna *apariencia*, es caracterizada por Hegel como la esfera de la *apariencia* (*Schein*). Hegel denomina expresamente a la *esencia* con el término de *apariencia*. Aristóteles afirma en el *De Anima* que pretender captar definitivamente la esencia del hombre o de lo que sea en una definición, es algo absurdo, *que da risa* (*geloion*). En Hegel el proceso de corrección termina en *la doctrina del concepto* (*Begriffslogik*). Allí explicita la *identidad de Ser* (sustancia) y *esencia*. En *la doctrina de la esencia*, la *apariencia* se manifiesta como tal. La con-

83. Los accidentes no se modifican, tal como observa Kant.

cepción de Hegel se muestra en la nueva denominación que las categorías del *Ser* adoptan en *la doctrina de la esencia*; Hegel habla ahora de *determinaciones de la reflexión* (*Reflexionsbestimmungen*), más propiamente que de categorías: *Identidad*, *diversidad*, *oposición*, *contradicción*.

La doctrina de la esencia es una reflexión especular. La *apariencia* son los reflejos de un espejo. Aquí existe un claro paralelismo entre la *Lógica* de Hegel y la monadología de Leibniz. *La doctrina de la esencia* tiene carácter intermedio porque en un espejo la imagen no se identifica con lo reflejado. En el plano de *la doctrina de la esencia*, la mediación entre sustancias o esencias y accidentes, no es todavía perfecta. El hecho de que esta mediación no logra la identidad perfecta, entre sustancia y esencia, de un lado, y accidentes, de otro, es algo admitido por Aristóteles en la *Metafísica* (no en Libro de las *Categorías*, donde habla de *inherencia*). A la identidad, sin los reflejos aparentes y perturbadores de las determinaciones de la reflexión, se llega en Hegel en *la doctrina del concepto*. Al final, en el contexto del *holismo total* propio de Hegel, así como de Anaxágoras, Spinoza o Quine, es una sola sustancia la que se identifica con los accidentes. Con ello, la diferencia entre apariencia y realidad se relativiza, junto con la posibilidad de una primera o última inmediatez.

La doctrina sobre la esencia *imperféctica* (*qué era Ser*) y la marcha, progresiva, de la ciencia (sus constantes cambios, correcciones y modificaciones) manifiesta la inspiración aristotélica de Hegel. La esencia de las cosas no es captable al margen de las concepciones que sobre ellas se hayan ido elaborando a lo largo de la historia. El desarrollo del cálculo infinitesimal por parte de Leibniz y Newton es incomprensible sin la visión orgánico unitaria de las aportaciones de Eudoxo, Arquímedes, Cavalieri, Barrow... Esto hace del método general de Hegel, (de su visión *visión unitaria*), un desarrollo de lo que en Aristóteles es el método de la *Metafísica*: la *analogía* (*to analogon synoran*). La analogía es ver la identidad de una función común en una multiplicidad de contenidos dispersos. El mismo Aristóteles contempla su *Metafísica* como el resultado analógico de sus predecesores, y, en cuanto perfectible, siempre provisional.

La diferencia fundamental entre Aristóteles y Hegel reside en lo que hemos llamado *holismo sustancial* y *holismo total*. El *holismo sustancial* se limita a cada una de las sustancias, las que fueren. En Hegel, en el fondo, la esencia y los accidentes de una cosa no difieren en nada. En la

doctrina del concepto, Hegel afirma que la sustancia no es otra cosa que la totalidad de los accidentes. La *totalidad* (*Totalität*) se toma aquí en el sentido de *holismo total*, y por ello, en su estricto sentido. Aquí aparece la noción del *concepto supremo de todos los predicados* (*Inbegriff aller Prädikaten*).

4. El objeto de la metafísica: Hegel frente a Aristóteles y Schelling

Toda crisis es purificación (*jede Krisis ist Ausscheidung*)[84]. Ésta es la expresión que Schelling acuña para definir la *Metafísica* de Aristóteles. Schelling entiende la *Metafísica* de Aristóteles como el proyecto que Kant no consiguió llevar a término en la *Crítica de la Razón pura* (*Kritik der reinen Vernunft*). Para Schelling, la tarea de la *Crítica* queda inconclusa. La imposibilidad de terminar la tarea radica en que Kant no contempla la necesidad de abandonar, de deshacerse de todos los contenidos (denominados por Kant (*omnitudo realitatis*), (*Inbegriff aller Möglichkeiten*), *conjunto de todas las posibilidades*, para dar con el ideal de la razón, *Dios*, como algo más que una ilusión trascendental.

El sentido de esta problemática se resume así: una vez eliminado el conjunto de todos los contenidos significativos posibles, la razón puede dar con una realidad por la que tenga que guiarse, y no ser ella la que imponga sus leyes. Falta, por tanto, mostrar la trascendencia absolutamente purificada de una realidad, que por carecer completamente de contenido determinado (finito) alguno, no pueda no ser de otra manera y garantice así la validez última del principio de no-contradicción. De la trascendencia absolutamente purificada depende todo lo demás. Sin esta trascendencia, por el contrario, nada de lo que existe existiría. De esta forma volveríamos irremisiblemente al caos de la indiferenciación que se trata de evitar desde el principio. El caos de la indiferenciación es lo que busca Hegel evitar desde los primeros compases de la *Lógica*. En este pun-

84. Schelling, F. W. J.; WW XIII, 68 (ed. K. F. A. Schelling). Véase, Inciarte, F., "Kritik und Metaphysik: Zur Synthese von Aristotelischer Metaphysik und Transzendentalphilosophie". Wiener Jahrbuch für Philosophie, Herausgegeben in zusammenarbeit mit Leo Gabriel/ Friedrich Kainz/ Viktor Kraft/ Ulrich Schöndorfer. Wilhelm Braumüller. Wien-Stuttgart. Band I/1968.

to coincide el proyecto de la Lógica de Hegel con las especulaciones de Schelling y de Aristóteles. Sólo lo que carece de potencialidad es capaz de evitar esta indiferenciación. Ahora bien, carecer de toda potencialidad es carecer de todo contenido.

El pensamiento del último Schelling abre las puertas a la mística. Este misticismo es, por otra parte, el que Hegel pretendía evitar a toda costa. Schelling descubre el marco teológico que define todo el camino de la *Metafísica* de Aristóteles. El horizonte de la teología natural se puede notar ya en el último libro de los dedicados a la doctrina de la sustancia, en el que se señala claramente el marco teológico en el que se inscribe el libro XII (cap 6 y 8 del libro IX, y los cap 6, 7 y 9 del libro XII). Schelling es consciente de que el largo camino de la *Metafísica* de Aristóteles está marcado por una progresiva eliminación de lo cualitativo; es decir, de los contenidos significativos ideales.

En este sentido, Schelling alaba a los escolásticos por haber traducido el término *eidos* por *forma sustancial*, véase *alma* por ejemplo[85]. Esto supone un progreso importante en este camino frente al significado de *forma esencial* o *especie*, por ejemplo *hombre*. En el camino hacia el acto puro, este es el progreso representado por el método de la formalización frente al de la generalización (camino seguido fundamentalmente en la *Lógica* de Hegel). El pensamiento escolástico traduce *eidos*, no por *essentia*, sino por *forma*. Con esta preferencia se refleja la prioridad de la *forma substantialis*, esto es, *alma* como forma del cuerpo, frente a la *forma essentialis*; esto es, *hombre* como aquella especie a la que pertenece Sócrates. La primera, *forma substantialis* es en la *Metafísica* la *sustancia primera*. (En el Libro de las *Categorías*, como ya vimos, Sócrates es sustancia primera y hombre es sustancia segunda).

También Schelling, al igual que Hegel, parte del plano de los contenidos ideales para iniciar su camino ascendente de progresiva purificación de la razón. Aristóteles toma su punto de partida en la realidad de la sustancia material. Ahora bien, esto sólo es así después de haber deducido la necesidad de asumir sustancias. Aristóteles realiza esta deducción tras partir él mismo de puros contenidos significativos. En este modo de proceder a partir de puros contenidos significativos coinciden Aristóteles, Schelling y Hegel. Schelling, al igual que Hegel, se mantiene en ese plano ideal. Ahora bien, no hasta el final.

85. XI 406.

La *Lógica* de Hegel, por su parte, siempre queda encerrada en este plano (ideal) hasta el final. En Schelling, los contenidos ideales constituyen la materia de las *potencias del ser*, no la materia corporal. La expresión *las potencias del ser* indica que Schelling se coloca de entrada en el plano de la *Lógica* de Hegel. Este plano es el del *Ser* que cada vez se va encontrando más a sí mismo (el *Ser* de Hegel tiene que ver fundamentalmente con ser-sí-mismo; esto es, con una tarea).

En la *Lógica* de Hegel, la materia en cuestión tampoco es la materia corporal. La *Lógica* de Hegel trata de una materia ideal o intelectual desde el principio hasta el final: desde el *Ser indeterminado* hasta el concepto más pleno de la *Idea* antes de que ésta se decida libremente a exteriorizarse en la naturaleza sensible, objeto de la filosofía de la naturaleza como primera parte de la filosofía real. Tanto en Hegel como en Schelling, la materia en cuestión es el medio en que se mueve el pensamiento. La materia corporal no hace su aparición en Schelling con la sustancia como en Aristóteles.

La materia corporal del mundo hace su aparición en Schelling sólo cuando la *Idea*, *Ser* o *Concepto* de Hegel, se ha purificado suficientemente como para percibir la posibilidad de librarse de toda materia y potencialidad ideal. Schelling sigue la argumentación aristotélica, aunque todavía en el plano ideal, hasta el encuentro de la materia corporal y sensible: esto ocurre en Schelling cuando las *potencias del ser* alcanzan lo que Aristóteles llama *Intelecto* (*Nous*). Este intelecto no es individual, sino cósmico, y no es el de un cosmos corporal, sino el de uno ideal.

En ese momento, el *Ser*, en la forma más desarrollada de *Intelecto* (*Nous*), se sitúa en una encrucijada: o bien se somete en una decisión puramente racional al principio de lo que no consiste ya más en esto o lo otro que actúa sino en puro actuar, o bien, se independiza de él en una decisión irracional por el mal. Sólo cuando el intelecto se independiza irracionalmente de su primer principio, se rebela contra él, y se decide por el mal, es cuando surge el universo en sus dimensiones irracionales de espacio y tiempo[86].

Esta especulación parece puramente mítica. Todavía más mítica si consideramos las narraciones, históricas o no, como la del pecado original o la de Prometeo, a la que el mismo Schelling se remite en este contexto (antes de llegar a la Filosofía positiva de la Mitología y de la Revelación).

86. La consideración del espacio y del tiempo como algo irracional depende de Kant.

La concepción del mundo corporal como una *caída* (*Abfall*) desde el mundo de la idea, una caída por lo demás catastrófica en la dirección al mal real que en el mundo ideal sólo existe potencialmente, es fruto de la influencia que Schelling recibe del gnosticismo y del neoplatonismo. Sin embargo, lo mítico aquí todavía no juega el papel que adoptará más tarde. Hasta entonces, Schelling no hace más que seguir la rigurosa argumentación racional de la Metafísica de Aristóteles. Con la diferencia de que, como lo hace Hegel en su *Lógica*, él también lo hará en el interior de la esfera de la idealidad, antes de liberarse por completo de ella, como Aristóteles al llegar al acto puro.

A la caída del *Ser* en la irracionalidad del espacio y del tiempo corresponde en Hegel, al final de la *Lógica*, la decisión del *Ser*, una vez que se ha encontrado a sí mismo como *Concepto* e *Idea*, de exteriorizarse o enajenarse en la realidad de la naturaleza y del espíritu. Estos son los dos temas de lo que en Jena, Hegel había llamado filosofía real a diferencia de la idea de la *Lógica* misma. En Schelling, en lugar de una decisión al final del camino del ser ideal, la caída ocurre en forma de una catástrofe cósmica en medio del proceso ideal. Sin embargo, lo que une tanto a Schelling como a Hegel con Aristóteles es que han seguido siempre el mismo hilo conductor: la validez incondicional del principio de no-contradicción.

Precisamente en este punto, Schelling se distancia decididamente de Hegel, al igual que de Kant. Sólo lo que no puede ser en absoluto de otra manera satisface la naturaleza incondicional de algo. Por ello, la razón, cuyo principio rector es ese mismo principio, sólo puede descansar en lo que no es nada más que su propio actuar. Este es el *acto puro* de Aristóteles, ausente de la *Crítica de la razón pura* (*Kritik der reinen Vernunft*) de Kant como de la *Ciencia de la Lógica* (*Wissenschaft der Logik*) de Hegel.

Sólo en una actividad que no lo es de nada ni de nadie, una actividad absolutamente separada, no puede en absoluto ni ser de otra manera ni dejar de ser. El mismo Schelling advierte que se trata de la *separatio*[87]. Tomás de Aquino habla concretamente de *separatio* en su comentario al *De trinitate* de Boecio, por contraposición a la *abstractio*. La *separatio* es la formalización metafísica que llega a lo que puede existir sin materia alguna. Sólo en ella puede el principio de no-contradicción encontrar, por

87. Tomo XI, p. 488.

tanto, su validez incondicional y la razón el fin de todos sus esfuerzos. Este fin será un nuevo comienzo: el comienzo de la filosofía positiva. La catástrofe cósmica que da origen al universo corporal da también lugar a una respuesta por parte del principio que consiste en la pura actividad del acto puro.

Las etapas intermedias entre la justificación del principio de no-contradicción y la pura actividad del acto puro, constituyen los trechos más elaborados de la *Metafísica* aristotélica. La pura actividad del acto es purificada de toda materia sensible e intelectual. Si prescindimos de la catástrofe cósmica, por la que surge el mundo corporal, el discurso de Schelling, vuelve de momento al plano del mundo puramente ideal representado por las *potencias del Ser*. *Potencia*, lo que de no ceder la preferencia al auténtico principio del acto puro puede tanto *ser como no ser*, significa aquí lo que se opone a la plena validez del principio de no-contradicción. Todo contenido significativo captado en una expresión nominal está sometido a la indecisión entre *Ser* y *no-Ser*. De nada de lo que nos podamos formar un concepto expresable nominalmente es contradictorio pensar su *no-Ser*: *hombre*, *número*, *curva*... Tanto Aristóteles como Schelling conciben la necesidad de admitir una pura actividad expresable sólo de manera verbal. Por ello, exigen un largo proceso catártico por el que la mente se purifica de todo contenido significativo cediendo la preferencia, a lo que por ser puro acto, no puede ser precedido por ninguna potencia o posibilidad de *Ser* o *no-Ser*.

El esquema de este proceso catártico es el mismo en cada una de las fases. En la primera fase la razón se purifica de los accidentes. Se trata de percibir por qué *culto* no es un atributo de un *hombre blanco*, sino simplemente de un *hombre*, por ejemplo Sócrates, aunque éste sea blanco. La razón es que *lo blanco* no existiría sin esta o la otra sustancia, de modo que *blanco* incluye sustancia en su significación. *Hombre blanco* significa en realidad *hombre hombre blanco*. Puesto que con el predicado *(...) es culto* ocurre lo mismo, es fácil pensar el doble proceso al infinito que surgiría si no fuera *el hombre* sin más lo que es *culto* sino más bien *el hombre blanco*. Por ello, Aristóteles dice que *no se unen entre sí más de dos*. Esto significa que cada accidente lo es inmediatamente de la sustancia. Lo cual es equivalente a decir que no hay más que sustancias en ese u otro estado global de su desarrollo. Cada accidente que podamos nombrar por separado no es más que un índice abstracto de ese estado.

Pongamos tres letras, por ejemplo, *S*, *B* y *C*, de las cuales *S* representa la *sustancia*, *B* la *blancura* y *C* el *ser culto*. Escribimos las dos últimas letras sobre la primera. Ninguna de las tres es reconocible de por sí. Sin embargo, abstrayendo de ese carácter no reconocible, podemos decir que las tres letras están incluidas en un garabato resultante. Eso significa que podemos distinguir juicios verdaderos y juicios falsos sobre ese extraño compuesto mixto. La prueba es que a la pregunta de si ahí está contenida una *C*, o cualquiera de los segmentos que la componen, la respuesta es afirmativa. Mientras que si formulamos la misma pregunta con respecto a una *D*, la respuesta es negativa.

No se conculcan ni el principio de no-contradicción ni el de tercio excluso. Sin embargo, se da una mezcla semejante a la que Aristóteles decía que en Anaxágoras invalidaba el principio de tercio excluso. La diferencia es que en Anaxágoras la mezcla abarca todas las cualidades en sentido hegeliano o accidentes en sentido aristotélico. En Aristóteles la mezcla, no es, por lo menos, ilimitada. Se trata de nuevo de una diferencia entre *holismo sustancial y total*. Como consecuencia, en Anaxágoras, antes de que el intelecto divino (*Nous*) intervenga, ningún predicado significa nada y, por ello, cualquier juicio es falso. En estas circunstancias, somos nosotros, la humanidad, la ciencia hegeliana, los que construyen el mundo de la experiencia y otorga la validez a los principios para construir y seguir construyendo el mundo.

Lo importante en el proceso catártico de la razón es el hecho de que la estructura argumentativa detectada en cuanto a los accidentes, categoriales en este caso, con respecto a la sustancia, se repite en el interior de la sustancia. Lo que dijimos de *hombre blanco* como sujeto inadecuado para la predicación de *culto*, vale también incluso para *hombre*. También respecto a él se da un proceso al infinito. El contenido significativo de *hombre* no existe, en realidad, sin ninguna materia que le haga de soporte o sujeto: *hombre* ya significa algo así como *materia que es hombre*, y por tanto, *materia que es materia que es hombre* y así indefinidamente.

Dado que *hombre* es el resultado de una generalización, en Aristóteles llamada *joriston kata ton logon* y en Tomás de Aquino *abstractio totius*, esto es, abstracción por la que se retiene el todo de materia y forma en el plano de lo general, se podría pensar que el proceso al infinito quedaría cortado si se tomara sólo la forma en consideración, tal como por ejemplo, el alma de este hombre: su racionalidad. Esto corresponde al procedimiento de la formalización a diferencia del de la generalización.

El método de la generalización corresponde en Aristóteles sólo al de la separación según el concepto, *joriston kata ton logon*. Sin embargo, se distingue de la separación sin más, *haplos*, o real, y en la escolástica al de la *abstractio totius seu totalis*. A la formalización, sobre todo matemática, Aristóteles la llama *aphairesis* y la escolástica *abstractio formalis seu partis*: tomar una parte, por ejemplo una forma accidental, *número*, *curva* o lo que fuere, dejando de lado la materia general, de hombre o de lo que sea, de la que la generalización todavía no se desentiende.

De este modo, según el proceder de la formalización, no se llega a la proliferación de formas a que se llega con *hombre blanco* o, simplemente, con *hombre*. En la definición puramente generalizadora de *hombre* como *animal racional*, no como *racional* sólo, *animal racional* significa *animal animal racional*, y así sucesivamente. La formalización constituye, frente a la generalización, un progreso en el camino de la purificación de la razón. *Racional*, a diferencia de *hombre* (=*animal racional*), es resultado de una formalización semejante a aquella por la que obtenemos las entidades matemáticas. Indica algo que actúa de esto o del otro modo, tal como por ejemplo, piensa, sin ser por sí mismo ese actuar o pensar. Esto quiere decir, en primer lugar, que lo mismo que actúa puede dejar de actuar, y, en segundo lugar, que lo mismo que puede dejar de actuar puede dejar de ser en cuanto le falte el soporte material, ya sea de la animalidad o de lo que sea. Todo esto significa que la mente no puede detenerse aún aquí; esto es, que aún no ha llegado a lo que es su propio ser, sino que sigue inmersa en lo que, en expresión de Schelling, no es más que *potencia de Ser* o en palabras de Hegel *lo que no es sí mismo*.

La inestabilidad entre *Ser* y *no-Ser* no viene, sin embargo, simplemente dada por la presencia de un contenido indicativo de una materialidad corporal, como en el caso de la *animalidad* implicada aún en la *racionalidad*. La misma inestabilidad resultaría de una intelectualidad que no fuera, como la meramente racional, la de un *animal*. Un *puro intelecto* (*nous*) que sólo se identificara contingentemente con su pensar o *inteligir* sería algo, expresable nominalmente, cuya inexistencia, como tal *algo*, sería pensable sin contradicción.

Lo único que es pensable sin contradicción es lo que no consiste en *esto o lo otro* y después *actúa de esta o la otra manera*, sino nada más que en actuar, sea ese actuar *Ser*, *vivir* o *pensar* (*esse*, *vivere*, *intelligere*). Aquí nos movemos en los confines más extremos de la racionalidad.

La exigencia propia del principio de no-contradicción requiere cumplir plenamente con las exigencias de purificación de toda potencia o posibilidad de *no-Ser*. Para ver que sólo el acto puro cumple estas exigencias, ya no se necesita razonamiento, sino una intuición. Se trata de ver aquello a lo que los razonamientos anteriores no han hecho más que prepararnos. La situación es semejante a aquélla en la que nos encontrábamos al inicio de toda la argumentación en la que consiste toda la *Metafísica* de Aristóteles, el último Schelling y, hasta cierto punto, también Hegel.

Schelling, naturalmente cuenta con la *Crítica de la razón pura* (*Kritik der reinen Vernunft*) y con la *Ciencia de la Lógica* (*Wissenschaft der Logik*). Al principio de la argumentación era imposible demostrar la validez del principio de no-contradicción. Este principio es la condición de posibilidad del pensamiento. El pensamiento no lo puede demostrar, sino que lo tiene que presuponer como su propia posibilidad. La demostración sólo puede ser indirecta; a saber, viendo las consecuencias a que conduce su negación.

La situación ahora es análoga, pero no es igual. Antes se trataba de ver las consecuencias de negar el principio. Ahora se trata de ver el principio mismo, no sólo en sus consecuencias. Ver el principio significa darse cuenta de que de una actividad que no sea actividad de esto o aquello sino actividad existente como tal actividad, de existir, no se puede pensar su no existencia. Esto es darse cuenta de que esa actividad, de existir algo, tiene que existir como lo que depende todo lo que existe como mera posibilidad.

Lo posible puede *no Ser*; lo único que no puede *no Ser* es lo que no es posible sino simplemente actual o real. Lo real es lo que no consiste más que en su existir. La dificultades para advertir esto proceden de que al pensar nosotros siempre contamos con un *contenido significativo* (*Etwas*). Esto es lo que aquí habría que abandonar. Nosotros sólo podemos mantenernos un momento en esa visión, de nada particular, de ningún *algo*, mientras que el *Dios* (*ho teos*) es esa visión ininterrumpidamente (*noesis*). La dificultad es que aquí nos enfrentamos con lo único que merece ser llamado *un principio* (*arje*). Un auténtico principio es aquello a lo que no le precede nada, ni tan siquiera su propia posibilidad. A eso llamamos originario, o tal como dice Schelling, *original*. El *original* es aquello en lo que no se puede ni pensar ni creer antes de verlo; en un solo término, aquello a lo que no puede preceder nada, ni tan siquiera su propia posibilidad.

Se trata de percibir la diferencia entre *el intelecto* (*intellectus*, *nous*), un intelecto sin mezcla de animalidad, así pues, no racional, y lo que llamamos *inteligir*, o tal como dice Aristóteles, entre *nous* y *noesis*. *Nous* es el nombre que está por algo que conoce, entiende o piensa; *noesis* es también un nombre, pero que no está por nada que conozca, entienda o piense, sino por el mismo conocer, entender o pensar. Podríamos decir que *noesis* (*intelección*) no es un término nominal, sino verbal. Este término está por el pensar del pensar (*noesis noeseos*).

Hegel termina su *Encyklopädie* (*Lógica*, *Filosofía de la Naturaleza* y *Filosofía del Espíritu*) con una cita de Aristóteles en el original griego. La traducción castellana dice así: *La intelección por sí misma tiene por objeto lo que es más noble por sí mismo, y la que es en más alto grado, lo que es en más alto grado. El entendimiento se entiende a sí mismo por captación de lo inteligible; pues se hace inteligible entrando en contacto con lo inteligible, de suerte que entendimiento e inteligible se identifican. Pues el que puede recibir (to dektikon) lo inteligible y la sustancia es el entendimiento, y está en acto teniéndolos, de suerte que esto más que aquello es lo divino que el entendimiento parece tener, y la contemplación es lo que da más placer y lo más noble. Si, por consiguiente, Dios se halla siempre tan bien como nosotros algunas veces, es cosa admirable; y si se halla mejor, todavía más admirable. Y así es como se halla. Y tiene vida, pues el acto del entendimiento es vida, y él es acto. Y el acto por sí mismo es vida nobilísima y eterna. Afirmamos, por tanto, que Dios es un viviente eterno nobilísimo, de suerte que Dios tiene vida y duración continua y eterna; pues Dios es eso*[88].

Hegel termina su *Enclyclopädie* con este texto, por estar de acuerdo con su filosofía. *Dios* para Hegel no es, como para Aristóteles, algo completamente separado (*kejorismenon*). *Dios* en Hegel es, más bien, todo lo que en el mundo hay de más noble, lo real en cuanto que coincide con lo racional, y viceversa. Dios sería la humanidad personificada.

Este texto citado no es del todo conclusivo para Aristóteles. En este texto no se ha dado aún el paso del entendimiento al entender, del intelecto (*nous*) al inteligir (*noesis*). El entendimiento se podría aún considerar como algo que recibe lo entendido o inteligible, de modo que fuera menos noble que esto último. Puesto que lo actualmente entendido e inteligido es lo que es potencialmente entendible o inteligible, el reino de la inteligibi-

88. *Metafísica* XII 7, 1072 b 18-30. Trad. Valentín García Yebra.

lidad sería aquí el que prima. Esto tendría graves consecuencias; sobre todo tiene el inconveniente de que este es el reino de los contenidos significativos de que la argumentación de la Metafísica de Aristóteles había partido, pero de los que tiene que ir purificándose progresivamente: pasando de *hombre blanco*, a *hombre*, y de *hombre* a *racional*, y de *racional* a *intelectual*. El progreso impulsado por la necesidad de dar cuenta de la validez incondicional del principio de no-contradicción habría sido más ficticio que real.

No se trata tanto de contenidos empíricos, como de las estructuras de pensamiento que ellas simplemente ejemplifican. Esto es evidente en Schelling, ya que reconoce con Hegel, que la esfera en la que se mueve es la esfera ideal. Hasta que acontece la catástrofe cósmica que da lugar a la individualidad empírica, incluida la de las personas humanas, Schelling se mueve en el plano ideal. En Aristóteles no se da una teoría de la creación como la de Schelling con fuertes rasgos gnósticos y neoplatónicos: la creación como catástrofe o, en el caso del neoplatonismo, como caída hacia la materia.

El no liberar acríticamente a la razón de todo contenido significativo o ideal quedándose así en el conjunto de todos esos contenidos había llevado a Kant a dar como inválidas las pruebas de la *existencia de Dios* y a limitar los alcances de la razón al ámbito de lo que pueda experimentar en este mundo, dejando un lugar vacío para todo aquello que pudiera trascenderlo. Este ámbito vacío es el que Hegel se encarga de eliminar. Según el Schelling maduro, ni Kant ni Hegel consiguen completar la tarea de purificación crítica de la razón cuya necesidad había puesto de relieve ya el mismo Kant. Kant no logra deshacerse de la *omnitudo realitatis*. En esta expresión, empleada por el mismo Kant, *realitas* significa *Sachheit*, de *Sache=res*, y *Sachheit* significa *contenido significativo*. Al conjunto de los contenidos significativos, Kant lo llama también *conjunto de todas las posibilidades* (*Inbegriff aller Möglichkeiten*). Se trata del reino puramente ideal en que queda inscrita la *Lógica* de Hegel desde el principio hasta el final.

Para romper este cerco, es necesario purificar la razón sometiéndola a una *crisis definitiva*. Por esta *crisis*, la razón debe liberarse de la *omnitudo realitatis* como el conjunto de todo lo meramente posible. Se trata de la crisis última de la razón, ya que el conjunto de lo posible es, a la vez, el conjunto de lo inteligible. Schelling exige un *sacrificium intellectus*, un sacrificio por el que la razón, sin embargo, se encuentra a sí misma al

llegar a su máximo extremo. Lo que amenaza ahora no es la irracionalidad, sea la que Schelling decía del espacio y del tiempo, o sea la que fuere, sino la supraracionalidad del intelecto, es decir, del inteligir mismo divino, que puede mantenerse en lo que el humano no consigue más que tocar (*thinganein*) instantáneamente[89].

Es interesante observar que Aristóteles no culmina en *Metafísica* con el texto que le sirve a Hegel de colofón de todo su sistema. Aristóteles no da por culminado el argumento de la Metafísica, y termina añadiendo otro texto. Entre tanto queda todo el capítulo 8 del libro XII, que interrumpe el curso de la *Metafísica* con detalles astronómicos, pero esto no viene al caso. El nuevo texto dice: *Pero lo relativo al entendimiento plantea algunos problemas. Parece, en efecto, ser del más divino de los fenómenos; pero explicar cómo puede ser tal, presenta algunas dificultades. Pues, si nada se entiende, ¿cuál será su dignidad?. Más bien, será, entonces, como uno que durmiera. Y si entiende, pero depende en esto de otra cosa, pues su sustancia no es esto, es decir, intelección, sino potencia, entonces no será la potencia más noble; su nobleza, en efecto, la debe a la intelección. Además, tanto si su sustancia es entendimiento (nous) como si es intelección (noesis), ¿qué entiende?. O bien, en efecto, se entiende a sí mismo, o bien alguna otra cosa. Y, si entiende alguna otra cosa, o bien es siempre la misma o no. Ahora bien, ¿hay alguna diferencia entre entender lo hermoso y o lo vulgar?. ¿No es incluso absurdo pensar sobre algunas cosas?. Es, pues evidente que en ese caso habría otra cosa más honorable que el entendimiento, a saber, lo entendido. En efecto, el entender (noein), y eso quiere decir la intelección (noesis), se dará también en el que entiende lo más digno; de suerte que, si esto debe ser evitado (efectivamente, no ver algunos cosas es mejor que verlas), la intelección no puede ser lo más noble. Por consiguiente se entiende a sí mismo, puesto que es lo más excelso, y su intelección es intelección de intelección (noesis noeseos noesis)*[90].

Lo decisivo de este texto es que ahora el entendimiento receptivo cede el paso al entender activo. Al atenerse, en cambio al texto citado por Hegel, éste hacía coincidir el conjunto de posibilidades o inteligibilidades con el intelecto. Ahora el intelecto abandona ese conjunto. En ese momento ya no aparece como el entender de eso o de lo otro o de todo, sino sólo como un entender del entender, ciego para todo lo demás. Schelling,

89. *Metafísica* XII 7, 1072 b 21.
90. *Metafísica* XII 9, 1074 b 15-35.

sin embargo, no deja las cosas en un dios cuya sublimidad le viene de desatenderse de toda la ambivalencia de bien y mal, esplendor y bajeza, consustancial a la naturaleza, sea ésta humana o no, anterior o posterior a cualquier catástrofe cósmica, moral o del tipo que fuere. Por ello, Schelling tiene que buscar un nuevo comienzo más allá de la absoluta originalidad del acto puro.

A diferencia de un entender existente de por sí, el entendimiento es sólo algo que entiende. Pero nada que actúe así o de otra manera, sin ser su propia actividad, supera aún la indecisión entre pasividad y actividad, *Ser* y *no Ser*. Esta indecisión es incompatible con la absoluta validez del principio de no contradicción. Esta indecisión obliga, tanto a Aristóteles como a Schelling, a proseguir. Hegel, también a su modo, está obligado a proseguir adelante. Hegel lo llama explícitamente contradicción. Esta contradicción es el motor de todo el movimiento del concepto. Al ser entendimiento pero no su entender, al ser ente, pero no su ser, lleva a una proliferación de entidades en la que se manifiesta la indecisión propia de toda mera potencia de ser que no puede ser sin más. Esta proliferación de entidades en el plano del concepto es estructuralmente análoga a lo que acontece, en el plano de la realidad, con el movimiento.

Lo que se mueve sin ser su propio movimiento es algo que puede moverse o no moverse (*kineton*) y necesita algo que lo ponga en movimiento, tal como dice Aristóteles en su *Física*[91]. Esto es también, entonces, algo que puede mover o no mover (*kineton*). Si mueve, entonces pasa de poder mover a mover (*kinoun*), y lo que puede ser movido, pasa a ser actualmente movido (*kinoumenon*). Lo importante es percibir que, aun cuando algo mueve o es movido actualmente, aun entonces sigue siendo mera posibilidad de mover.

Análogamente, lo que entiende, sin ser su entender, es algo que puede entender o no entender (*noetikon*). Lo entendido (*noeton*) puede ser igualmente entendido o no. Si es actualmente entendido (*noumenon*) es porque el entendimiento pasa de la potencia al acto (*noun*). La causa de esta incertidumbre consiste en que siempre que se trate de entender algo que es, sin ser su mismo ser, se da un sujeto de la actividad que no coincide con su actividad. La razón pura se tiene que purificar de aquello que ella había obtenido en los primeros pasos antes de llegar al acto puro. Lo que

91. *Física* II 3, 202 a 12.

la *Metafísica* de Aristóteles obtiene al principio para evitar la contradicción, es aquello de lo que ahora tiene que librarse.

Esto es lo que Hegel quiere llevar a cabo con su proceso dialéctico: primero adopta la cualidades (*Seinslogik*), después el sujeto o los sujetos, las cantidades, después la aplicación de aquellas a éstas antes de pasar a la *Lógica de la esencia* (*Wesenslehre*), también en la lógica del ser para formalmente deshacerse de todo eso conservándolo al mismo tiempo (*Begriffslogik*). Este proceso es un proceso (dialéctico) porque todo lo andado debe andarse y volver a desandarse continuamente. La razón debe desandar el camino que anduvo en las deducciones trascendentales (en el caso de Hegel contenidas en *La doctrina sobre la esencia*). El objetivo es dar cuenta definitiva de la validez provisional del principio. La provisionalidad de la validez de este principio se debe a la presencia de esos mismos contenidos significativos en una realidad sustancial móvil. Esta realidad sustancial móvil es el análisis crítico (semántico) al que todo contenido está sujeto en la lógica de Hegel.

El principio, de ser negativo (no-contradicción), tiene que convertirse en positivo. Este principio es lo que en absoluto puede *no Ser* o dejar de *Ser*, no es algo que sea, sino *Ser* sin más. Esto viene descrito en Schelling por el paso de la filosofía negativa a la positiva de la mitología y de la revelación. Aristóteles sabe que la mente humana es la razón de un ser mortal y que es por eso por lo que alcanzar el acto puro es sólo posible en una intuición que sobrepasa la razón y en la que no se puede mantener constantemente. Aristóteles concibe la tarea del filósofo como la de abrir la razón a la inmortalidad (*athanatitsein*) en la medida de lo posible[92].

El peligro de naufragio de la razón, en la medida humana limitada, le viene de la eliminación de todo contenido significativo y la purificación consiguiente hasta llegar al acto puro. Los contenidos significativos son, para la razón, precisamente la medida de la inteligibilidad. Si la razón humana, guiada por la filosofía negativa o puramente racional, no pudiera seguir a delante, entonces sufriría un colapso, ya que ella misma no es el acto puro. Hegel no se encuentra ante este problema.

Schelling, por el contrario, da con una realidad o actualidad purificada de toda *realitas* o *Sachheit*, de toda realidad en este sentido. En cambio, Hegel, para llegar a la realidad como actualidad, tiene que hacer que la idea se exteriorice en la naturaleza antes de la creación del mundo y de

92. Capítulos 6,7,9 y 10 de la *Metafísica*, así como libro X de la *Ética a Nicómaco*.

cualquier espíritu finito. Por tanto, *Dios* tiene que exteriorizarse en la naturaleza. Este *Dios* se hace objeto de las críticas de Schelling: es un *Dios vago* (*fauler Gott*), un *Dios* que no hace su aparición más que al final de un proceso, cuando ya todo está hecho. Schelling identifica este Dios con el Dios de los paganos.

El Dios cristiano, esto es, el Dios de Abraham, Isaac y Jacob no es el término de un proceso. En Schelling, *Dios* no aparece al final de un proceso. El *acto puro* aristotélico es el *Dios* que aparece al final de un proceso. Aquí Schelling introduce una modificación importante: con el *acto puro* no hemos alcanzado aún el *Dios verdadero*. Para el Schelling maduro, el *Dios verdadero* es aquel que es principio de todo. El *acto puro* es sólo causa final. El aristotelismo de Hegel se manifiesta, entre otras cosas, en que tan sólo admite este sentido de causa. Aristóteles dice: es amado, pero no ama. Atrae todo, pero no se decide por nada. El gnosticismo de Schelling introduce en este punto una variante importante: para llegar al *Dios verdadero*, *Dios* mismo tiene que dejar de existir.

Lo que Schelling llama el *Dios verdadero* es lo que define un nuevo comienzo: *Dios* como principio de la historia humana. Este es el *Dios* que se hace cultura y que adopta contenidos determinados. Esto es, se trata de un *Dios*, que en comparación con el aristotélico, reniega de su propia divinidad. Es un *Dios* determinado por un *pro me* antropológico. Este *Dios* está sujeto a ciertas condiciones de posibilidad por parte de nuestra subjetividad para ser comprendido como objeto de una posible revelación[93].

93. La interpretación que Karl Rahner lleva a cabo del pensamiento de Tomás de Aquino en *Geist in Welt*, *zur Metaphysik der endlichen Erkenntnis bei Thomas von Aquin*; Kösel-Verlag München 1957, es coherente con las preocupaciones fundamentales del idealismo alemán. El idealismo trascendental kantiano es una antropología trascendental. En este sentido cabe interpretar el pensamiento kantiano tal como pone de manifiesto el joven Fichte en su *Versuch einer Kritik aller Offenbarung*. Rahner, siguiendo la línea inaugurada por Fichte, interpreta el problema tomista de la *conversio ad phantasma* como una nivelación del *esse* y el *intellectus agens*. Esto significa que "Ser" es comprender el ser. Esta tesis es desarrollada por Heidegger en el campo de la filosofía, mientras que la tesis de Rahner se aproxima a las posiciones de Bultmann en teología. Rahner trata de descubrir el *a priori* religioso transformando la teología natural tradicional en una antropología trascendental de la religión. El desarrollo de este proyecto se contiene en la segunda obra importante de RAHNER, *Hörer des Wortes*, *zur Grundlegung einer Religionsphilosophie*; Kösel Verlag München, zweite Ausgabe neu bearbeitet von J. B. Metz. Para Rahner, no sólo la metafísica se reduce a antropología, sino también la teología dogmática se reduce en último término a un análisis antropológico de sentido. Ciertamente, existe la posibilidad de reconstruir toda la teología dogmática según la tesis de Rahner. Lo que en modo alguno estoy dispuesto a compartir es la tesis de Rahner sobre la ciencia metafísica. La metafísica, tal como yo la entiendo, tiene que ver con lo místico, es decir, con la superación de toda antropología. Además, la gracia, entendida como acción de Dios, y no como objeto de reflexión especulativa por parte de una ciencia humana, se sitúa más

Este *Dios* es el *Dios* bíblico que se manifiesta en contenidos significativos. Este *Dios* es el *Dios* como *ens ut verum* o como horizonte de sentido que viene a colmar los anhelos más profundos del corazón y del entendimiento humano.

A mi entender, este nuevo comienzo de Schelling corre el peligro de transformar la metafísica; por lo menos en su sentido aristotélico, de nuevo en lógica y antropología. Schelling volvería a la esfera hegeliana de la hermeneútica tal como es propio de la lógica del gnosticismo. Con ello, se introduce el riesgo de no poder distinguir ya más entre el sueño y la vigilia. Para mí, la *realidad*, y con ella la posibilidad de una metafísica, tiene que ver fundamentalmente con un proceso de purificación cultural. La *realidad*, o lo que es lo mismo *Dios*, no tiene nada que ver con la matemática, la física, o cualquier ciencia particular. Las ciencias particulares son productos que el hombre necesita para vivir. *Dios* no forma parte del inventario de las cosas que el hombre necesite para vivir.

allá de todo lo que podamos decir. La gracia es la verdad que no depende de nosotros, y por ello mismo, la verdad sin más. En este sentido, supera toda dimensión antropológico cultural y filosófica.

CAPÍTULO II
EL CÁLCULO INFINITESIMAL SEGÚN HEGEL

> "In philosophischer Rücksicht aber ist das mathematische Unendlich darum wichtig, weil ihm in der Tat der Begriff des wahrhaften unendlichen zugrunde liegt und es viel höher steht als das gewöhnlich so genannte metaphysische Unendliche". WdL 5, p. 280.

1. EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN EL SISTEMA DE HEGEL

1.1. *Introducción: la idea general de una lógica*

El pensamiento de Hegel comprende simultáneamente tanto la dimensión nuclear de la cultura como de la historia de la ciencia. Por ello, toda investigación sobre el pensamiento de Hegel tiene que explicitar una serie de conocimientos previos en lógica y matemáticas. En este sentido, acceder a la *Lógica* de Hegel presenta los mismos problemas que supone acceder al pensamiento de Platón. La *Lógica* de Hegel objetiva diversos puntos de vista a diferentes niveles de comprensión y análisis conceptual. Este proceso por el que elevamos a concepto los distintos niveles de nuestra comprensión se incardina siempre dentro de una tradición bien determinada. La *Lógica* de Hegel es la exposición enciclopédica de la historia de la ciencia occidental. La *Lógica* de Hegel tiene, por esta razón, una componente fuertemente cultural y fáctica[1].

1. Hegel es tan consciente de este hecho, que se considera a sí mismo como la culminación de todo el pensamiento occidental.

La *Lógica* es el método general de reflexión sobre nuestra praxis ordinaria y convencional. La *Lógica* de Hegel; esto es, la lógica de la filosofía, va siempre a la zaga de las ciencias particulares. La *Lógica* de Hegel incluye las formas especulativas de reflexión sobre las condiciones de posibilidad de la conciencia y del pensamiento crítico. Se trata de la exposición de las estructuras básicas que posibilitan el saber y su argumentación. Las matemáticas y la física se incluyen por tanto en la *Lógica* como contenidos fundamentales de los que no se puede prescindir en el sistema. La *Lógica* se alimenta de ellas, pero no las tiene como base.

La *filosofía de la naturaleza* (*die Naturphilosophie*), también llamada por Hegel ciencia filosófica de la matemática (*philosophische Wissenschaft der Mathematik*)[2], analiza los conceptos empleados por la mecánica. Hegel comprende la física clásica aristotélica como una reconstrucción del desarrollo general referente a nuestra articulación conceptual del mundo. El análisis de la articulación conceptual de nuestro mundo vital sobre la tierra adopta en Hegel el título de *física orgánica* (*organische Physik*). La *filosofía de la naturaleza* es una aplicación completa del método lógico al desarrollo de las formas en nuestra articulación de las relaciones naturales. La *filosofía del espíritu* (*Philosophie des Geistes*) tiene por objeto una ética general o una filosofía de la cultura como reflexión sobre nuestra propia comprensión moral. El sistema de Hegel es sintéticamente, también incluso cuando nos referimos al mundo natural, una antropología filosófica como análisis conceptual de nuestro discurso sobre nosotros mismos.

Todas las formas y posibilidades de nuestra reflexión conceptual se explicitan en la *Lógica*. La dimensión enciclopédica de la *Lógica* se indica ya en el título mismo de su obra *Encyclopädie*. La *Encyclopädie* se refiere explícitamente a la forma y al contenido que tiene que adoptar la *Lógica*. La *Encyclopädie* es la doctrina que se mueve en un círculo. Las aclaraciones de los conceptos se refieren y remiten unos a otros tal como en un *Lexikon*. Esta circularidad supone una dificultad para comprender términos lógicos como; por ejemplo, *Comienzo* (*Anfang*), *Ser* (*Sein*) e *Inmediatez* (*Unmittelbarkeit*). En la *Wissenschaft der Logik* lo esencial de la ciencia no es que el comienzo de la *Lógica* sea absolutamente inmediato y último, sino que la totalidad del saber sea articulado como una circunferencia (*ein Kreislauf*). El comienzo es lo primero y lo último, esto es, el comienzo

2. Enz 9, § 258.

como comienzo es principio, pero como comienzo de la totalidad del sistema lógico es lo último[3].

La reflexión antropológica de la *filosofía del espíritu* (*Phänomenologie des Geistes*) cierra el círculo de sus reflexiones sobre el desarrollo real de las posibilidades del pensamiento humano con su inclusión en la *Lógica*. La *Lógica* no es una forma supuesta (establecida *a priori*) de la doctrina del pensar. La *Lógica* es precisamente el análisis de esa forma. Las definiciones más fructíferas son aquellas que introducen límites que antes no teníamos. La *filosofía del espíritu* (*Phänomenologie des Geistes*), por el contrario, considera las condiciones reales (incluidas las fácticas) del pensamiento y su desarrollo. Lo que entendemos por *Espíritu* (*Geist*) es en Hegel la forma cultural de nuestra razón. Desde esta forma comprendemos y sabemos algo particular. Hegel elimina así el problema del dualismo cartesiano entre *cuerpo* y *espíritu*. El *Espíritu* es la forma común de toda nuestra actividad cultural[4].

La *Lógica* de Hegel no se ocupa del análisis de los términos y de las proposiciones formales (en el sentido en que lo hace la lógica matemática moderna). La *Lógica* de Hegel es una *metalógica*. Hegel se refiere por ello a ella con el término de *Ciencia de la Lógica* (*Wissenschaft der Logik*) y no simplemente con el término de *Lógica* (*Logik*). Por esta razón, el proyecto de Hegel es equivalente a la *Doctrina de la ciencia* (*Wissenschaftslehre*) de Bolzano y a las *Investigaciones lógicas* (*logische Untersuchungen*) de Husserl. La *Lógica* en su sentido clásico comprende el concepto general del significado. Al mismo tiempo dispone de un método de análisis de todo contenido y sentido. La *Lógica* de Hegel no se limita a las reglas formales de significación. En su análisis del cálculo infinitesimal, por ejemplo, critica Hegel sobre todo la aplicación de reglas formales que ocultan el verdadero sentido de las operaciones.

La *Lógica* de Hegel no tiene por objeto definir términos, en el sentido de la lógica matemática, tales como *conjunciones*, *cuantores*, o bien clases generales de expresiones categoriales[5]. Estas categorías serían las que

3. "Worin das Erste auch das Letzte und das Letzte auch das Erste wird". WdL 5, p. 70.

4. Este fenómeno se traduce en el empleo que hacemos de los términos: por ejemplo, *inteligencia* (*Intelligenz*) como predicado para referirnos a un hombre particular, o bien, también empleamos el concepto de *espíritu* para referirnos convenientemente al *espíritu de las leyes* (*Geist der Gesetze*).

5. Hegel critica de la lógica tradicional la adopción esquemática, (por ello mismo, no reflexionada), de los métodos formales de representación y demostración de la matemática y de la lógica. Este proceder ha sido común en el racionalismo y en la filosofía de la ciencia moderna. Estos

definen los nombres en la esfera nominal y las proposiciones en la esfera verbal. La lógica ordinaria comprende los nombres de las proposiciones como variables. Las expresiones de la esfera verbal tienen un significado pleno cuando se definen predicados de una o más variables. La lógica tradicional moderna entiende los significados como los conceptos. Tomando como base reglas en el uso de expresiones para las formas proposicionales, los juicios de la lógica, se comprende la validez general de las formas del razonamiento. Esta línea de investigación lógica constituye el desarrollo y fundamento de la lógica formal o matemática moderna. Esta lógica se incardina en la tradición iniciada por Leibniz, Boole y Frege.

Hegel caracteriza a la lógica tradicional en general por una limitación fundamental. La lógica formal, tanto aristotélica como matemática, está coartada en cuanto a tema, método y extensión. Hegel comprende la lógica tradicional (así como comprendería la moderna lógica matemática) como una parte, y por ello mismo, como objeto de una lógica filosófica mucho más amplia y general. La lógica formal no es un método general de análisis lógico. A Hegel no le interesan sólo las formas sino también el contenido: ver una totalidad en lo concreto. Por esta razón, el fundamento de la *Lógica* de Hegel es fenomenológico. Bajo *fenomenológico* entiende Hegel la necesidad que tiene la nueva definición de la lógica de retrotraerse a los datos de la historia para comprender los conceptos. El recurso a la historia tiene como objetivo aportar los contenidos en el sistema de la verdad[6].

métodos formales de definición conceptual y de demostración axiomático-deductivo se ajustan a la superficialidad expresiva. Se piensa que con tan sólo las reglas esquemáticas de las operaciones con figuras podemos garantizar la rigurosidad de los contenidos, (por lo menos, de conclusiones o razonamientos), así como de relativas fundamentaciones. Tendemos a considerar los axiomas, de manera más o menos inmediata, como claramente evidentes o, de alguna manera, como empíricamente verdaderos o así verificados.

6. Frege advierte en *Los fundamentos de la aritmética* que el modo de consideración histórico, que trata de detectar el devenir de las cosas y de descubrir su esencia a partir de su devenir, tiene, sin duda, una gran justificación; pero también sus límites. Si en el flujo continuo de todas las cosas no persistiera nada firme, eterno, desaparecería la inteligibilidad del mundo y todo se precipitaría en la confusión. Hegel trata precisamente de combinar estos dos aspectos subrayados por Frege sintetizados emblemáticamente por el ser de Parménides y el devenir de Heráclito. Hegel no quiere decir con esto que el teorema de Pitágoras fuese válido en una época y en otras perdiera su validez; o que la verdad del enunciado de la aritmética $2 \cdot 2 = 4$ fuera fruto de la lucha por la existencia por selección natural. Si la verdad del enunciado $2 \cdot 2 = 4$ dependiera naturalísticamente de la selección natural, sería pensable que otros seres, vivientes en otra época, tuviesen por verdadero, por ejemplo, el siguiente enunciado: $2 \cdot 2 = 5$. Este es el sentido que tienen los ataques de Frege

Hegel es, igualmente, un firme crítico del naturalismo y del psicologismo. Lo que Hegel quiere subrayar ante todo es el límite en la validez de los enunciados de la aritmética y de la geometría. Primero, debemos señalar que sólo podemos comprender el significado de estos enunciados una vez que conocemos la esfera (las figuras geométricas) y el modo en que podemos identificar y manipular a sus representantes (los elementos definidos). En segundo lugar, esto incluye necesariamente una historia de los conceptos; esto es, tanto una historia de nuestro conocimiento de los conceptos, oculta y mediada *Aufgehoben und Vermittelt*) tras la inmediatez evidente del enunciado aritmético, como de los significados de los términos (signos o palabras) implicados. Sin la identificación de los elementos y signos (representantes de elementos; por ejemplo, el 1) nos es imposible comprender cualquier enunciado por evidente que resulte.

Una de las características principales del pensamiento de Hegel es la inagotable capacidad que otorga al poder de la reflexión: la evidencia no es, ella misma, evidente. El lenguaje filosófico y científico está enormemente interesado en eliminar la diversidad de sentidos. Sin embargo, hacen uso constante de las posibles derivaciones paronímicas en los significados de los términos. La filosofía y la ciencia suelen ser en este empleo bastante innovadores. Los términos tales como *calor*, *masa*, *fuerza*, *peso* o *agua* son palabras que existen antes de la instauración de la física y de la química como ciencias. Estos términos adquieren, dentro del contexto de la física y de la química, nuevos significados. Sin embargo, a pesar de la modificación que sufren estas palabras respecto al contenido, guardan una cierta continuidad con sus empleos precientíficos. El uso paronímico de estos términos resulta ser muy adecuado para el lenguaje artificial, por la limitación de la extensión y la precisión como medio expresivo que tiene el lenguaje natural. Por ello, las ciencias y la filosofía tienen siempre que servirse de ellos cuando se enfrentan con nuevos contextos aplicativos.

Lo que Hegel entiende en general por contradicción (*Widerspruch*) se traduce aquí claramente en la continuidad y la discontinuidad que presentan los términos dependiendo del contexto en que se usan y emplean. Hegel habla por ello de momentos (significativos). Este sentido del tiempo (la variación como *Werden*) es diferente del sentido del tiempo criticado por Frege para salvaguardar la validez incondicional de las verdades aritméticas. Para todos estos análisis Hegel considera de suma importancia la

y Husserl al naturalismo y al psicologismo; así como el intento por parte de Kant de abrir una esfera trascendental para este tipo de verdades.

actividad vertida en el lenguaje. Tal es así, que llega a afirmar que la filosofía tiene todo el derecho a tomar del lenguaje corriente las expresiones que le resulten más próximas a la naturaleza del concepto[7].

La interpretación fenomenológica de la *Lógica* en Hegel tiene la ventaja de atenerse a la realidad del fenómeno matemático concreto sin reducirlo a lógica matemática o formal. La matemática reducida a la lógica es estéril. La capacidad creativa del fenómeno matemático la ve Hegel en el discurso *dialéctico* de su propio desarrollo: historia de las propuestas y solución a los problemas. La lógica tradicional acepta supuestos criterios de sentido libres de toda circunstancia concreta e invariantes respecto del tiempo. Hegel entiende que incluso las verdades matemáticas están, en un cierto sentido, sometidas al tiempo.

La proposición que afirma *el teorema de Pitágoras es verdadero con independencia y absoluta anterioridad a que lo formulara Pitágoras*, carece por completo de sentido. A parte del problema relacionado con la identidad de *Pitágoras*, si existió como individuo o existió de la misma forma en que decimos que existió el grupo de matemáticos denotado por el nombre Bourbaki, es una cuestión que se analizará más delante al tratar la determinación de la identidad de algo. Lo relevante ahora es la proposición enunciada. Esta proposición desvela la intención de querer expresar algo equivalente a la siguiente idea; a saber, la verdad de un teorema o verdad matemática es genérica y situacionalmente invariante. Ahora bien, lo que Hegel quiere subrayar es que el teorema no significa nada fuera de las proposiciones de la geometría; es decir, fuera de nuestras manipulaciones con triángulos rectángulos.

Fuera de este contexto determinado de nuestro discurso; a saber, nuestro operar con figuras, carece de sentido hablar de la verdad de esta proposición. El método axiomático ha contribuido enormemente a esclarecer este punto. El método axiomático consiste simplemente en coleccionar todos aquellos datos básicos a partir de los cuales se pueden derivar por definición y deducción respectivamente todos los conceptos y teoremas de una ciencia. Si esto es posible, entonces decimos que la teoría científica en cuestión es definida (en el sentido que este concepto tiene en el pensamiento de Husserl). Este es el caso de la teoría del espacio. A partir de los axiomas de la geometría no es posible deducir la ley de gravitación.

7. "Die Philosophie hat das Recht, aus der Sprache des gemeinen Lebens, welche für die Welt der Vorstellunggen gemacht ist, solche Ausdrücke zu wählen, welche den Bestimmungen des Begriffs nahe zu kommen scheinen". L II, 357.

Por ello, es necesario explicar antes lo que debemos considerar como proposición pertinente a un campo de investigación. Debemos tratar de delimitar un contexto o totalidad (*Totalität*) en sentido hegeliano.

El problema es que un sistema axiomático no está, de ninguna forma, determinado de manera única por la disciplina en cuestión: la elección de los conceptos y hechos básicos es considerablemente arbitraria. La distinción entre nociones esencialmente primarias y derivadas está esencialmente fuera de la competencia de la matemática. Aquí es donde entra la *Lógica* de Hegel: la elección depende de una tradición, actividad dentro de una comunidad determinada, y del progreso en la comprensión de determinados problemas. Por ejemplo, el significado del teorema de Pitágoras, pese a presentar la continuidad de su estructura, se modifica respecto a su contenido con su inclusión y generalización por parte de las distintas geometrías no-euclídeas y por la geometría diferencial en particular.

Por ejemplo, si comparamos la geometría de Lobatchevski con la de Euclides vemos que si a, b, c son los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo, entonces, en lugar del teorema de Pitágoras, se verifica una relación diferente de la que se verifica ordinariamente para las figuras planas de la geometría de Euclides. Una propiedad importante de la geometría de Lobatchevski consiste en el hecho de que para dominios pequeños difiere poco de la geometría de Euclides: cuanto más pequeño es el dominio, menor es la diferencia. Para triángulos suficientemente pequeños las relaciones entre lados y ángulos se expresan, con un suficiente grado de aproximación, mediante las expresiones de la trigonometría ordinaria. Más aproximadamente cuanto más pequeño sea el triángulo. Una de las expresiones de la geometría de Lobatchevski muestra que para radios pequeños, la longitud de una circunferencia es proporcional al radio con una buena aproximación. De manera análoga, la suma de los ángulos de un triángulo difiere muy poco de dos rectos.

Un elemento fundamental, y para Hegel de la mayor importancia cuando abordemos el problema de la medida, es la función de la constante k en la expresión de Lobatchevski para la longitud de la circunferencia. La constante k define una métrica como unidad de longitud. Esta constante define el grado de diferencia para la validez del teorema de Pitágoras. La diferencia significa que la validez de la proposición depende de la unidad de longitud previamente elegida; si el radio es pequeño en comparación con k, esto es si r/k es pequeño, entonces la expresión de Lobatchevski para la longitud l difiere poco de la ordinaria euclídea $2\pi r$. De modo ge-

neral, cuanto más pequeña es la relación de las dimensiones de una figura a la constante *k*, tanto más se aproximan las propiedades de una figura a las de la figura correspondiente en la geometría de Euclides. El contexto aplicativo introduce una mejor comprensión del teorema por generalización y consiguiente negación de lo particular (su validez no se limita a la teorías de los cuerpos en la doctrina de Euclides). El tiempo, en el sentido de Hegel, hace referencia al estado del saber anterior frente a una nueva y mejor comprensión. Se trata del estado del saber por parte de la humanidad (comunidad científica y matemática) al enfrentarse a un problema.

Hegel niega con esto la existencia de criterios y condiciones de verdad absueltos de las circunstancias concretas y de sus posibles contenidos. Todo criterio de verdad es introducido por el espíritu humano y es juzgado por él mismo[8].

Hegel reduce el análisis lógico a un fundamento fenomenológico. Este fundamento no es otro que la tradición cultural y humana de la ciencia occidental en su desarrollo histórico. El proyecto hegeliano quiere ser una alternativa al análisis formal de la escuela racionalista de Leibniz. Al tiempo, se propone superar la crítica a la metafísica realizada desde el empirismo científico y subjetivo de Locke, Newton, Berkeley y Hume. Hegel critica, así mismo, el esquematismo lógico de la filosofía trascendental de Kant con argumentos tomados del empirismo[9]. El criterio y principio fundamental de Hegel incluye una crítica al autonomismo de Descartes, Hume y Kant. Hegel rechaza igualmente todo tipo de formas inmediatas de intuición y de juicio puramente natural. El realismo y el objetivismo ingenuo es calificado por Hegel de craso materialismo.

Para Hegel, el realismo es aquella doctrina que entiende que los conceptos significativos de nuestro discurso sobre el mundo son algo suficientemente claro de por sí. La verdad se define en el sistema de Hegel como lo que en sus *momentos formales* es invariante respecto al tiempo.

8. El término "Espíritu" incluye en el pensamiento de Hegel la cultura, la historia, el lenguaje, los usos, la ciencia, en general, la tradición que constituye la sustancia humana. Es una peculiar forma de identificar la historia (*Weltgeschichte*) del mundo con el juicio del mundo (*Weltgericht*).

9. Hegel está de acuerdo con la crítica de Kant a Hume: Hume no ha reflexionado suficientemente sobre las teorías matemáticas que fundamentan las ciencias de la naturaleza. Hume presenta un concepto de saber y explicación de manera un tanto simple. De los análisis kantianos, critica Hegel el presuponer las concepciones esquemáticas de la lógica tradicional sobre lo que es un concepto claro y distinto, un juicio como significado de una proposición y un razonamiento o conclusión válidos.

Las condiciones de verdad de las proposiciones no-analíticas se fundan en todo tipo de conocimientos previos en lo que respecta a sus contenidos.

En lo que respecta a las verdades matemáticas, éstas no dejan de ser eventualmente válidas. Lo que ocurre es que están siempre sujetas a revisión en un contexto (el contexto teórico aplicativo) y situación histórica determinada (el contexto teórico al que aplicamos una verdad matemática puede introducir una modificación semántica según las necesidades teoréticas establecidas temporalmente). Hegel no quiere decir con esto que la validez del *teorema de Pitágoras* dependa del tiempo y de la circunstancia histórica en que se define. Sin embargo, está claro que el teorema adquiere significados distintos según el contexto aplicativo; sea la geometría plana, la geometría diferencial, o bien, empleado en el marco de la física, por ejemplo, en la teoría de la relatividad. Este punto de vista se reconcilia con la posición de Hegel: el desarrollo histórico determina un contexto lógico (continuidad) y un significado determinado a las verdades matemáticas. En este preciso sentido, también las verdades matemáticas están sujetas a una continua revisión[10]. En cuanto la matemática es un saber de contenidos está sujeta igualmente al envejecimiento del saber[11].

Los contenidos son *momentos necesarios* en el desarrollo racional del saber[12]. Hegel exige, por ello, retomar de forma continua la memoria de dicho saber. Las proposiciones verdaderas no-analíticas se fundan en unas supuestas reglas unidas al uso del lenguaje y al cálculo matemático con

10. Este aspecto se puede apreciar en el curso histórico del cálculo infinitesimal.

11. Hegel no considera las verdades analítico-formales como empíricas. Sin embargo, critica la instauración dogmática de una interpretación mereológica de la cópula como único fundamento posible de la lógica. Cabría aplicar esta crítica a la lógica formal y a los análisis de Frege. Lo casual reside aquí en el prioritario interés por un análisis semántico formal (funcional-veritativo) de los juntores ($\wedge$, $\vee$, $\neg$), los cuantores ($\forall_x$, $\wedge_x$) y los abstractores extensionales *el conjunto* x *con la propiedad E*. Estos análisis se consideran primordiales por ocupar un puesto central en el proyecto de completar la aritmetización del Análisis matemático a finales del s. XIX. Se trata sólo de la lógica del discurso matemático, en definitiva, de una lógica matemática, más no de una lógica filosófica.

12. La imagen o ejemplo para una ciencia, incluida la ciencia del análisis lógico, no es para Hegel la *epagoge* aristotélica. Tampoco es el proceder de las definiciones formales a partir de meras hipótesis o axiomas supuestos según los esquemas conclusivos establecidos. El patrón a seguir es la *epagoge* de Platón, la demostración mostrativa. No se trata de una consideración plausible a la hora de elegir los axiomas o las hipótesis. Es un demostrar intuitivo, tal como en la geometría elemental, por contraposición a la geometría axiomática deductiva. Este mostrar garantiza de suyo el contexto proyectivo, la *methesis* platónica de un saber articulado lingüísticamente abstracto sobre formas geométricas de la experiencia y la intuición concreta.

esquemas figurativos[13]. Existen multitud de formas expresivas procedentes de épocas determinadas de nuestro desarrollo histórico. Estas formas pueden volverse extrañas o anticuadas frente a un nuevo horizonte conceptual. En tal caso, no podemos conservar sin más estas formas. Tampoco pueden ser juzgadas de forma inmediata, ya que su sentido no se nos puede desvelar tomando como base simples criterios de sentido común. La jurisdicción de leyes y criterios no son aplicables, sin más, a una determinada época o contexto determinado sin una revisión de su extensión. Todos los criterios de verdad tienen que ser restaurados en sus contenidos y formas de articulación. La verdad es eterna sólo en lo que Hegel entiende por *momento* (formal)[14]. La dimensión temporal del término latino (*momentum*) se refiere al desarrollo histórico (memoria del saber) de la verdad[15].

13. El matemático griego Pappus había esbozado en lo esencial el método que Platón caracterizaba como de análisis científico. Primero, comenzamos con la exposición del problema. En cuanto sabemos la forma representativa que debe adoptar o presentar la solución, procedemos tal y como si lo analizado tuviese ya esta forma representativa. Bastaría, por ello, con encontrarla. De aquí surge la inclinación a pensar que en las construcciones matemáticas tan sólo descubrimos *verdades en sí*. Los investigadores que emplean el método matemático al estudio de la naturaleza, tal como repetidamente observa Hegel, suponen que la naturaleza tiene *en sí misma* las admirables propiedades matemáticas que predicamos de ella. Estas propiedades posibilitan una representación matemática relativamente simple de los fenómenos de la naturaleza. Pero esto no pasa de ser una mera superstición. Esta creencia está fuertemente arraigada. Su fundamento es que la forma deseada de la representación de la naturaleza, tomada como real, tiene un efecto pleno cuando se cosifica en la forma ideal de la naturaleza. Uno de los ejemplos más claros de esto es la creencia kepleriana en una armonía de esferas. La *astucia de la razón* (*die List der Vernunft*) consiste en dejarse guiar por las nociones orientativas de simetría y simplicidad en el estudio de la ciencia natural. Para Hegel, el paradigma de un análisis científico de la naturaleza es la búsqueda kepleriana de una teoría matemática simple y fenoménicamente correcta sobre una cinemática de los movimientos planetarios. Por esta razón, defiende Hegel a Kepler frente a los ataques de Laplace. Enz 9, § 280.

14. La *epagoge* de Platón, tal y como nos ha sido transmitida por la doctrina del esclavo *Menón*, consiste en *mostrar* una propiedad general en una forma o estructura geométrica. Esto se lleva a cabo también al mostrar un representante concreto. La expresión newtoniana *hypothesis non fingo* se dirige contra el establecimiento arbitrario de axiomas, tal como es común en el proceder inventivo de las teorías científicas sin un análisis riguroso del así denominado método hipotético-deductivo. La falsabilidad de estas teorías no es un criterio suficiente para sostener la racionalidad de estas hipótesis. Hegel subraya, bajo los títulos nominales de *System* y *Totalität*, el significado de la síntesis. La síntesis es la inclusión de los resultados del análisis en una teoría deductiva completa. HINTIKKA, J. – REMES, U., *The Method of Analysis. Its geometrical Origin and its general Significance*. Dordrecht/Boston (Synthese Library Nr. 25, Reidel). 1974.

15. Los bocetos de la geometría nos ayudan a hacernos presente lo que se conoce y lo que se busca. De la misma forma, en el análisis conceptual comenzamos en medio de lo que es el uso fáctico de los términos y los conceptos. Primero describimos y percibimos los conceptos de forma vaga. La mayor parte de los conceptos que empleamos son vagos. A esto, sigue la crítica; a saber, advertencia de una contradicción, problema o simplemente incomprensión. Tras una des-

1.2. *El fundamento lógico del discurso matemático en la Lógica de Hegel*

Las esferas predicativas del discurso cuantitativo suponen las relaciones de equivalencia establecidas entre los representantes de elementos individuales y discretos y una clase de predicados ya delimitada. Los representantes de los elementos individuales deben ser previamente estipulados en el seno de una categoría objetiva. Los predicados deben satisfacer la condición de permanecer invariantes respecto a las relaciones de equivalencia establecidas. Hegel sigue el pensamiento de Leibniz en este punto[16]. Hegel, con sus reflexiones, anticipa el análisis de las esferas abstractas de predicación mediante elementos y conjuntos.

composición del problema en partes o *momentos*, el siguiente paso es la transición de una precomprensión, todavía esquemática, demasiado simple o inmediata, a un comprender crítico o un conceptuar consciente y más evidenciado. Este proceder está tratado y reflejado al final de la *Lógica del concepto* (*Begriffslogik*). La eliminación conceptual (*Aufhebung*) corresponde, por tanto, a la resolución del análisis de un problema. Se trata de la reconstrucción racional general de un uso. En la geometría la resolución es, en general, construcción descriptiva. La resolución es la composición de las partes diferenciadas en el análisis; esto es, de los momentos, en una imagen completa. En el caso de una resolución de este tipo debemos comprobar que resuelve el problema dado generalmente, puesto que el análisis es sólo la búsqueda de una solución. Sólo cuando sabemos que el proceso de búsqueda aporta una única y satisfactoria solución, podemos renunciar a la comprobación. En Pappus estas comprobaciones llevan el título de *síntesis*. Una ciencia procede sintéticamente cuando demuestra los teoremas a partir de los axiomas o comprueba la totalidad de las teorías en experimentos. La síntesis de los análisis conceptuales presenta el resultado en un contexto sistemático con otros resultados. La tríada dialéctica se reconstruye de la siguiente forma: a) la tesis (*Thesis*) es una doctrina científica, objeto de nuestro análisis, que se ha tornado anticuada frente a un estadio en el curso del saber. La doctrina decae en uso convencional y fáctico. Hegel reserva para este fenómeno el concepto de *Ser* (*das Sein*), y para su descripción el título de *concepto en sí* (*Begriff an sich*) b) La antítesis (*Antithese*) es la nueva propuesta que quiere resolver las contradicciones y problemas en la propia autocomprensión de una tradición. Se trata de la crítica y del análisis de una tradición que, en diversos aspectos, se ha vuelto superficial. Desde el fondo de la antítesis, el *puro Ser* se reduce a mera *apariencia* (*Schein*). Con esta expresión, se quiere dar a entender que la esencia de una cosa está mejor afirmada en su negación que en la mera comprensión convencional. c) La *síntesis* es la revisión y el examen de hasta que punto una afirmación como la de la negación de la tesis puede llegar a ser la mejor elección temporalmente disponible de todas las aclaraciones posibles antitéticas reales de la esencia. La condición que debe satisfacer es la eliminación de lo convencional y de la apariencia con el fin de conservarla (*Aufhebung*). La comprensión de algo no se realiza verdaderamente en el marco y contexto convencional ordinario; es decir, el del sentido común o el de la vida ordinaria. Sólo cuando contemplamos algo como momento necesario en el desarrollo racional de la cultura humana, del saber humano, entonces es cuando conocemos algo verdaderamente, y lo conocido es divino. *Dios* (*Gott*) en Hegel es lo mejor de la humanidad.

16. Düsing ha analizado las fuentes del conocimiento matemático que han influido en Hegel, subrayando especialmente el método de análisis y síntesis. “Hegel bezieht sich u.a. bei der

Lo primero que establece la *Lógica* en el curso argumentativo para fundamentar la predicación matemática es la cantidad (*Quantität*). Hegel trata de dar respuesta a la posibilidad que tiene el *Ser* de mostrarse cuantitativamente. La cantidad es la categoría empleada en la *Lógica* para designar las distintas formas que adoptan el discurso extensional o funcional. A esta categoría pertenece, primeramente, el esquema proposicional vertido en la forma *N es P*. Esta estructura significa: *el objeto N es elemento del conjunto Mp*.

Por otra parte, bajo cantidad nos referimos, según Hegel, al empleo de números, magnitudes, relaciones de magnitudes (proporciones) en la representación espacial, temporal y de otras relaciones métricas. Hegel se refiere también, y de manera especial en este punto, al empleo de funciones como los polinomios (relaciones de potencia en Hegel) que adoptan un significado especial dentro del cálculo infinitesimal. Las cantidades puras, comprendidas como puras formas de conjuntos, son los números cardinales. Los números (las variedades) entendidos como clases de proporciones designadas son los números racionales y reales. La matemática es en Hegel, fundamentalmente, ciencia pura de la cantidad, de la aritmética y del cálculo infinitesimal. Tenemos que precisar esta distinción, ya que para Hegel la matemática adquiere un carácter cualitativo con el cálculo infinitesimal.

Hegel nota que la constitución de esferas predicativas cuantitativas y de sus objetos requiere una clase absolutamente determinada de predicados. Esto significa que el curso de la *Lógica* tiene establecer límites cualitativos. Estos límites posibilitan la constitución concreta de esferas predicativas extensionalmente determinadas. Por esta razón, el sistema de la *Lógica* debe comenzar analizando la cualidad (*Qualität*). De aquí deduce Hegel que el significado último de la predicación extensional cuantitativa tiene como base las diferenciaciones cualitativas previamente establecidas. Esto explica que la *Lógica del Ser* descienda desde la cualidad a la cantidad. El cálculo infinitesimal protagoniza la vuelta desde la cantidad a la cualidad estableciendo la *doctrina de la medida* (*Maß*). Sobre la base de las diferencias cualitativas explica Hegel la aplicación de la predicación matemática a las ciencias de la naturaleza.

Explikation dieser unterschiedliechen Verfahrensweisen des Erkennens auf die Methoden der Mathematik wie schon Descartes, Leibniz und auch Kant". DÜSING, K., *Das Problem der Subjektivität in Hegels Logik*. Hegel-Studien, Beiheft 15. Bonn (Bouvier) 1976.

La metodología implícita de Hegel es la del análisis y la síntesis[17]. La *Lógica* avanza, por este motivo, desde lo general y abstracto hasta lo particular y concreto. Esto se traduce en el paso desde las formas expresivas más generales representadas por las categorías del *Ser* y de la *Nada*; de la afirmación y de la negación, hasta la satisfacción de condiciones cualitativas o diferenciaciones que dependen de un contexto o situación.

La identidad (*Fürsichsein*) de las condiciones cualitativas que tratamos se encuentran vertidas en la expresión del uso común u ordinario. Partiendo del empleo expresivo más común, el camino de la *Lógica* de Hegel nos lleva desde el pre-concepto hasta el concepto más depurado. Esto se traduce en la *Lógica* de forma concreta a partir de lo que Hegel llama el *Dasein* o la realidad concreta del ser. Este *Dasein* es la referencia categorial de una experiencia determinada y satisfecha. El análisis del significado nos conduce a la *Realität*, y con ello al uso extensional o cuantitativo de discursos sobre elementos o átomos y a sus relaciones respectivas.

Hegel analiza el paso de lo relativamente inmediato cualitativo o de las diferenciaciones intensionalmente consideradas; dadas por ejemplo en la intuición sensible y en la percepción, a las formas extensionales expresivas de las categorías de la cantidad. Uno de los primeros temas fundamentales a abordar en la *Lógica* es el concepto de conjunto y el de la relación *elemento-conjunto*. En segundo lugar, el concepto de número, multitud o número natural. En tercer lugar, el concepto más general de magnitud matemática (*des reinen Quantums*) y proporción de magnitudes. La matemática moderna objetiva esto último bajo la teoría de los números racionales o la teoría de los números reales.

Lo que Hegel llama el cuanto (*Quantum*), son magnitudes abstractas. Estas magnitudes son abstractas aunque finitas. Lo finito reside concretamente en que tratamos con magnitudes dentro de un conjunto ordenado arquimédicamente; sobre todo con el elemento unidad y la adición. Un

17. El camino del análisis conduce desde el uso común de un concepto a su significado; del pre-concepto al concepto, y con ello, al *Dasein* concreto de la experiencia determinada y saturada, a la realidad (*Realität*), llegando a los discursos cuantitativo extensionales sobre elementos, átomos y sus relaciones mutuas. Cuando detectamos contradicciones en la comprensión de lo abstracto, convencional o formal de las palabras o de su empleo, es un indicativo de que éstas sólo obtienen significado claro y distinto, y por ello mismo no superficial, en un contexto más amplio u extenso. Esto significa: en un contexto más concreto y en sus particularidades más preciso. Hegel muestra que en los términos y palabras de la lógica y la ontología tradicionales se ocultan categorías sintáctico-semánticas que deben ser más profundamente comprendidas como concepto.

ejemplo de semejantes objetos son los números racionales positivos. Los números racionales positivos son, por otro lado, relaciones cuantitativas, proporciones. Todas las proporciones entre este tipo de magnitudes constituyen ellas mismas una esfera universal de cuantos puros no designados específicamente. Esta esfera es esencialmente idéntica a la constituida por los números reales positivos.

En la época de Hegel, lo que modernamente conocemos como números reales, era tratado esencialmente desde un punto de vista puramente geométrico. Los números reales se definen como proporciones de magnitudes o series convergentes de longitudes. Por esta razón, un análisis de la categoría de la cantidad en la *Lógica* de Hegel es, en lo esencial, un análisis del concepto geométrico de espacio; del espacio matemático. Las cantidades puras son clases de magnitudes puras. A esta clase pertenecen, por ejemplo, la clase de los números reales no designados, nombrados o determinados mediante unidades métricas.

Lo *puro* en Hegel es aquello que no ha sido precisado. Un conjunto puro no se distingue para nada de un número cardinal. Este número viene determinado sólo formalmente. Esto significa que en su *ser-en-sí*, el conjunto viene definido prescindiendo de sus representaciones concretas y designaciones particulares, ya que son éstas las que lo definen.

Las dos categorías que siguen a la cantidad y al cuanto establecen una conexión explícita entre la dimensión cuantitativa y la cualitativa. Primeramente mediante el grado y segundo con la medida. El grado indica un límite. Este límite señala un inicio de reflexión dentro de la esfera cualitativamente difusa de la cantidad. La medida es, primero, la explicitación de la conexión interna entre la matemática y la física en el nivel de una protofísica-matemática, y segundo, la deducción hegeliana que posibilita una intuición del absoluto en la materia y la recuperación del espíritu desde una encarnación prematura de los conceptos y distinciones cualitativas.

El grado, o los grados, son unidades designadas, pasos métricos abstractos, por mediación de los cuales, los *cuantos puros* abstractos tales como *5*, $3/4$, $\sqrt{2}$, pasan a ser cuantos designados específicamente, *5° Celsius*, $3/4$ *horas*, $\sqrt{2}$ *cm*.

La medida designa los procesos reales de medición que concretan los grados y conducen a resultados métricos reproducibles. Los enunciados cuantitativos se transforman de esta forma en enunciados sobre el universo

material. Los patrones y mediciones constituyen la regla proyectiva de las representaciones matemáticas sobre la experiencia.

El paso de la categoría de la cantidad a la categoría de la medida consiste en lo siguiente: para afirmar algo sobre el mundo real mediante conjuntos designados e indicaciones numéricas (tales como las que vienen dadas por *3 cm*, *5 horas*, *3 kg*,...) necesitamos patrones reproducibles con los que podamos medir algo. Estos patrones deben ser de tal manera que los resultados a los que nos conduzcan sean suficientemente invariantes respecto a la situación individual o particular en la que se sitúe aquél que esté midiendo con un patrón. La invariancia o invariante es una norma impuesta por nuestra subjetividad como forma ideal. Esta forma o norma ideal es tal que su satisfacibilidad fáctica no sólo depende de nuestra técnica, sino también de nuestro saber y con ello también del mundo mismo.

Bajo el término cantidad trata Hegel la constitución que hace posible el empleo extensional de los conceptos, y con ello, del *Ser* mismo. Este modo de ser se manifiesta en proposiciones completas, expresiones nominales y verbales. Los significados vienen captados en este uso como designaciones para extensiones continuas o discretas. Las extensiones de las proposiciones se toman como clases. Estas clases contienen las situaciones a satisfacer (de forma posible)[18].

Empleando la terminología de la lógica moderna diríamos que las expresiones de los predicados de una variable *P*, así como los nombres propios *N*, se consideran como los conjuntos que satisfacen las proposiciones del tipo *esto es un P*, o bien *este es un N*. La imagen que aquí opera es la del género en el sentido asumido por la tradición aristotélica: la delimitación de una esfera a partir de otra mayor. Esta idea se plasma matemáticamente cuando concebimos o consideramos un intervalo a partir de un segmento, o una superficie a partir de una superficie mayor. Dos términos conceptuales se denominan extensionalmente iguales siempre que sus criterios definitorios conduzcan a delimitaciones semejantes.

Las cantidades en el sentido de Hegel no son, sin embargo, conjuntos de elementos discretos. Las cantidades en sentido hegeliano son, más bien, extensiones continuas[19]. Para comprender el punto de vista de Hegel debe-

18. La doctrina de los mundos posibles de Leibniz son un ejemplo de este tipo de clases, a saber, aquellas que hacen o harían verdaderas a las expresiones de estas proposiciones.

19. Hegel medita aquí ideas de la *Física* de Aristóteles entendida como ontología del continuo. Recientemente, el matemático René Thom ha establecido una estrecha relación entre los teoremas de la topología matemática moderna con el análisis conceptual llevado a cabo por Aristóteles en su

mos advertir que no es de suyo algo evidente que las líneas y las superficies, conjuntos continuos, puedan concebirse como conjuntos no-numerables de una pluralidad de puntos. Esta moderna concepción, anticipada por los atomistas y por algunos pioneros del cálculo infinitesimal, está excluida de toda esfera correcta o lógicamente constituida según el parecer de Hegel. La *Lógica* se ocupa de criticar este parecer explícitamente[20].

La concepción moderna de las cantidades continuas o magnitudes entendidas como conjuntos de puntos se funda en dos desarrollos distintos: tenemos que distinguir entre la inclusión de partes y la relación elemental. En la esfera expresiva encontramos la plasmación de estos conceptos mediante la diferenciación de dos especies de cópula; el signo para las partes de conjuntos $\subseteq$ y el signo $\in$ para elementos.

La definición general de número real y la diferenciación categorial entre conjuntos numerables y no-numerables de este tipo de números elimina ciertas contradicciones y confusiones. Estas contradicciones resultan de identificar las líneas continuas, superficies o volúmenes con conjuntos de partes puntuales. Anteriormente al éxito logrado en la matemática moderna con el programa de aritmetización del Análisis mediante los trabajos de Weierstraß, Dedekind y Cantor, la geometría analítica tratada algebraicamente era incapaz de aportar un concepto claro de lo que son conjuntos infinitos o de múltiples elementos no-numerables. La lógica de Frege tiene un aparente resultado negativo; a saber, que la doctrina de los conjuntos no puede fundamentarse lógicamente. Esto abre la posibilidad de incluir todo el análisis en el contexto de una aritmética superior completada con lógica y teoría de conjuntos.

El modo que Hegel tiene de tratar a las cantidades viene determinado por la lógica tradicional y por la semántica aristotélica. Este modelo indica que un significado o contenido conceptual es una extensión o cantidad, un campo o diámetro. Este espacio lógico es la clase de objetos que en Aristóteles constituyen las sustancias, los supuestos o los substratos que caen bajo un concepto. Estos substratos son los elementos originarios o átomos relativos que se distinguen de todas las partes divisibles de un concepto.

Física. THOM, R., *Les intuitions topologiques de l´aristotelisme*. Revue Thomiste, julio-septiembre. 1988.

20. "...unbestimmten Vorstellung der unendlichen Menge von Punkten, aus denen die Linie, oder von Linien, aus denen die Fläche usf. bestehend angesehen wird". WdL 5, p. 370.

Lo que Hegel entiende por extensión es el *ser-en-sí* de un concepto: la referencia del concepto es una extensión o cantidad, un campo. Estas cantidades son las clases de objetos, de substratos que caen bajo el concepto. Las cantidades discretas, no puras, son los elementos originarios o átomos relativos que se distinguen como partes divisibles del concepto. Lo que llamamos un caso concreto constituye en Hegel el objeto que cae bajo un conjunto determinado. Es indiferente si se trata del subconjunto de un género superior. Una situación que reside en el conjunto satisfacible de una afirmación se comporta como un átomo respecto al conjunto. La relación fundamental es, en todo caso, la de una parte respecto de otra en un todo definido[21].

La especie de relación entre superficies en un plano dado es la relación lógica que Hegel define para los predicados matemáticos. La relación de parte a todo se comprende analógicamente como expresión estructural-lógica de la cópula *es*. En la proposición *N es P*, el *es* está por la inclusión lógica. *N* se interpreta como lo definido por la extensión de un predicado (*conjunto P*). Los elementos fundamentales se representan, siguiendo la idea de Euler, como los puntos en una superficie. Hegel explica esta dimensión de la predicación lógica para reformular el concepto de sustancia en Aristóteles.

Los substratos indivisibles son los elementos que caen dentro de las diferenciaciones de un concepto. La expresión *caer bajo* (*darunter liegen*) es la relación del elemento respecto al todo. Hegel sigue en esto el principio de satisfacción de Leibniz: Leibniz interpreta *N es P* como la proposición que afirma que el predicado *P* está contenido en *N*. Las designaciones de propiedades, las proposiciones o situaciones (*Sachverhalten*) se interpretan como una superficie, y no lo que se corresponde con un punto o una línea. La inefabilidad de lo individual llega aquí a su máxima expresión.

La *Lógica* de Hegel no contempla la existencia de un género superior fijo que englobe todas las clasificaciones y diferenciaciones posibles. Ahora bien, tampoco existe objeto alguno susceptible de experiencia inmediata. La cantidad pura (*reine Quantität*) en Hegel significa que un concepto (que sólo es en sí, es decir, en potencia) contiene siempre partes o extensiones siempre divisibles. Esto significa que llegamos de nuevo a conceptos. La cópula *es* expresa una relación de identidad parcial entre lo

21. Esta relación lógica fundamental es el punto de vista que había adoptado Euler para interpretar las relaciones entre superficies.

particular y lo general. Esta inadecuación tiene lugar siempre que el concepto no esté puesto todavía, sino que sea aún un *algo* provisional (lo que es un algo puede ser otro). El género está limitado pero de forma difusa e indeterminada (su límite no está puesto como ser para sí, sino sólo en sí). Este género difuso contiene las delimitaciones de las especies (diferencias).

En la imagen de la superficie, los sujetos de las proposiciones designan siempre algo general, genérico: es la extensión siempre divisible. La proposición *algunos A tienen la propiedad B, y algunos, por el contrario, no la tienen* se traduce en la forma de *una parte de A está contenida en B* y *una parte de A está contenida en no-B*. Los significados formales del sujeto proposicional son un conjunto de propiedades. La diferencia entre una proposición conceptualmente analítica o contingente no afecta en la predicación cuantitativa al significado de la cópula *es*, sino a la expresión proposicional.

1.3. *El concepto de "cantidad pura": la "cantidad pura" como teoría del continuo ("reine Quantität")*

Hegel comienza su investigación sobre los presupuestos de una concepción extensional o cuantitativa del significado, y por ello de las matemáticas, con una aclaración en torno al concepto de cantidad pura. Hegel aborda este problema con una definición formal. Esta definición contiene el núcleo de su concepción en palabras[22].

La cantidad pura es la extensión conceptual continua. En los discursos cuantitativo extensionales suponemos como algo conocido una pluralidad o diversidad de posibles diferenciaciones cualitativas. El sentido del *es* no está suficientemente diferenciado: Hegel está obligado a analizar los distintos sentidos del *Ser*. A este nivel prescindimos de los rasgos y matices concretos que definen los criterios propios de diferenciación. Consecuentemente tratamos los objetos como si lo delimitado fuera inmediatamente disponible. La consecuencia es que tendemos a aceptar lo diferenciado

22. "Die Quantität ist das reine Sein, an dem die Bestimmtheit nicht mehr als eins mit dem Sein selbst, sondern als aufgehoben oder gleichgültig gesetzt ist". Enz 8, § 99.

como ya dado desde siempre, previa e independientemente de estas diferenciaciones[23].

Debemos tener en cuenta que muchas de las clasificaciones definidas por diferenciaciones cualitativas son secundarias en cuanto determinadas en esferas como cantidades. Estas diferenciaciones no son constitutivas de los objetos, sino que más bien suponen la posibilidad del discurso cuantitativo. En nuestro caso, nos encontramos con la delimitación secundaria de conjuntos de cosas mediante predicados cósicos cualitativos. Basta, por ejemplo, con pensar en el procedimiento por el que podemos delimitar los números primos del conjunto numérico completo, o del conjunto de cosas corpóreas, aquellas que superan una cierta magnitud o tienen un cierto color.

La historia del pensamiento nos ha transmitido la distinción entre cualidades primarias y secundarias. Esta distinción constituye el marco histórico y sistemático desde el que Hegel se dispone a diferenciar lo que llamamos diferenciaciones objetivo constitutivas o primarias y las meramente regulativas o secundarias. Las propiedades primarias de las cosas corpóreas son aquellas que podemos controlar desde un punto de vista táctil. Las propiedades ópticas, formas visibles, son en el fondo propiedades secundarias, por no hablar de olores, colores, sabores y sonidos. Estas últimas propiedades son indiferentes a la hora de definir la identidad de una cosa, aun cuando resulten importantes para su posible identificación.

En nuestra primera referencia discursiva sobre las cosas; a saber, las propiedades táctiles relativas al espacio y al tiempo, prescindimos de todas las demás propiedades. No es el caso aquí discutir en torno a la utilidad de esta abstracción. Más bien, constituiría un error aceptar que las propiedades secundarias cósicas fuesen menos reales u objetivas que las primarias.

Al preguntarnos por la constitución primaria objetiva, lo que principalmente nos interesa es el modo (y manera) en que se da un supuesto género supremo y la relación de sus elementos. Los elementos, tomados genéricamente, no son nada indeterminado, inefable, substratos absolutamente individuales, sino que se trata de individuos relativos. La relatividad de estos individuos reside en que su identidad viene a estar co-determinada

23. Una de las suposiciones más comunes es pensar que el sano entendimiento común tiene una idea clara y distinta de lo que son las cosas corpóreas. Las cosas corpóreas, por otro lado, son susceptibles de ser clasificadas bajo múltiples puntos de vista e intereses subjetivos.

por el concepto genérico. En este tipo de géneros o clases supremas podemos definir subclases y conjuntos mediante delimitaciones cualitativas secundarias.

Todo aquél que desconoce lo que son los números reales será incapaz de discernir en esta clase con una diferencia específica aquellos que son algebraicos, trascendentes o, más especialmente, los números llamados euclídeos. No existen partes o subconjuntos anteriores al todo, o con anterioridad a la constitución de un género supremo. *Algo* es sólo parte dentro de un todo. La categoría del *Etwas* (algo) es relativa, esto es, la razón de su ser e identidad no está en ella misma. Su relativa independencia proviene de ser resultado de la primera negación de la negación en la lógica[24].

Un género supremo viene definido cualitativamente como un sistema de diferenciaciones y no-diferenciaciones; es decir, por medio de lo que para Hegel definen los procesos de *atracción* y *repulsión* lógica de representantes de elementos concretos respecto a sus posibles elementos. De forma concreta, Hegel entiende por cantidad en el sentido puro diversas continuidades en las que aparecen imbricadas estrechamente la dimensión matemática fundamental junto con la teoría ontológica de la sustancia en el sentido de Aristóteles[25].

Cuando partimos de lo concreto y finito; por ejemplo, de las determinaciones discretas del espacio y del tiempo tal como se nos dan en sus mediciones, observamos lo siguiente: siempre que hablamos del espacio y del tiempo abstractamente o idealmente nos referimos a todas las posibles precisiones en las determinaciones de las medidas y a todas las posibles extensiones en la esfera de lo medido. Lo mismo es igualmente válido si hablamos de la *materia*[26] y de sus partes, así como de la *luz*[27].

Hegel define el *Yo*, entendido como autoconciencia individual, como la determinación de extensión cuantitativa (*die Bestimmung der Quantität*). Esto puede resultar un tanto chocante, al igual que ocurre con el

24. Un número algebraico es una diferencia respecto de los reales, al mismo tiempo que es una negación de la diferencia respecto de sí mismo (ser un número).

25. "...Stetigkeiten, die den deduzierten Begriff der Quantität in einfacher Anschauung als vorhanden geben:...", "Bestimmtere Beispiele der reinen Quantität, wenn man deren verlangt, hat man an Raum und Zeit, auch der Materie überhaupt, Licht usf., selbst Ich". WdL 5, 214.

26. WdL 5, p. 215.

27. Hegel se aparta claramente del tratamiento de este fenómeno según la metodología newtoniana de la óptica. Para Hegel, el fenómeno de la luz es la categoría que engloba todas las diferenciaciones posibles dentro de los fenómenos que calificamos de ópticos.

fenómeno de la luz, pero debemos comprender que lo que Hegel quiere expresar es la naturaleza del *Yo* como un contexto (continuo) de diferenciaciones posibles. Todas las sucesiones de infinitas sensaciones, intuiciones y representaciones son valoradas como perteneciendo a una identidad. De esta forma traduce Hegel lo que queremos decir cuando afirmamos que las representaciones son *mías*. Esto no significa que no caben más diferenciaciones en el discurso sobre uno mismo. Más bien, y por el contrario, la identidad de mi propia autoconciencia reside en la posibilidad de estas diferenciaciones dentro de mi identidad. Esto implica que mi identidad viene determinada por una delimitación respecto a aquellos que constituyen otras identidades.

1.4. *La teoría de las "magnitudes" y "proporciones puras" en Hegel*

Las determinaciones conceptuales del cuanto vienen preparadas por la distinción hegeliana entre cantidades puras o *proporciones* (*Proportionen*) y *magnitudes* (*Größen*)[28]. Las cantidades puras designan las esferas de las magnitudes. Estas cantidades suponen procedimientos completamente determinados de diferenciaciones cada vez más precisas. Cuando menos, estas cantidades suponen también una unidad de medida (las magnitudes nombradas o designadas, o bien, cuantos: la cantidad finita pasa a ser magnitud finita). Como ejemplos de cuantos de este tipo tenemos los números enteros, racionales o, en moderna matemática, reales del tipo *3 manzanas*, $3/4$ *m*. Entre estas magnitudes se encuentran muy especialmente todos los números no designados de números racionales no negativos.

En la designación de magnitudes distinguimos distintos niveles de abstracción. Dentro de las esferas posibles de magnitudes distinguimos determinaciones de éstas: longitudes, superficies, volúmenes son esferas diferentes de posibles cantidades continuas. Las unidades de longitudes son imposiciones arbitrarias que dependen de la subjetividad. Dentro de las unidades, podríamos haber tomado igualmente una parte como unidad para definir el grado o paso del numerar.

28. "1) Der Ausdruck Größe ist insofern für Quantität nicht passend, als er vornehmlich die bestimmte Quantität bezeichnet". Enz 8, § 101.

Los conjuntos son discretos. Pero sólo son tales una vez que hemos abstraído desde una primaria formación de clases. Estas clases se definen a partir de las internas continuidades de sus elementos. Las continuidades, al mismo tiempo, las debemos concebir como susceptibles siempre de una mayor divisibilidad. Esto debe ser así, si no queremos tomar las clases concretas de representantes (para elementos) por átomos abstractos o una variable para individuos.

Las longitudes son relaciones cuantitativas teórico formales. Desde un punto de vista interno a la matemática misma, las longitudes son indicaciones métricas lógico proporcionales de segmentos relativos a una unidad de longitud. Esta unidad queda definida en una construcción o forma geométrica general de una representación particular. Una longitud viene definida por una relación de equivalencia entre segmentos de igual longitud en una forma geométrica. La definición de una longitud es independiente de las magnitudes concretas empleadas en una forma geométrica concreta. En este sentido, las longitudes son magnitudes abstractas, necesariamente distintas de los resultados de una medición de longitudes empírica. Esta medición empírica hace ya uso de patrones concretos previamente establecidos.

Las designaciones concretas de los grados nos conducen a números de medida concretos. De esta forma deducimos objetos tales como *5 cm*, los *9 planetas del sistema solar* En este caso concreto, la designación concreta de los conjuntos nos indica aquello que debemos contar.

Las magnitudes, los números designados, no son ni aumentados ni disminuidos. Las magnitudes finitas surgen por modificación de las indicaciones numéricas. Así, en la expresión *3 cm*, modificamos el *3* por el *5* dentro de una misma designación numérica para otras tantas magnitudes. Aquello que permanece igual es la designación de magnitudes, o bien, la clase determinada de magnitudes. En matemáticas se traduce este fenómeno diciendo que en las clases de magnitudes tiene que definirse un orden. Si este orden es compatible con la adición o substracción, entonces decimos que en tal caso, por ejemplo, el orden de los conjuntos finitos, números o longitudes, permanece dentro de la clase de las magnitudes en cuestión tras las adiciones (*Vermehrungen*) y substracciones (*Verminderungen*)[29].

29. "2) Die Mathematik pflegt die Größe als das zu definieren, was vermehrt oder vermindert werden kann; so fehlerhaft diese Definition ist, indem sie das Definitum selbst wieder enthält, so liegt doch dies darin, daß die Größebestimmung eine solche ist, die als veränderlich und

Hegel conoce la obra de Euclides por formar parte en aquella época de la educación elemental. En el libro V de *Los elementos* encontramos una definición general de magnitudes como preámbulo a una doctrina general de las proporciones. Esto lo vamos a presentar traducido en la forma en que lo expone la matemática moderna. Dentro de la geometría de Euclides existe un elemento profundo y esencial. En la matemática moderna este elemento de la geometría de Euclides no se considera como geometría sino como Análisis. Una magnitud es un elemento lineal y arquimédicamente ordenado de la clase K de elementos g. Esto implica que para cada dos designaciones g, g' de elementos de K es siempre válida la relación $g < g'$ o $g = g'$ o bien $g' < g$ (condición de ser elemento lineal). Con esto expresamos lo que Hegel entiende por magnitud finita (*Größe*): la designación de un *cuanto finito* o *cantidad determinada abstracta* aunque no necesariamente pura.

Además, respecto a la relación $<$ de orden en K se debe cumplir el axioma formulado por Eudoxo y conocido más tarde como *principio arquimédico*: para cada par g y g' de K existe siempre un número natural n, tal que $g' < n \cdot g$ o bien $g < n \cdot g'$ (condición de ser elemento arquimédicamente ordenado en la clase K). El axioma supone que sobre la clase K hay definida una multiplicación con números enteros positivos; o aún todavía una adición. Con este axioma traducimos lo que Hegel entiende por una *modificación dentro del cuanto*, adición y substracción, que es compatible con el establecimiento de relaciones de equivalencia.

Euclides define lo que en términos hegelianos es el *Ser-en-sí*: concepto formal abstracto de una magnitud. Más concretamente, lo que hace es definir una esfera de magnitudes. En cada caso concreto deben realizarse y mostrarse satisfechas las condiciones definidas axiomáticamente por Euclides. Las condiciones de Euclides se pueden comprender como axiomas de equivalencia. La definición de Euclides representa conjuntos finitos discretos, pero también segmentos, superficies, magnitudes, longitudes y magnitudes de superficies tal y como las empleamos en las construcciones geométricas. Cuando Hegel subraya la naturaleza finita de todas las magnitudes, se refiriere implícitamente a la propiedad arquimédica de las correspondientes esferas de magnitudes.

Las *magnitudes infinitesimales* no satisfacen la propiedad definida. Por este motivo, a entender de Hegel y del pensamiento matemático orto-

gleichgültig gesetzt sei, so daß unbeschadet einer Veränderung derselben, einer vermehrten Extension oder Intension, die Sache, z.B. ein Haus, Rot, nicht aufhöre, Haus, Rot zu sein". Enz 8, § 101.

doxo clásico, no pueden ser llamadas magnitudes con propiedad. Las *magnitudes infinitesimales* introducidas por A. Robinson en el *Nonstandard Análisis* no son magnitudes en el sentido de Euclides[30]. Sin embargo, frente al cálculo de fluxiones de Newton y los infinitesimales de Leibniz, estas *magnitudes infinitesimales* se presentan como elementos de un conjunto perfectamente definido. Las condiciones de su identidad y sus representantes están claramente establecidas[31]. Ahora bien, no existe procedimiento decisivo esquemático alguno que defina el control de estas condiciones.

Supongamos que disponemos de pares de designaciones determinadas para magnitudes. Estas designaciones pueden ser números (n,m), longi-

30. A. Robinson observa que Leibniz introdujo la teoría de los infinitesimales como números ideales. Estos números podían ser infinitamente pequeños e infinitamente grandes comparados con los números reales. Sin embargo, poseían las mismas propiedades que éstos. Ni Leibniz ni sus discípulos fueron capaces de dar un desarrollo racional que condujera a un sistema de la clase descrita. Como consecuencia de ello, la teoría de los infinitesimales cayó en descrédito. La teoría de los infinitesimales fue reemplazada por la teoría clásica de los límites. Robinson emprende el proyecto de justificar las teorías de Leibniz. El objetivo de Robinson es mostrar un renovado y fructífero acercamiento al Análisis clásico y a muchas otras ramas de las matemáticas. Robinson detalla las propiedades básicas de las estructuras matemáticas que sirven de esqueleto para la aritmética y el Análisis no-standard. El objetivo es demostrar que estas estructuras permiten una adecuada fundamentación a la teoría de los infinitesimales. De esta forma, Robinson desarrolla los elementos del cálculo diferencial e integral según la teoría de los infinitesimales. Posteriormente, procede a introducir diferenciales de diferentes órdenes; primero y sucesivos. Muestra aplicaciones concretas de esta teoría en problemas simples geometría diferencial. Estos diferenciales son *infinitamente pequeños*; esto es, tal y como los empleaba L'Hopital en uno de los primeros textos sobre el cálculo publicados en la Europa continental *Tarité des infinitament petits*. El objetivo de Robinson es demostrar que el método empleado en estos primeros textos puede ser erigido sobre fundamentos firmes. ROBINSON, A. *Non-standard Análisis*. North Holland Publ. Co. Amsterdam. 1967.

31. El descubridor explícito de los modelos no-estandar de la aritmética de los números naturales es Skolem. Thoralf SKOLEM publica un artículo *Über die Unmöglichkeit einer vollständigen Charakterisierung der Zahlenreihe mittels eines endlichen Axiomensystems* en 1933. En este artículo prueba que ninguna teoría aritmética de primer orden es categórica, ya que toda teoría aritmética de primer orden tiene modelos no-estandar que no son isomorfos con el sistema de los números naturales. Sin embargo, son válidas todas las afirmaciones de primer orden que se puedan hacer sobre los números naturales. Esto significa que el sistema N de los números naturales y el sistema no-estandar N* construido por Skolem no son isomorfos; aunque si que son equivalentes. Esto último implica que satisfacen exactamente las mismas sentencias de primer orden. Una teoría axiomática es categórica si todos sus modelos son isomorfos entre sí. En tal caso, decimos que la teoría caracteriza unívocamente la estructura de sus modelos. Este descubrimiento de Skolem se sigue de los resultados de Gödel en su artículo *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Matemática und verwandter Systeme* (1931). Así mismo, Skolem se apoya sobre todo en el teorema X de compacticidad de Gödel aparecido en *Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalkül* (1930).

tudes (a,b), superficies (A,B), ángulos (α,β). Entre estos pares de designaciones define Euclides las condiciones veritativas de una ecuación (analogía) de la forma $X:Y = x:y$. Las condiciones veritativas vienen dadas del modo siguiente: la condición de la verdad de la desigualdad o inecuación $X:Y < x:y$ viene definida si se dan dos números positivos n,m con las propiedades $m \cdot X < n \cdot Y$ y $n \cdot y < m \cdot x$. Siempre que no se verifique $X:Y < x:y$ ni $x:y < X:Y$, tendremos que concluir que $X:Y \neq x:y$ es falsa. Con esto, definimos que la inecuación $X:Y = x:y$ es verdadera.

Euclides y Eudoxo definen así la posibilidad constitutiva de predicación (*logoi*) sobre proporciones puras. Frente a toda designación de pares de magnitudes encontramos proporciones invariantes (puras-*reine*-en el sentido de Hegel). Podemos aplicar el cálculo de ecuaciones e inecuaciones para las designaciones de magnitudes correspondientes. Ciertamente tenemos que demostrar que entre las proporciones surge una ordenación lineal, o lo que es lo mismo, que la desigualdad definida por la relación < y la igualdad definida correspondiente satisface el principio del *tertium non datur*.

El método lógico para definir la igualdad mediante la negación de desigualdades determinadas, empleado por Hegel en la lógica dialéctica, encuentra aquí una primera aproximación significativa. Hegel nota que esto no sólo es significativo para las esferas objetivas matemáticas. Por ello, amplía la analogía a las demás esferas objetivas. Por la naturaleza de las exigencias para constituir esferas de magnitudes u objetos matemáticos, declara Hegel que el método de la matemática griega es mucho más riguroso que el empleado en el cálculo infinitesimal moderno[32]. El cálculo infinitesimal moderno es en principio el mero deseo de disponer de un cálculo de cierta especie. Este cálculo debería poder satisfacer ciertos axiomas establecidos libremente, en lugar de indicarnos el modo y si en efecto los satisfacen. Los axiomas expresan en este caso una mera pretensión (*Sollen*) o *Ser-en-sí*.

Las construcciones de la geometría plana, las pitagóricas, las euclidianas o bien aquéllas que no requieren de compás para ser reproducidas, definen una clase determinada de relaciones entre formas teoréticas ideales. Estas formas se definen entre ciertas longitudes rectas de seg-

32. Hegel afirma, apoyándose en la autoridad de Lagrange, que los métodos de la matemática griega introducen un rigor insuperable en matemáticas. WdL 5, p. 305.

mentos o entre superficies delimitadas por rectas que representan la clase o subclase de todos los posibles números abstractos. En éstos contamos con las proporciones o números euclidianos y pitagóricos. Estos números se incluyen dentro de los números reales positivos. De igual forma, podemos delimitarlos y aislarlos de entre los números reales positivos bajo ciertas condiciones.

La definición máximamente general de lo que en matemática moderna llamamos números reales, reemplaza la geometrización de la aritmética y la algebraización de la geometría[33]. La geometría algebraica había sido desarrollada principalmente por Descartes. Los trabajos de Descartes conculcan conscientemente ciertos procedimientos de la lógica escolástica: Descartes es el primero que identifica sistemáticamente, empleando un engaño lógico, las proporciones puras con las longitudes geométricas. Descartes identifica la superficie de un rectángulo, uno de cuyos lados tiene una unidad fija E, con la longitud del otro lado. La inclusión definida de las proporciones en las longitudes viene articulada mediante ecuaciones algebraicas: $A{:}B =_{df} C$ siempre que $C{:}E = A{:}B$, con E como unidad de longitud fija. Ampliando esta idea, podemos sustituir E por el término numérico 1, o por la ecuación E=1 aceptándola como regla de cálculo[34].

33. Nos referimos sobre todo a la teoría de los cortes de Dedekind. Sobre este punto cf. FERREIRÓS DOMÍNGUEZ, J., *El nacimiento de la teoría de conjuntos*, 1854-1908, Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, Madird, 1991.

34. Según Hegel, una relación de potencia (*Potenzverhältnis*) puede adoptar tres formas: 1) $e = y \cdot (1/e)$, 2) $e = y{:}e$ y 3) $y = e \cdot e$. Hegel da especial relevancia a la determinación aritmética de la segunda potencia 4) $z = m^2 = m \cdot m$. Debemos notar el doble papel que juega la designación numérica m en 4) y la e en 1), 2) y 3). En 1) y 3) , la e representa en principio una magnitud constante cualquiera. En la 3), e representa simultáneamente el papel de unidad y de lo que Hegel llama exponente de una operación. En 2), e es proporción abstracta y término de la proporción. La relación $e = y{:}e$ indica que e misma es una proporción. Hegel dice que esto es así en cuanto que *se diferencia de sí misma* (*wodurch es sich von sich unterscheidet*) WdL 5, 381. La e es la variable para una expresión cualquiera E, que designa una proporción. La E opera de esta forma siempre y precisamente cuando las ecuaciones $E = Z{:}W$, en todas las proposiciones bien formadas, tengan un valor de verdad. En tal caso, podemos sustituir E en cada $Z{:}W$, para el que la ecuación había obtenido el valor verdadero. Hegel habla de la cualidad del cuanto o magnitud (*Qualität des Quantums*) (*als Unterschied seiner von sich selbst gesetzt zu sein, überhaupt dies ist, Verhältnis zu sein*). Hegel está definiendo una proporción. Una ecuación del tipo $e_2 = e_1^2$ no define, en principio, relación cuantitativa alguna. Esto es así, siempre que e_1 sea cierta unidad; es decir, una unidad de longitud E. En este caso, la ecuación introduce dos cualidades; tales como por

A partir de aquí podemos hablar y construir la noción de recta numérica. En ella, podemos insertar longitudes reales arbitrarias o límites de series convergentes infinitas de longitudes euclídeas. Las proporciones puras se pueden sumar, multiplicar y dividir tal y como hacemos con las longitudes. El resultado de una multiplicación de longitudes no debería modificar la designación o dimensión: el producto de longitudes permanece una longitud. De esta forma fundamentamos inmediatamente el cálculo algebraico aditivo y multiplicativo con números pitagóricos y euclidianos positivos.

Cuando pasamos de los números naturales a los reales, y representamos a estos últimos por longitudes, podemos entender de manera más precisa lo que significa que las operaciones de adición, multiplicación y potencia son las operaciones básicas fundamentales. La adición, definida como adición de longitudes, es el añadido de un segmento a otro. La multiplicación, definida por la construcción del área de un rectángulo, es la transformación geométrica de un rectángulo, uno cuyos lados es de una longitud unidad previamente dada[35].

ejemplo, longitudes y superficies, o bien, velocidades constantes y aceleraciones constantes. La ecuación introduce, por tanto, una relación entre dos cualidades (*qualitative Beziehung*). La e_2 define geométricamente la superficie de un cuadrado con longitudes designadas por los lados e_1. Este es el fundamento para interpretar que $(x \cdot e_1)^2 = x^2 e_2$ representa una relación cuantitativa, en la que x es número real o proporción abstracta. Si quitamos las designaciones numéricas e_1 y e_2, obtenemos puras relaciones aritméticas entre equivalentes proporciones puras, no especificadas, frente a toda determinada designación. La relación puramente cuantitativa definida para proporciones puras o números abstractos $f(x) = x^2$ expresa con ello una relación entre superficies, siempre que se modifica la longitud unidad de x frente a e y $x = x{:}e$. Puesto que $e_1 = e_1{:}e_2$, (es por ello por lo que) e_1 mismo es una proporción. La cuestión ahora es con qué proporción tiene que ser identificada. En principio pueden ser todas. Se requiere una imposición, una norma. La e_1 es la unidad, que introduce $e_1 = e_1{:}e_2 = 1{:}1 = 1$, e_2. Estas ecuaciones se deben entender, consiguientemente, como e_1 representando lo uno como longitud, e_2 es lo uno como superficie, y los dos representan la proporción $1{:}1$. e_2 se convierte así en la unidad de medida de la superficie.

35. Consideramos la ecuación $y = x \cdot x$, con la correspondiente construcción de un cuadrado, o bien, de un rectángulo unidad cuyos lados son las longitudes y y e. La proporción equivalente a $y = x \cdot x$ será $y{:}x = x$. Con esto, vemos lo que significa la expresión de Hegel al decir que el cuanto (*Quantum*) viene a sí mismo (*zu sich selbst kommt*). El número real x viene a sí

Hegel emplea un concepto general para referirse a la potencia en cuestiones matemáticas. El concepto general de potencia define un número dado como el número exponente que nos dice con que frecuencia debe ser realizada una operación básica o un argumento. La *relación de potencia* (*Potenzverhältnis*) entre el argumento, paso operativo, y el valor de una operación, viene expresada por una indicación numérica[36].

Hegel habla de una relación de potencia tanto para referirse a una relación determinada por la forma $y:x = x$, como para referirse a una relación general de la forma $(y + C):x = p(x)$, donde $p(x)$ es un polinomio no constante en x y C es una constante[37]. Hegel se sirve paradigmáticamente de la potenciación para designar, tomando la parte por el todo, la clase de operaciones complejas con exponentes cuantitativamente dados. En otros casos, Hegel se refiere a polinomios de potencias superiores que no se desvanecen. La expresión de un polinomio $p(x) = a_n x^n + ... + a_0$ nombra una operación en la que los exponentes nos dicen numéricamente (incluyendo los factores) lo que habría que hacer para obtener un valor para cualquiera de los argumentos de x[38].

mismo en las proporciones $y = x \cdot x$ y $y:x = x$. En la expresión $y:x = x$, queda más claro que x ya no es una longitud o un segmento; esto es, un cuanto (*Quantum*) sin más, sino una proporción de longitudes; es decir, una relación. La argumentación de Hegel se dirige a esclarecer las condiciones que suponemos a la hora de identificar una longitud con un número o con una proporción. Las ecuaciones $y = x \cdot x$ y $y:x = x$ muestran los fundamentos de la geometría analítica. En la lógica la relación cuantitativa (*das quantitative Verhältnis*) precede a la teoría de la medida (*Maß*) y ésta, a su vez, a la esencia (*Wesen*).

36. En lugar de construir los objetos numéricos de forma genética, la aritmética puede fundarse en un sistema de axiomas. Desde esta perspectiva la génesis sirve para reducir la consistencia de este sistema a la consistencia de los axiomas que rigen a los números naturales. Los axiomas de la aritmética son de dos tipos fundamentales: los axiomas algebraicos y los de magnitud. Los axiomas algebraicos tratan de las operaciones de adición y multiplicación. Contienen las reglas formales de operación, como $a + b = b + a$, necesitan la existencia del 0 y 1 con las propiedades $a + 0 = 0 + a = a$, $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$ y la invertibilidad de la adición y la multiplicación (con excepción de la división por 0). Los axiomas de magnitud, que no son válidos en el dominio de los números complejos, tratan sobre la relación $a > b$. Esta es la perspectiva adoptada por D. Hilbert en *Grundlagen der Geometrie*. 1899; 7a. ed. Leipzig 1930.

37. A este respecto, el caso más simple es $y = p(x)$.

38. Tanto en su sentido concreto como general, la designación cuantitativa dada en exponentes y factores se transforma (*umschlägt*), cambia o modifica en una cualidad. Las funciones puramente abstractas $F(x)$ o sólo extensionalmente consideradas, están definidas por la descripción abstracta de los recorridos de valores o por la mera satisfacción de condiciones veritativas para proposiciones

Uno de los objetivos de Hegel es definir concretamente lo que es una función[39]. Por ello, se centra en aquellas dadas por la clase de los polinomios y series de potencia[40]. Hegel en sus análisis considera sólo funciones definidas por polinomios. Con especial atención se refiere a las funciones definidas por series de potencias en Lagrange. Esto no significa, por otro lado, que este tipo de funciones sean las únicas relevantes en el Análisis y la aritmética. Hegel menciona explícitamente el carácter paradigmático de sus reflexiones en este tema. Al mismo tiempo, este tipo de funciones constituyen el núcleo clásico de las funciones investigadas en la aritmética y el Análisis.

En este contexto es de vital importancia comprender la relevancia que para Hegel tiene la relación de potencia[41]. La potencia, el cuadrado x^2, es

de la forma $F(x) = y$. Estas funciones son frecuentemente definidas sin criterios operativos disponibles por los que pudiéramos calcular los valores. La operación, tal como la que concretamente define un polinomio $p(x)$, es una de las representaciones concretas posibles que corresponden a una función extensional, y por tanto, de su recorrido-valor-argumento. Esta es una relación cuantitativa que, como tal, puede ser representada intuitivamente por una curva en un sistema de coordenadas, o abstractamente por una relación o conjunto R_p de pares (y,x).

39. El concepto cualitativo de una función bien definida es real en el caso operativo. Lo cualitativo reside en el control real de la acción, del operar esquemático con figuras, y con ello, de valores. Las funciones calculables son, como tal, cualitativas, definidas como instrucciones de un calcular operativo. Se trata de la determinación cualitativa en la esfera del *Dasein*. En una clase abstracta de funciones, los argumentos y los valores son sólo en principio una asignación controlable. El concepto abstracto correspondiente a esto es el de recorrido de valores o extensional. El concepto abstracto o extensional de función como relación $y{:}x = ?$ entre el valor de la abscisa y la ordenada, existe sólo por mediación de clases de equivalencias entre funciones ya definidas intensional o cualitativamente.

40. Hegel llega aquí sin el proceder ordinario del tipo *una función* $y = f(x)$ *es una proyección que asigna un argumento* x *a un valor* y. Siempre cabe preguntarse: quién, qué, a quién, cómo lo asigna. Presuponemos como evidente lo que son esferas de funciones susceptibles, de alguna forma, de ser nombradas. Esto no es más que un malentendido formal. Las expresiones verbales de esta especie nos dicen algo sobre la forma de la dependencia funcional, pero nada sobre un concepto concreto de función. Por supuesto, queda sin definir lo que es una esfera de objetos sobre la que trata un enunciado del tipo: *hay una función de la propiedad....*

41. Hegel trata esta operación y esta función con un carácter paradigmático. Hegel observa que limitarse a los problemas sencillos y a sus formas resolutivas (*einfache Probleme und Auflösungsweisen*) tiene la ventaja de ser sumamente útil a la hora de determinar el concepto, que es de lo que fundamentalmente se tiene que ocupar la *Lógica* (*für die Begriffsbestimmung, um die hier allein zu tun war*). La determinación de potencia (*Potenzbestimmung*) será para Hegel el núcleo fundamental representativo del cálculo infinitesimal (*für das diesem Angehörige möchte der Name*

la relación fundamental cualitativa en el cálculo de longitudes. La función $f(x) = x^2$ define, dentro de una doctrina puramente geométrica de las magnitudes, la transformación cualitativa de un cuadrado en un rectán-

einer Potenzenfunktion und der Funktion ihrer Entwicklung oder Potenzierung der passendste sein, weil er der Einsicht in die Natur der Sache am nächsten liegt). WdL 5, 356. Hegel se refiere a esta operación y a esta función determinada, no por desconocimiento de otros tipos de funciones, sino porque esta operación define esencialmente el objeto del cálculo. La postura de Hegel coincide, aunque sin que éste mismo lo sepa, con la del matemático noruego N. H. Abel en *Untersuchungen über die Reihe* $1+\frac{m}{1}x+\frac{m\cdot m-1}{1\cdot 2}x^2+\ldots$" *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*; 1826, pp. 311-339. Abel es un rigorista clásico que abandona rápidamente el terreno complejo y difícil antes de poner en peligro los patrones del rigor. Por ello, propone audazmente restringir el dominio de validez de todos los teoremas del análisis a las series de potencias. Con ello, destierra de la investigación racional las series de Fourier. Estas series suponían un ejemplo de jungla incontrolable de excepciones. Cauchy en su *Cours d'Analyse* de 1821, es decir, catorce años después del descubrimiento de las series de Fourier, pretendía demostrar que cualquier serie convergente de funciones continuas siempre tiene una función límite continua. Lo curioso es que los contraejemplos de Fourier al teorema de Cauchy eran bien conocidos cuando éste escribió su libro. Abel percibe que Cauchy prueba un teorema que al menos mucha gente, por no decir él mismo, sabía que era falso o cuando menos problemático. Por ello, Abel en una nota añade que el teorema de Cauchy admite excepciones: es bien sabido que existen muchas series con propiedades similares a las representadas por los contraejemplos de Fourier. La exclusión de excepciones sustituye con frecuencia a la investigación de lemas o teoremas oscuros. En el curso de la Lógica de Hegel, primero consideramos una colección continua de fenómenos (*Qualität*) homogéneos, tal como un espacio. En este espacio podemos considerar líneas e introducir una medida de su longitud (en el caso de la geometría diferencial procedemos en pequeños pasos "infinitesimales" de modo similar a como cuando medimos la longitud de una curva en el espacio ordinario). La ciencia del espacio introduce aquí un límite sobre la cualidades definidas: el espacio se sujeta, por medio de la *Géométrie* 1637 de Descartes, al cálculo algebraico. La geometría analítica reduce todo problema geométrico a uno algebraico. De esta forma asignamos números a los segmentos, superficies, volúmenes, colecciones de cualidades continuas (y en muchas ocasiones introducimos un grado de magnitud). La síntesis de la continuidad y la discrección pasa en Descartes por racionalizar el espacio; esto es, superar la dudas de los antiguos en torno al uso de conceptos aritméticos en geometría. Esto presupone que el concepto de número, con la inclusión de los quebrados y los números irracionales, tiene una amplitud suficiente, no sólo para contar, sino también para medir. Los griegos estaban imposibilitados de dar este paso, por haber tomado en serio el descubrimiento del número irracional. Hegel contempla en la transformación cualitativa de las figuras operando con magnitudes concretas la cualidad de la cantidad (*Qualität des Quantums*) y el paso categorial a la medida (*Maß*): el paso de la pura homogeneidad extensional a la posibilidad de diferenciar y articular predicados cuantitativos sobre cualidades reales del mundo. La determinación de potencia (*Potenzbestimmung*) tiene para Hegel la importancia de anticipar el concepto necesario de grado (*Grad*) para poder medir algo en general. La potencia (*Potenz*) es la referencia de una operación a sí misma cuantitativamente expresada.

gulo. El cuadrado de lados con longitudes x se transforma en un rectángulo, uno de cuyos lados tiene la longitud fija E[42].

La pregunta *cuánto* no tiene una contestación inmediata dentro de la clase de los números naturales. De esta forma, pasamos de la pura cantidad (*reine Quantität*) de la cardinalidad a una magnitud de un cierto orden determinado (*Quantum*). Los números en general, no sólo los naturales o los enteros positivos, no pueden ser nombrados más que sobre conjuntos cualitativamente determinados. Cualquier expresión de signos en una serie numérica, designa por ejemplo, indirectamente un conjunto abstracto, cuyos elementos son los números precedentes bajo el que está definido el conjunto vacío o el cero. Así, sólo cuando comprendemos una línea recta numérica como los representantes de proporciones, y éstos, como los números reales, o bien, los números reales como valores límite de series monótonamente convergentes, es cuando los números se comprenden como magnitudes puras o cuantos (*Quanta*) absolutamente determinados y desarrollados (*vollkommen bestimmt und entwickelt*).

En la designación de un número interviene la unidad de numeración o del numerar; por ejemplo, contamos *manzanas*, *sillas*, *piedras*, *protones*, *longitudes* unidad como *cm*, *m*, *volúmenes* como *l* de un líquido determinado. Hegel investiga con ello el uso de números o de sus representantes en el numerar o calcular[43]. La unidad a la hora de numerar los objetos empíricos viene dada por la identidad definida cualitativamente entre diferentes elementos: en cuanto algo es una *manzana*, este algo es igual a cualquier otra *manzana*, en cuanto un segmento es *1 cm* de largo, es igual a cualquier otro segmento de *1 cm*[44].

42. La ampliación de la adición sobre todos los elementos de un cuerpo de longitudes rectas es un proceso rutinario. La interpretación geométrica requiere aquí introducir nuevas convenciones, tal como las que siguen: $(-E)\cdot(-E)=E$, $(-E)\cdot A=-A$ y $0\cdot A=0$. La fundamentación filosófica y lógica de estos elementos ha provocado largas discusiones. Parece, sin embargo, que su fundamento está, más bien, en la utilidad; a saber, posibilitar el cálculo simple y sencillo. Leibniz ha puesto de relieve en este punto la importancia técnica o lingüística de este tipo de postulados por encima de toda especulación (incluyendo también los que se refieren al cálculo infinitesimal).

43. “In der Arithmetik pflegen die Rechnungsarten als zufällige Weisen, die Zahlen zu behandeln, aufgeführt werden. Wenn in Ihnen Verstand liegen soll, so muß derselbe in einem Prinzip, und dies kann nur in den Bestimmungen liegen, die in dem Begriffe der Zahl selbst enthalten sind; dieses Prinzip soll hier kurz aufgezeigt werden.- Die Bestimmungen des Begriffs der Zahl sind die Anzahl und die Einheit, und die Zahl selbst ist die Einheit beider”. Enz 8, § 102.

44. “Die Einheit aber, auf empirische Zahlen angewendet, ist nur die Gleichheit derselben”. Enz 8, § 102.

La identidad de la unidad es la proyección biyectiva unívocamente inversa de los elementos que definen la relación de igualdad numérica. Para contar es indiferente si tomamos como patrón o conjunto numerable, un conjunto de *n manzanas*, *n ciruelas* o el conjunto de signos que preceden a la expresión numérica $n+1$. Lo numerado son los elementos de un conjunto abstracto. Los elementos del conjunto a contar o numerar son designados de manera inversamente unívoca.

Los enteros positivos, los números naturales, 1 ,2 ,3 ,... son símbolos abstractos que denotan o designan cuántos objetos tenemos en una colección[45] o conjunto de elementos discretos[46]. Ahora bien, según hemos visto, esto lo podemos hacer únicamente una vez que hemos introducido una serie de diferenciaciones cualitativas. No podemos contar nada sino sabemos lo que hay que contar, o la clase de *cosas* que hay que contar.

45. L. Kronecker afirmaba que los números naturales son obra de Dios y que el resto es obra del hombre. El problema del conocimiento se manifiesta de forma clara y sencilla en los números naturales. La sucesión de los números naturales comienza con 1 y se genera por un proceso que da a partir de un número ya obtenido el consecutivo. En esta progresión no reaparece ningún número anterior. Un concepto, una operación o una propiedad que se refiere a números arbitrarios sólo puede introducirse por inducción completa o también llamada matemática. Así, procedemos α) diciendo lo que el concepto significa para el primer número 1, y β) decimos cómo se transmite de cualquier número n al consecutivo $n' = n+1$. Lo que es cierto para los conceptos es cierto de manera similar para las demostraciones. Para demostrar que un teorema es válido para todo número demostramos α) que es válido para 1 β) que es válido para n' si es válido para n. La teoría de los números naturales puede construirse paso a paso de forma completa por el método de definición y demostración por inducción. B. Pascal es el primero que hace mención explícita de este método desconocido por la lógica aristotélica. El concepto de sucesión es esencial en la construcción o teoría de números por inducción completa. Los números se caracterizan principalmente por ser números ordinales, distinguiéndose tan sólo por su posición en la sucesión. El conocido método de contar, aplicado a una colección dada de objetos, produce un número natural como el número o cantidad (*Anzahl*) de elementos de una colección. Al contar los elementos de la colección son ordenados en sucesión; primero, segundo... . Si aseguramos el hecho fundamental de que el resultado de contar es independiente del orden, establecemos una base segura para el concepto de número ordinal.

46. Dentro del dominio de los naturales, el 1 es un individuo. Esto se debe a que a que es el único número de este tipo que no sigue después de otro. En el dominio de los números naturales 1,2,3... tenemos una única relación básica según la cual pueden definirse todas las demás; a saber, la que existe entre un número n y su sucesor inmediato n'. Todos los números naturales son individuos. Lo misterioso de los números reside precisamente en que el intelecto, en la serie numérica, crea una diversidad infinita de individuos bien distinguidos. Así, por ejemplo, podemos percibir esta diversidad en la ley de distribución de los números primos. La posibilidad de construcción y el carácter individual de los números los caracteriza para una representación teórica adecuada de la realidad.

Contar es calcular el número; por ejemplo, el número de personas, sillas, que hay en una habitación[47]. Para contar necesitamos disponer previamente de unas determinaciones cualitativamente delimitadas de predicados, clases o géneros. Nos fijamos, pongamos por caso, en una silla concreta y decimos *una*, después en esa otra y decimos *dos*, y así sucesivamente. Lo que hacemos es añadir a una silla de nuevo una más y aún una silla,... . En definitiva, lo que hacemos es repetir la unidad *silla*. Esto, sin embargo, lo podemos hacer aún cuando no hagamos corresponder a cada unidad un objeto concreto[48]. Así, si en lugar de decir una silla, de nuevo una silla,..., nos limitamos a decir algo como *uno*, de nuevo *uno*, y aún *uno*,... lo que hacemos es contar.

En el origen mismo de las matemáticas está insita la noción de grado. Una vez determinado el patrón, despojamos a los símbolos de toda referencia a las cualidades concretas de los objetos contados[49]. Contamos

47. Este es un caso especial de definición por abstracción. Se trata de una relación binaria en un dominio de objetos como relación de equivalencia o relación con el carácter de igualdad. Dos conjuntos A y B de objetos, por ejemplo personas y sillas en una habitación, decimos que son numéricamente equivalentes, $A \approx B$, si es posible establecer una aplicación de apareamiento de los elementos de A con los de B; según nuestro ejemplo, si es posible asignar una persona a cada silla, de tal forma que ninguna silla quede vacía y ninguna persona en pie. Ya Hume se refiere a esta explicación para aclarar lo que es una equivalencia numérica *Treatise of human nature*, libro I, parte III, sección primera. Por tanto, todo conjunto determina un número cardinal; y dos conjuntos determinan el mismo número si y sólo si son numéricamente equivalentes.

48. Se ha discutido enormemente si el concepto de cardinal precede al de ordinal. El concepto de número cardinal, independiente de todo arreglo ordinal, sólo puede definirse por abstracción: de forma un tanto imprecisa diríamos que el concepto de número cardinal resulta del de conjunto al abstraernos de la naturaleza de sus elementos y considerar únicamente su discernibilidad. Hegel considera que tal proceder es el del atomismo. Una de las consecuencias más importantes es la pérdida de límite (*Grenze*) para nuestros conceptos en el curso de la *Lógica*. De esto resulta una consideración puramente extensional respecto de la cual todos los objetos (átomos lógicos) son indiferentes (*Gleichgültig*) o equivalentes. La recuperación del límite corre a cargo del cálculo infinitesimal en el sistema de la lógica hegeliana. El problema de la definición por abstracción es que no se limita a conjuntos finitos. Cantor, fundándose en esta definición, desarrolla una teoría de los números cardinales infinitos dentro de una teoría de conjuntos. Sin embargo, el criterio de equivalencia numérica se sirve de la posibilidad de aparear. La verificación de este proceder sólo es explicable si los actos de correlación se ejecutan uno después del otro en sucesión temporal, quedando así ordenados los elementos de los conjuntos. Por ello, Weyl es partidario del concepto de número ordinal como concepto originario. Weyl entiende que, aún cuando sigamos el procedimiento de la abstracción y separemos el acto de comparación numérica de dos conjuntos asignando primero un número a cada conjunto y comparando posteriormente, siempre permanece indispensable ordenar cada conjunto exhibiendo sus elementos uno por uno en sucesión temporal. La exhibición uno a uno es necesaria, aunque una colección vaya a considerarse como dada concretamente. Los números que empleamos en nuestra praxis ordinaria tratan sólo de este tipo de colecciones.

49. Otro punto de discusión es si los números son objetos ideales independientes o la aritmética trata sólo con símbolos numéricos concretos. Helmholz entendía que la aritmética y la teoría de

personas, átomos,... sin contar nada. Esta *nada* es una nada de *cosa*, siempre y cuando hayamos advertido que las cualidades, aunque eliminadas, se conservan de alguna forma (*aufgehoben* dice Hegel). En caso contrario sería imposible conocer la pluralidad como pluralidad (si la pluralidad no es de algo es de nada, y no hay pluralidad).

El principio fundamental de las operaciones numéricas consiste en que calcular es un contar en general. La adición $n+m$ es un contar conjuntamente. La multiplicación es realizable sobre la base esquemática de una vez uno $n \cdot m$. Se trataría de un sumar rápido para el que no se requieren dos conjuntos disjuntos; a saber, m conjuntos disjuntos de cantidad n a unir, para luego determinar la expresión de la cantidad del conjunto originado por el contar en la serie numérica. La multiplicación $n \cdot m$ es la n veces adición. La n es el exponente de la operación y m es el número base. Por lo que respecta a su papel, podemos intercambiar los factores.

Por lo que respecta a la potencia, por el contrario, la cantidad (cardinalidad o número) y la unidad de multiplicación son iguales (*Anzahl und Einheit*). Hegel considera que la tercera operación no es el potenciar en general m^n, sino simplemente el cuadrar m^2. La unidad, un conjunto de n

los números puros era un método construido sobre hechos puramente psicológicos. Mediante éste puede enseñarse el uso consistente de un sistema de símbolos de extensión ilimitada y posibilidades ilimitadas de precisión y refinamiento. La aritmética investiga en particular los diferentes modos de combinación, las operaciones numéricas de estos símbolos y cómo nos llevan al mismo resultado (*Zählen und Messen*, *Wissenschafliche Abhandlungen* III, p. 359). Esta posición de Helmholtz, que pudiera calificarse de psicologismo, ha recibido una transformación de manos de Hilbert. Los símbolos numéricos pueden ser reconocidos en cuanto a su forma con certeza independientemente del lugar y el tiempo, así como de sus diferencias en cuanto a la ejecución. Este punto de vista ha dado a la postura de Helmholtz una perspectiva consistente frente a los ataques de Frege (*Grundgesetze der Arithmetik*, 1893). Una sucesión de rayas es una sucesión de *unos*. Esto ofrece un símbolo adecuado: si escuchamos una sucesión de tonos, podemos trazar una raya después de oír cada uno, poniendo cada raya en sucesión. Procediendo de igual forma, obtenemos de nuevo un símbolo que consiste en una sucesión de rayas. La representación de los datos por rayas tiene por objeto determinar una forma, de tal manera que una diferencia en la forma significa una diferencia en número. El reconocimiento de la igualdad o diversidad de dos símbolos que contienen una sucesión de rayas es sólo posible para los números pequeños. En principio no necesitamos símbolos para verificar un enunciado del tipo *en esta ocasión hubo más tonos que la primera vez*. Los símbolos sólo se hacen indispensables cuando la comparación se establece entre dos determinaciones numéricas: *la primera vez escuchamos 4, ahora hay 5 tonos; 5 es mayor que 4*. La operación intelectual *5 es mayor que 4* pasa a los signos permanentes estipulados, los cuales son sumamente útiles para preservar y comunicar. La determinación, y no la comparación de los números es la que reviste un carácter esencialmente simbólico. El enunciado *hubo 4 tonos* es ininteligible si no nos referimos a un símbolo. Aún cuando podemos hablar de los números como objetos ideales, debemos limitar su existencia a la función que ocupan, y no asignarles una existencia independiente o separada.

números, es igual a la cantidad que nos dice cuantas veces debemos unir este tipo de conjuntos disjuntos entre sí[50].

Según expresión de Hegel, en una potencia n^2, el número n viene a sí mismo (*zu sich selbst*). El número es la base de la operación de adición, al mismo tiempo que exponente. El exponente nos indica cuantas veces debe sumarse n consigo mismo. Hegel se refiere en primer lugar al doble carácter que presenta un número: como número cardinal representado por cualquier cantidad n, conjunto de objetos o elementos, y por otro lado, como número numerable u ordinal que sirve para numerar operaciones o contarlas. Esta forma matemática que estamos tratando se muestra en la adición $n+n$, así como en la potencia n^2. Estas dos formas son, en cierto modo, *determinaciones de potencia* (*Potenzbestimmungen*), según el término general con el que son designadas por Hegel. Este concepto acuñado por Hegel traduce todas las n veces en que se ejecuta una operación.

Con este fondo, podemos comprender la razón por la que en Hegel el número es el cuanto puro desarrollado. Hegel distingue así entre cuanto puro no designado específicamente y la cantidad pura. Además distingue entre los resultados empíricos de las mediciones y las longitudes abstractas o los números de la geometría teorética de formas: los números de medida resultantes de mediciones concretas pueden ser en el mejor de los casos números racionales, tal como en las indicaciones de medida *5 m* o $2/3$ *m*. El sentido de emplear números de medida tales como $\sqrt{2}$ *m* o π *m* puede explicarse por invariante carácter externo frente a las magnitudes que presentan las afirmaciones sobre las formas geométricas. Cada error aproximativo en la determinación de estas expresiones será tanto mayor dependiendo de la unidad de segmento que tomemos frente a otros grados de medida.

En la indicación de longitudes del tipo $\sqrt{2}$ *m* debemos atender a dos aspectos: la primera parte de la expresión designa una *proporción pura*, es

50. Las funciones de potencia las explica Hegel de la siguiente forma: $f(x) = x^{n-1} \cdot x$. *Da in dieser dritten Bestimmung die vollkommene Gleichheit des einzigen vorhanden Unterschieds, der Anzahl und der Einheit erreicht ist, so kann es nicht mehrere als diese drei Rechnungsarten geben.* Enz 8, § 102. Para Hegel, la potenciación no representa sólo la potenciación general, como recurso instrumental para dividir y multiplicar rápidamente. La potenciación representa una función recursiva primitiva cualquiera de un tipo de cálculo aritmético. Sin embargo, de forma común y ordinaria sólo atendemos a tres especies fundamentales de cálculo: sumar, multiplicar y potenciar, junto con las operaciones inversas, substracción, división y extracción de raíz.

decir, una relación de segmentos. La segunda parte designa una clase concreta de segmentos empíricos. Las dos partes de esta expresión son modificables, y por ello mismo exteriores o indiferentes la una respecto de la otra, tal como podemos mostrar con una serie de ejemplos *2 cm*, *2 km*, *5 m* y $2/3\ m$. Si se modifica la unidad del segmento, el grado o el paso métrico (paso de medir o para medir), entonces tenemos que modificar también el número de medida si es que queremos seguir midiendo lo mismo. Si se fija el grado y se modifica el número, se mide algo distinto. No podemos identificar directa o inmediatamente números con proporciones, proporciones con longitudes, longitudes con segmentos empíricos sin incurrir en contradicciones[51].

1.5. *La teoría del "cuanto" ("das Quantum"): magnitudes y números*

Hegel emplea la imagen leibniziana *caer bajo de* o *estar contenido en* para expresar un presupuesto fundamental[52]: en primer lugar, presuponemos que cada una de nuestras predicaciones sobre un cuanto determinado o magnitud finita introduce una determinación excluyente (*ausschließende Bestimmtheit*) implicada en la definición misma de magnitud. En segundo lugar, presuponemos el género cuantitativo al que pertenece la magnitud; por ejemplo, la esfera de las longitudes, los tiempos, los volúmenes espaciales en que la magnitud se determina por delimitación. Basta con atender, por ejemplo, lo que ocurre cuando nos referimos a una cosa corpórea en la esfera indeterminada de las cosas; o siempre que hablamos de *1 cm* de longitud, el tiempo de *1 hora* o del volumen espacial de $1cm^3$.

Un cuanto (*Quantum*) es un elemento delimitado en una esfera cuantitativa: una magnitud determinada (*Größe*). Como delimitación, determinación excluyente, el cuanto es finito. Al mismo tiempo, la inclusión define un orden de magnitud. Debemos distinguir la inclusión de magnitudes

51. La contradicción está aquí fundada en la exterioridad mutua de la designación cualitativa y la cuantitativa; por ello cabe preguntarse por la existencia y el sentido que puede tener un objeto tal como π *gr*.

52. "Die Quantität wesentlich gesetzt mit der ausschließenden Bestimmtheit, die in ihr enthalten ist, ist Quantum, begrenzte Quantität". Enz 8, §§ 101, 102.

concretas, como una superficie que se encuentra en otra mayor, del orden abstracto de magnitudes puras o abstractas.

Las magnitudes puras o abstractas surgen al establecer igualdades con representantes de elementos de igual magnitud. El orden de las magnitudes abstractas se define de la forma siguiente: Una longitud a es mayor o igual que una longitud b, siempre que hagamos corresponder la primera longitud con una línea α, la segunda con una línea β y β se contiene en α. Lo mismo es válido para magnitudes de superficies, volúmenes abstractos y para conjuntos finitos: un conjunto abstracto puro A es mayor que un conjunto abstracto B, si hacemos corresponder A con un conjunto concreto α, y B con un conjunto concreto β, y el conjunto α contiene al β. La igualdad de magnitud, identidad cuantitativa o igualdad matemática, se define de la siguiente forma: si existen representantes α y β de a y b, para los que se cumple que α está contenida en β y β está contenida en α. Los representantes de una magnitud deben constituir una clase de equivalencia. La condición de comparabilidad es la siguiente: si dos representantes correspondientes a dos magnitudes son iguales a una tercera, entonces son iguales entre sí.

Las magnitudes abstractas vienen definidas por equivalencias entre sus representantes (elementos) concretos y sus órdenes, por igualdad de longitudes entre segmentos en una forma geométrica, igualdad de tiempo entre dos acontecimientos en lugares distintos o tiempos diferentes, o por igualdad numérica de conjuntos. Hegel determina cualitativamente la producción de cantidades finitas o de los números naturales cardinales como exponentes de la operación de numerar conjuntos finitos de números ordinales a su vez ordenados.

El paradigma de un cuanto puro u abstracto es un número finito. Pero también una longitud abstracta como representante de proporción para magnitudes no designadas: proporción de magnitudes equivalentes frente a toda posible designación (un ejemplo de esto es la definición moderna de límite matemático o la definición de los números reales en Euclides).

Una longitud, entendida como relación respecto a una unidad de longitud (exponente de la operación), representa relaciones proporcionales entre superficies, volúmenes, ángulos o tiempos. Las longitudes y las relaciones proporcionales se representan habitualmente sobre una recta unmérica o un sistema de coordenadas. Sobre éstos representamos todas las

demás magnitudes: ángulos, superficies, volúmenes o también tiempos. La geometría analítica de Descartes se refiere a las cantidades puras aquí definidas por medio de letras algebraicas.

Las cantidades puras no se representan únicamente con longitudes, sino también con números racionales o series convergentes de números racionales. Esta última forma de exhibir las cantidades puras es la representación más genuina y mejor desarrollada de lo que es una magnitud pura. El desarrollo del concepto de cuanto puro es el de número natural, racional y finalmente real. Hegel objetiva con este desarrollo la importancia que tiene la aritmetización de la que, hasta entones, era una mera geometría algebraica analítica en Descartes. La realización del programa de aritmetización se corresponde directamente primero con el desarrollo de la teoría matemática de conjuntos con Dedekind y Cantor, y en segundo lugar con la lógica de Frege, Russell y Hilbert.

Lo que Hegel define por determinación de potencia introduce una cierta flexión, previa al grado, por la que el cuanto viene a sí mismo (*zu sich selbst kommt*). En la potencia, el cuadrado x^2, es la relación fundamental. Para Hegel, esto se debe a que la potencia lleva asociada una transformación cualitativa en el cálculo de longitudes[53]. Desde el punto de

53. Las fracciones también se pueden introducir como elementos ideales en relaciones puramente aritméticas. Hegel, sin embargo, prefiere una orientación aplicativa, tal como está implícita en la determinación de potencia (*Potenzbestimmung*). El procedimiento ideal para introducir nuevos objetos consiste en extender convenientemente las operaciones numéricas a las fracciones. Entonces, vemos que los axiomas aritméticos importantes permanecen válidos. Es más, la división, como operación inversa de la multiplicación, puede efectuarse siempre, en contra de lo excepcional que resultaba en la aritmética de los números naturales. La misma idea aplicada otra vez con el objetivo de asegurar la invertibilidad de la adición supone el paso de las fracciones a los números racionales que incluyen el cero y los números negativos. Sin embargo, debemos abandonar la posibilidad para el divisor 0. El asunto crucial es el punto de partida, el sistema de los números naturales y posteriormente el irracional; esto es, la transición de los números racionales al continuo de los números reales. Un especial objeto de análisis por parte de Hegel será el cero, como representación de una contradicción, y los números enteros; es decir, los números positivos y negativos, con el objeto de fundamentar su concepto de oposición (*Gegensatz*) y contradicción (*Widerspruch*). Una vez introducido el sistema de los números reales, la introducción de los números complejos e hipercomplejos no nos tiene que suponer atravesar abismo alguno (Hegel no hace referencia alguna a los complejos en ninguno de sus textos). W. R. Hamilton en 1837 introduce el modo de determinar un número complejo así como la forma en que debemos operar con ellos. Un número complejo está determinado por sus dos componentes: un número complejo es un par (α,β) de números reales (*Lectures on Quaternions*. Dublin, 1853). De acuerdo con las reglas de operación, $e = (1,0)$ juega el papel de unidad en el dominio complejo, ya que al multiplicarlo por cualquier complejo (α,β) se

vista geométrico, la función $f(x) = x^2$ representa la transformación cualitativa de un cuadrado en un rectángulo (el cuadrado con lados de longitudes x, y uno de cuyos lados es la unidad elegida fija de longitud E).

En las entradas de magnitudes o números, por ejemplo, de la forma $z = x \cdot e$, tal como en $z = 2cm$, o bien en la cardinalidad de un conjunto M es dos y medio veces la del conjunto N, procedemos en todas estas expresiones comparando magnitudes concretas *2*, *1 cm*, *M*, *N*. Por tanto, lo que hacemos es comparar segmentos dados previamente con un segmento patrón, longitudes abstractas, relaciones de longitudes con una relación Standard, o conjuntos concretos entre sí, así como también cantidades unméricas o proporciones. Los números o proporciones son representados por cualquier relación de equivalencia[54]. Los números o proporciones son los exponentes de este tipo de comparaciones. Las asignaciones numéricas son situacionalmente invariantes debido a esto, esto es, frente a la relación de equivalencia definida, no por existir en un cielo (*an sich*) de tipo pitagórico.

Hegel reconstruye el camino de una práxis común en busca de sus presupuestos. Hegel hace referencia a la fundamentación de la geometría analítica en Descartes. No es una cuestión de evidencia absoluta el identificar números y proporciones simultáneamente con longitudes y con superficies. Esta identificación y la correspondiente disposición arbitraria es, sin embargo, fundamental para el Análisis. Hegel trata los presupuestos de una actividad ampliamente desarrollada. Hegel reformula de nuevo algo ampliamente conocido: la perspectiva analítica, a diferencia de la constructiva. La perspectiva analítica que impera en todo proceder matemático

obtiene de nuevo (α, β). La unidad imaginaria $(0,1)$ denominada i, satisface la ecuación $i \cdot i = -e$. Las reglas formales de cálculo para los reales se extienden a los complejos. Hamilton logra eliminar la dimensión mística de las cantidades imaginarias manifestada en varias ocasiones a lo largo de la historia de las matemáticas (Huyghens, Clavius e incluso Cauchy tienen ideas oscuras en cuanto a las manipulaciones con cantidades complejas). De los complejos podemos pasar a los hipercomplejos con tres o más componentes. Puede probarse, sin embargo, que independientemente de cómo definamos la adición y la multiplicación en su dominio, es imposible mantener la validez para todas las reglas de operación aritmética. En este preciso sentido, los números complejos constituyen una frontera natural para lograr la extensión del concepto de número. Con todo, los sistemas de números hipercomplejos juegan un papel esencial en matemáticas: los cuaterniones, cuatro componentes, satisfacen todas las reglas de operación con excepción de la ley conmutativa de la multiplicación. Una de las aplicaciones que encuentran los cuaterniones es la de ser un instrumento adecuado para describir las rotaciones de un cuerpo rígido en el espacio.

54. Con esto hemos definido lo que Hegel llama el cuando (*das Quantum*): “das Quantum gesetzt [...], wie es seinem Begriffe gemäß ist”. WdL 5, p. 383.

se remonta a la definición de las proporciones en Euclides y la geometría analítica de Descartes[55].

Cuando en la ecuación $y = f(x) = x^2 = x \cdot x$, la esfera que corresponde a la variable x toma magnitudes abstractas o proporciones, entonces la parte izquierda de la ecuación indica, de manera indeterminada, que la unidad x es el argumento de la función, mientras que la ecuación de la derecha muestra concretamente de qué manera x determina la función. Esto último es la indicación de qué es lo que tiene que pasar con el argumento: es x, y no el 2 propiamente el exponente de la operación relevante; a saber, de la multiplicación[56]. Existen indicaciones u operaciones diferentes que representan la misma función abstracta. Una de estas formas está determinada sobre la base de un calcular operativo con fracciones entre números enteros, por tanto, con expresiones de la forma $2{:}4$ o $1/7$, así como otras definidas por distintos tipos de un operar geométrico con líneas (de segmentos, de la periferia de la circunferencia) o con superficies, ángulos o volúmenes.

Si x es una operación racional, esto es $x = n/m$, la operación es $x \cdot x$, tal como hemos dicho, definida por la indicación siguiente: divide las magnitudes, que pueden ser segmentos, superficies o expresión numérica, x en m partes iguales a y suma las partes, que pueden ser segmentos, superficies o expresiones numéricas, n veces consigo mismo. El cálculo nos instruye sobre lo que significa el que expresiones numéricas, fracciones, tengan que dividirse. De un número, longitud o superficie obtenemos directamente un número, longitud o superficie[57]. Siempre que x no sea

55. Las reflexiones de Hegel sobre este aspecto tienen una especial relevancia cuando nos preguntamos por el modo en que conceptualizamos una relación, comparación expresada cuantitativamente en números de velocidades constantes y aceleraciones. Esto constituye el objeto principal de la categoría de la medida (*Maß*).

56. En la expresión del tipo $z = 2 \cdot (1cm)$ consideramos la magnitud $x = 2$ exponente y la magnitud $e = 1cm$ la unidad. Si el exponente es un número natural, entonces nos daría la cantidad o número de unidades. En palabras de Hegel, el exponente nombra cualquier cuanto (*irgendein Quantum*) (WdL 5, p. 374) en una ecuación del tipo $z = x \cdot e$, donde e representa en cada caso la unidad, grado o paso métrico. El exponente nombra directamente un número real. Esto es lo que Hegel llama cualquier cuanto (*irgendein Quantum*).

57. El exponente $x = 2$ expresa una relación directa (*direktes Verhältnis*) entre una longitud inmediatamente dada y otra longitud a medir z. De la misma forma unidad de magnitud inmediatamente dada e (unidad de medida, de grado). Esta designación se explica de la siguiente forma: el exponente mismo es directa e inmediatamente representable como proporción entre longitudes. Hegel habla de fracción (*Bruch*) $x = z{:}e$. WdL 5, p. 370. Sobre esta definición, la ecuación

racional, podemos representar esta operación aproximativamente. Esto se debe a que todas las proporciones pueden ser aproximadas cuantitativamente por series monótonas o por secuencias de números racionales[58].

Un aspecto importante de este asunto es que el producto $x \cdot x$ está definido tanto para números racionales como para proporciones de segmentos, longitudes geométricas, y así cualitativamente como la construcción de un cuadrado de lados con longitudes x, o bien, como la construcción de un área o superficie equivalente a un rectángulo con cualquier unidad de longitud previamente dada[59]. La multiplicación geométrica de longitudes x, y, aporta una longitud z, cuando al rectángulo que surge lo conformamos como un rectángulo igual en superficie y área, uno de cuyos lados tenga la longitud normada unidad e: $x \cdot y = z \cdot e$.

$z = x \cdot e$ tiene que poder darnos información sobre z. Ésta es una ecuación tautológica. Si presuponemos la definición del exponente como relación directa (*direktes Verhältnis*) entonces todas las indicaciones del tipo $z = x \cdot e$ deberían ser leídas como tautologías: z es la x veces de e, donde x es la relación en la que está z respecto a e. Hegel comenta las ecuaciones $z = x \cdot e$ y $x = z{:}e$ (*Es ist nur Eine Bestimmtheit oder Grenze beider, die selbst Quantum ist, der Exponent des Verhältnisses. Wenn das Quantum der einen Seite bestimmt ist, ist auch das andere durch den Exponenten bestimmt*). WdL 5, p. 374. La determinación o el límite de e y z es el exponente de la relación; es decir, x es un cuanto cualquiera. Una vez que está determinada una de las partes e, también está determinada la otra z. La elección de la unidad de medida es indiferente. Lo esencial es que x no sólo se pueda representar por la relación $z{:}e$ sino por cualquier otra representación de la misma proporción. El empleo ordinario de la ecuación $z = x \cdot e$ supone la identidad invariante del exponente, la independencia de lo expresado por el exponente y la elección de la unidad de medida. La contradicción que detecta aquí Hegel viene de la exterioridad de la relación: el exponente mismo siempre se puede representar correctamente por cualquier relación inmediata del tipo $z{:}e$. La relación que nombramos con la expresión $\sqrt{2}$ se representa, por ejemplo, por la relación de la diagonal respecto a uno de cualquiera de los lados de un cuadrado.

58. De la multiplicación término a término resulta una aproximación $x \cdot x$, e incluso la define. La multiplicación aritmética o cuantitativa $x \cdot y$ está definida por $(lim q_n) \cdot y = -lim(q_n y)$, si la longitud x es aproximada por números racionales q_n.

59. Una relación de potencia (*Potenzverhältnis*) puede tener la siguiente forma: 1) $e = y \cdot (1/e)$, 2) $e = y{:}e$, 3) $y = e \cdot e$. Las dos primeras ecuaciones muestran hasta que punto tratamos de con una relación inversa (*Umgekehrtes Verhältnis*) y al mismo tiempo con una relación de la categoría del ser-para-sí (*Fürsichsein*), relación reflexiva. En la tercera ecuación se nos muestra el modo en que, al mismo tiempo, se puede tratar de una relación directa. En todos los casos e representa a la unidad. En los dos primeros, e aparece como unidad, valor y exponente. En el tercer caso, e es simultáneamente exponente o cantidad numérica.

La determinación de la segunda potencia 4) $z = m^2 = m \cdot m$ es importante para advertir el papel doble que juegan las entradas numéricas m en 4) o e en 1), 2) o 3). En 1) y 3), e es representante en principio de cualquier magnitud constante. En 3) e es simultáneamente unidad y exponente de una operación. En 2), e es proporción abstracta y término de la proporción misma.

La condición de posibilidad de la geometría analítica y del Análisis (consiguientemente del cálculo infinitesimal) reside en la operación descrita anteriormente: la operación aritmética descrita de la multiplicación da entrada a una longitud z del rectángulo, que es número relacional respecto a la unidad de longitud elegida en cada caso[60]. La multiplicación cualitativa de longitudes puede ser sustituida, en consecuencia, por la adición cuantitativa de segmentos o fracciones. De esta forma, y en determinadas circunstancias, son necesarias las aproximaciones, infinitos pasos límite.

El teorema fundamental del cálculo diferencial e integral no es otra cosa para Hegel más que una continuación sistemática del pensamiento fundamental establecido por Descartes[61]. Cualitativa o geométricamente hablando, la integral de una función positiva f sobre el intervalo $[a,b]$ es la superficie bajo el recorrido de los valores de f. Esta superficie puede ser aproximada geométricamente por rectángulos. Las magnitudes (de los rectángulos) son dadas por rectángulos con los lados de longitudes nor-

60. Considerando la unidad e como argumento variable t, obtenemos con un exponente fijo $x = c$ la relación directa (*direktes Verhältnis*) respecto a la dependencia lineal del valor z de t (sin desplazamiento); es decir, $z = c \cdot t$. Esta relación expresa una simple transformación de coordenadas. Una traducción de los números métricos, tal como es necesario para la elección de otra unidad. Esta relación es igualmente válida tanto para longitudes como para tiempos.

Hegel habla de una relación inversa (*Umgekehrtes Verhältnis*) para referirse implícitamente a una ecuación de la forma $z = x \cdot \left(1/e\right)$. Aquí tenemos un exponente x supuestamente constante que es producto, unidad de unidad y cantidad (*Produkt, Einheit der Einheit und Anzahl*). WdL 5, 376. En $z = x \cdot e$, la e es una variable unidad y z es la magnitud de la que depende (*Wenn zum Eins der einen Seite ein anderes Quantum genommen wird, so bleibt nun die andere nicht mehr dieselbe Anzahl von Einheiten der Resten* WdL 5, p. 376). Cuando modificamos el cuanto de la unidad e, se modifica igualmente la cantidad de unidades de la primera parte z.

A partir de la ecuación $z = x \cdot \left(1/e\right)$ no obtenemos una magnitud constante o proporción W de manera que la relación entre la unidad e y la dependiente z pueda tomarse en la forma $z = w \cdot e$. En una relación inversa consideramos $t = e$ como unidad variable o argumento, $c = x$ como exponente constante y la condición $z = z(t)$ para el valor viene determinado por $t \cdot z = c$ o bien $z = c \cdot 1/t$. El significado de esta conexión es equivalente a la expresión de relaciones longitudinales para lados de rectángulos de igual superficie.

61. Hegel llama la atención sobre el olvidado método cartesiano de las tangentes "heutigentags mehr vergessenen... Ruhms willen". WdL 5, p. 341.

mados[62]. Hegel afirma explícitamente que sólo se debe y puede calcular con absoluta exclusividad en la esfera de los números reales o de las magnitudes finitas[63].

Un cuanto designado concreto es el resultado empírico de una medición expresado numéricamente. El fundamento de esta medición es un patrón o unidad de medida concreto. El patrón o la unidad de medida hacen del *grado abstracto* algo concreto: así, un *metro* viene definido por la clase correspondiente de unos patrones adecuados. Los grados son, en un principio, pasos de medida abstractos. Las designaciones de *cm*, *h*, *kp*, *kg*,... refieren a estos pasos de medida (o métricos). Un cuanto concreto que representa un grado, es decir, un patrón en el sentido más auténtico de la palabra, se denomina unidad de medida. La medida en general es una relación establecida respecto a una unidad de medida o un patrón.

62. El teorema fundamental posibilita el cálculo de esta magnitud sobre procedimientos aritméticos; esto es, cuantitativos, siempre que tengamos conocimiento de la función primitiva $F(x)$ de $f(x)$: si $F(x) = f(x)$, entonces la integral es $F(b) - F(a)/b - a$. La demostración, refiriéndose Hegel explícitamente a Lagrange, se funda en que con la ayuda de $F(x)$ podamos aproximar los productos o las superficies de los rectángulos $f(x_i) \cdot h$ (para $h = x_{i+1} - x$) hasta un resto $R(h)$ relativamente pequeño por las diferencias $F(x_{i+1}) - F(x_2)$. Hegel critica, en total acuerdo con Lagrange, la diferencia entre la línea $f(x)$ y la superficie $\int_a^b fdx$ concebida en sumar infinitas líneas rectas entre el eje x y $f(x)$ o también como infinitos rectángulos infinitamente finos $f(x) \cdot dx$.

63. Según la interpretación de Pirmin Steckeler-Weithofer, las expresiones infinitesimales dx en dy/dx son sólo momentos significativos de nuestra notación. Fuera de estas expresiones complejas no designan nada. Pero esto se debe a que no constituyen una esfera de objetos. No existen ecuaciones definidas entre los representantes de magnitudes infinitesimales. Hegel no compartiría el desarrollo de A. Robinson para articular estos signos como representantes de objetos. Para Hegel estos signos representan una nada de objeto, una relación. Sin embargo, tampoco se reducen a ser momentos significativos de la notación, puesto que son precisamente estos signos los que dan sentido al término mismo de *momento*. Los signos hacen referencia a una dimensión especulativa del instante. *Momento* no es *instante*, en el sentido de temporalmente extendido. Momento es instante en sentido especulativo (*Sein-Nichtsein-Werden*): dimensión objetiva en relación a una cierta consideración de las magnitudes. Hegel alaba, por esta razón, las ventajas del cálculo de fluxiones newtoniano frente a Leibniz.

El metro *en sí* existe como un ideal de la representación respecto al que siempre se superponen todos los buenos representantes posibles de un metro tras haber estado sujetos a todo tipo de movimientos. Un ideal es, en general, la representación, la condición formal o idea que viene a ser más o menos satisfecha y que opera como límite.

1.6. *Desarrollo y proyección de la diferencia hegeliana entre "cantidades puras" y "cantidades concretas" en el desarrollo histórico de las matemáticas*

1.6.1. *Consideraciones generales*

El curso de las reflexiones de Hegel pasa, por consiguiente, de la *cantidad abstracta* (*abstrakte Quantität*), al *cuanto puro* (*das reine Quantum*), al número, al grado, al nombre de número abstracto, y finalmente, a la medición concreta. En la medición concreta, los números designados abstractos adquieren sentido y significado en sentido tradicional; es decir, obtienen una referencia a lo que llamamos experiencia real (mundo de la experiencia).

En primer lugar, Hegel aborda la constitución del concepto abstracto de conjunto y cantidad pura. Un conjunto determinado es determinado y diferenciado de los demás por sus elementos o unidades, y por su cardinalidad[64]. La cardinalidad es el número o cantidad de elementos, el conjunto abstracto, la pura cantidad que representa el conjunto[65]. Las unidades, que pueden ser elementos o grados, constituyen la designación de un conjunto. Sobre este conjunto se hace concreta la designación de un número[66]. Tal como la designación numérica *5 sillas*, *5 piedras*,... .

Al comienzo la aritmética se consideraba como una disciplina separada de la geometría. El progreso se produce siempre por la unificación y la generalización de teorías. Debemos fijar la atención en la relación

64. "Das Quantum hat seine Entwicklung und vollkommene Bestimmtheit in der Zahl, die als ihr Element das Eins,...". Enz 8, § 101.

65. "...nach dem Momente der Diskretion die Anzahl,...". Enz 8, § 101.

66. "..., nachdem der kontinuität die Einheit, als seine, qualitativen Momente, in sich enthält". Enz 8, § 101.

mutua de aritmética y geometría. La relación conduce a una generalización de todas las teorías matemáticas. La interrelación de las teorías matemáticas conduce a avances en la matemática misma y también descubre el caudal de relaciones mutuas en el mundo físico que reflejan estas teorías. El avance principal es la unificación y no simplemente la aplicación de la aritmética a la geometría. En último término, la unificación es la fuente de métodos, ideas y teorías generales. La unificación de la aritmética y la geometría engloba las dos raíces sobre las cuales ha crecido toda la matemática.

El curso mismo de la *Lógica* tiene que coincidir con el curso histórico de las matemáticas. El momento del nacimiento de la matemática se experimenta como influencia mutua de esas dos disciplinas. La simple medición de una línea representa la fusión de la geometría y la aritmética. Para medir la longitud de un objeto se le aplica a éste una cierta unidad de longitud y se calcula cuántas veces es posible repetir esa operación. Hegel denomina a esto exponente de la operación. El primer paso en las operaciones tiene carácter geométrico. El segundo es de cálculo, tiene un carácter aritmético. El hecho de contar los pasos al andar es una unificación de estas dos operaciones. La medición de cualquier magnitud combina el cálculo con alguna propiedad de esa magnitud, como por ejemplo de un cierto líquido en un recipiente graduado o la de un intervalo de tiempo contando el número de oscilaciones de un péndulo. El origen de la matemática tiene que ver de manera especial con el tiempo[67].

67. El número no es ni espacial ni físico, tal como un montón de guijarros o de nueces (ejemplo de Mill). No es sensible como las imágenes, sino no sensible y objetivo. No podemos confundir la validez de los enunciados de la aritmética con sus aplicaciones. Hegel subraya claramente en el curso de la lógica que las propiedades por las cuales se diferencian las cosas son algo distinto, indiferente y ajeno a su número (la esfera de la cualidad y de la cantidad son claramente discernibles en la lógica del ser; esto es, de lo finito). Brouwer asocia el origen de la matemática al principio de inducción matemática. La inducción matemática no tiene nada que ver con la inducción empírica, aunque para Brouwer el principio de inducción se funda en una intuición pura del tiempo. La intuición definida por Brouwer no tiene nada que ver con el tiempo en sentido empírico. El procedimiento mismo de la inducción empírica sólo puede justificarse mediante leyes generales de la aritmética, si es que no queremos reducir la inducción a un simple hábito (tal como señala Frege). Si el método científico tiene que proceder por cánones objetivos, no podemos interpretar por inducción un mero hábito ya que en tal caso no tendría garantía de verdad. El método de la inducción empírica debe fundarse, más bien, en la teoría de la probabilidad, porque nunca puede hacer a un enunciado más que probable. No se ve, en cambio, la manera en que esta teoría podría desarrollarse sin presuponer las leyes de la aritmética (parágrafo 10 de *Los fundamentos de la aritmética* de Frege).

Hegel se inclina en algunos aspectos, más bien, por una construcción genética del reino de los objetos matemáticos[68]. Partiendo de la sucesión de los naturales 1, 2, 3... lo que surge de forma histórica son las fracciones por la necesidad de medir[69]. Este paso significa, en términos hegelianos, la mediación entre contar y medir. Toda medida se funda en un dominio de magnitudes: los segmentos de una recta (aquí se contiene implícitamente el concepto de grado fundamental en la investigación hegeliana)[70]. Esta operación, aparentemente simple, contiene una multitud de implícitos, el más relevante en nuestro manipular con segmentos es la homogeneidad o la propiedad de congruencia del espacio. Así como los números parecen ser una representación teórica exacta, el espacio parece verificar todo lo contrario. Los puntos del espacio no son individuos de la naturaleza de los números naturales. Cualquier propiedad que se derive de las relaciones geométricas básicas sin la referencia a puntos, rectas o planos individuales (designados deícticamente) y que se aplique a algún punto en particular, se aplica igualmente a todos los puntos. Esta homogeneidad conceptual es reflejo de la homogeneidad intuitiva del espacio[71].

68. Podemos introducir, en lugar del modelo operativo, el modelo funcional proposicional. Por ejemplo, la operación de suma que aplicada a dos números a y b, produce un tercero a+b, es un ejemplo de modelo operativo para definir genéticamente objetos. En cambio, el proposicional funcional sustituye la definición anterior por la relación a+b=c entre los tres números a, b, c. Esta relación es una relación uniforme respecto al argumento c; esto significa que para cualquiera números a y b existe uno y sólo un número c que mantiene con ellos la relación a+b=c. De esta forma se subordina la construcción genética a una consideración estática de la existencia matemática.

69. Una de las razones por las cuales Hegel se atiene a la consideración operativa de las matemáticas es a la importancia que tiene en su sistema la génesis histórica de los conceptos.

70. Aquí tenemos una relación de equivalencia (*Qualität*) ; a saber, $a = b$ (congruencia) que satisface una serie de axiomas: a) $a \approx a$, b) si $a \approx b$ entonces $b \approx a$ (conmutativa) y c) si $a \approx b$ y $b \approx c$ entonces $a \approx c$ (transitiva). Junto con la relación de congruencia, disponemos de una operación aplicable a cualesquiera dos segmentos a, b que da como resultado un segmento $a + b$.

71. Leibniz se refiere precisamente a este fenómeno con su principio metafísico sobre la identidad de indescirnibles. Leibniz da una definición filosófica de configuraciones similares en geometría (*Math. Schriften*, V, p. 180). Leibniz desenmascara las dificultades que entraña la hipótesis, implícita o explícita, según la cual toda relación debe fundarse en propiedades (en terminología de Hegel *Qualitätten*). Hegel mismo percibe que cuando tratamos con cantidades puras (*reine Quantität*) hacemos abstracción de las diferenciaciones cualitativas previamente establecidas. Sin embargo, las cualidades o criterios de identidad en Hegel marcan unos límites (*Grenzen*) que no están sin más desaparecidos sino provisoriamente eliminados (*aufgehoben*). Un enunciado que afirma que una rosa tiene un color diferente que otra, está fundada en el hecho de que una de ellas es roja, mientras que la otra es amarilla. Sin embargo, la relación *el punto A está a la izquierda del B* no se funda en una posición cualitativamente descriptible de A aislada y de B sola por otro lado. La ausencia de un fundamento cualitativo para las determinaciones espaciales hace que Hegel sitúe

El proceso de medida tiene generalmente que enfrentarse con una dificultad. La dificultad consiste en que a veces la unidad elegida no está contenida un número entero de veces en la magnitud a medir. La consecuencia es que el simple cálculo del número de unidades no puede satisfacernos. De esta insatisfacción surge la necesidad de fraccionar la unidad de medida para poder expresar la magnitud con mayor exactitud. De esta forma la unidad no se expresa mediante números enteros, sino por medio de fracciones. El paso de los números naturales a las fracciones es producto de una reflexión ulterior sobre los naturales.

A partir de un determinado segmento a (*Einheit*) podemos obtener, por ejemplo el segmento $7a$ (*Anzahl*) formando la suma $a+a+a+a+a+a+a$ con 7 términos a (sentido general de una determinación de potencia *Potenzbestimmung* como realización consecutiva de una operación fundamental en la que se identifican *Einheit* y *Anzahl*). Este fenómeno es el esquema de mediación entre contar y medir. Se trata de un proceso de iteración cualitativa que lleva de a hacia $1a, 2a, 3a, 4a, \ldots$ [72]. Por tanto, dentro del dominio de los segmentos rectos la operación de reiterar admite sólo una inversión; esto es, la partición[73]. Dado un segmento a y un número natural n existe un solo segmento x tal que $nx = a$, y que designamos por a/n. La operación de reiteración es susceptible de combinarse con la de partición. Así obtenemos $7a/3$ designado por $7/3$ veces a.

El símbolo m/n representa la operación compuesta. Dos fracciones son iguales si las operaciones designadas por ellas conducen al mismo re-

al espacio entre los ejemplos de continuos puros: aquello que no es susceptible de diferenciación racional precisa. Lo que es común a todos los triángulos congruentes o a todos los cuerpos que ocupan la misma posición espacial no es representable por una característica objetiva, sino tan sólo por indicación: congruente con este triángulo ocupando esta posición espacial. Este problema se relaciona directamente con la relatividad, con la diferencia entre definición conceptual y exhibición intuitiva. La función del cálculo infinitesimal en la lógica de Hegel consiste en introducir un límite cualitativo que posibilita una adecuada reproducción de nuestras mediciones en el espacio. Esta determinación cualitativa pone igualmente un límite a la irracionalidad del espacio considerado como pura extensión homogénea.

72. Este proceso queda explicado de la forma siguiente: a) $1a = a$ y b) si n es un número natural, entonces $(n+1)a$ se obtiene de na por la expresión $(n+1)a = (na) + a$.

73. La determinación de potencia (*Potenzbestimmung*) adquiere de esta forma lo que Hegel llama relación inversa (*umgekehrtes Verhältnis*). Este tipo de relaciones cuantitativas (*quantitatives Verhältnis*) son analizadas detenidamente por Hegel antes de pasar a la medida (*Maß*), ya que ésta no es posible sin aquellas.

sultado con independencia del segmento a al que se aplican. La multiplicación de fracciones se efectúa llevando a cabo las operaciones una tras otra de las operaciones representadas por las fracciones. La operación aplicada a un segmento cualquiera x y expresada por $(mx/n)+(m{*}x/n{*})$ puede ser representada por una sola fracción. Esta propiedad posibilita la suma de fracciones. No necesitamos introducir fracciones especiales para cada dominio de magnitudes. Las leyes de las fracciones son independientes de la naturaleza de las magnitudes. Por ello, es conveniente definir las fracciones en términos puramente aritméticos.

Los pensadores griegos, al contrario de los sumerios, abandonaron la tradición algebraica y expresaron los hechos algebraicos en términos geométricos cuando se toparon con lo irracional. Sin embargo, antes de que Dedekind diera un giro constructivo al análisis del irracional, Eudoxo no disponía de fundamento alguno para someter todas las cantidades a un concepto universal de número. Definiendo las fracciones en términos aritméticos, podemos escoger como dominio de magnitudes a los números naturales mismos. El hecho de que en este dominio una relación entre x e y, tal como en nuestro ejemplo $7x = 3y$, no siempre tiene resolución con respecto a y para una x dada, no impide el desarrollo de la teoría.

Si seguimos a Eudoxo, dos números naturales m, n determinan una fracción m/n. El enunciado que afirma que, de cualquiera dos números naturales x e y, el segundo es m/n veces el primero, es simplemente otra forma de expresar la ecuación $mx = ny$. Dos fracciones m/n, $m{*}/n{*}$ son iguales si siempre que dos números x, y están en la relación $mx = ny$ también están en la relación $m{*}x/n{*}y$, y recíprocamente. Las reglas operativas con números naturales tienen la ventaja de poder reemplazar este criterio transfinito, ya que nos exige comprobar todos los números x, y posibles, por un criterio finito: $m \cdot n{*}= n \cdot m{*}$. La igualdad entre dos fracciones m/n, $m{*}/n{*}$ se expresa directamente por $m \cdot n{*}= n \cdot m{*}$ una vez que establecemos esta relación como una relación de equivalencia.

Desde el comienzo hay una conciencia de error y de inexactitud en la matemática. El avance consiste aquí en mantener un margen de error bajo el control de la razón. La medición surge de la división y comparación de magnitudes continuas. La comparación es fruto de la analogía. No se es unidad en un sentido general de la palabra. Existen géneros y especies de unidades que son resultado de la comparación de magnitudes (entre diferentes representantes de magnitudes). No existe una determinación exacta

de la magnitud. En el comienzo de la matemática no existe ni lo discreto ni lo continuo, sino un combinación de ambos aspectos (traducido en la acción).

El concepto de grado se había empleado en la metafísica medieval[74], como herencia de la tradición platónica y pitagórica. En aquello que cabe cierta gradación o diversidad dentro de un género, predicamos respecto a un máximo[75]. Este concepto era la base de un tipo de analogía: la analogía de atribución. Hegel reformula este concepto, y evitando la substantivación de conceptos y predicados tales como *la blancura*, *la belleza*,... que existirían en un máximo grado, somete a análisis el origen de este conocimiento analógico para excluirlo de la esfera puramente cuantitativa.

El origen del conocimiento analógico se encuentra en las matemáticas, y se concentra en la noción de grado. El prototipo de un grado es la medición de segmentos o trechos mediante longitudes unidad. El grado es un paso de medida o métrico. El grado es el numerar mismo de la medición. Estas longitudes vienen realmente representadas por segmentos limitados. Estos segmentos son marcas sobre los cuerpos, cantos rectos o líneas. Lo que se busca es, siempre que sea posible, que podamos superponer unos sobre los otros. Podemos elegir cualquier segmento estándar como objeto normativo de comparación.

Aquello de lo que propiamente disponemos son longitudes, magnitudes de superficies y volúmenes. Estas longitudes, magnitudes de superficies y volúmenes vienen realizadas en los cuerpos. Las magnitudes son definidas en espacios vacíos. Los espacios vacíos designan la posibilidad que tienen de ser ocupados por cuerpos que representan las magnitudes correspondientes. Cada segmento o longitud es un grado o una magnitud intensiva. El segmento o longitud es una magnitud en sentido intensivo (grado) siempre que los consideremos en sí mismos frente a aquello otro sobre lo que vamos a medir. En aquello sobre lo que medimos privilegiamos segmentos o longitudes más largos. Los segmentos o longitudes a medir se comportan como magnitudes extensas. Estas magnitudes pueden ser divididas en partes discretas o en intervalos discretos. De esta forma podemos contar el número de partes. Con este tipo de grados medimos cuantos relativamente grandes. Los cuantos menores caen dentro de la

74. Recuérdese la cuarta vía tomista para demostrar la existencia de Dios

75. Este punto es, por cierto, discutible en el contexto de la ciencia moderna, ya que no siempre existe un máximo, aunque si un mínimo.

unidad o intervalo de magnitud intensiva. De esta manera podemos obtener el número redondeado de medida unidad.

Según el modo en que consideremos un cuanto (*Quantum*), esto es, sus representantes, como medida, unidad de numerar (grado) o como una cantidad a medir respecto a una unidad de medida, tendremos una correspondiente transformación en la magnitud. La magnitud será extensiva o intensiva; esto es, se transforma en unidad (*Einheit*) o en pluralidad (*Vielheit*). Esta consideración reflexiva hace posible que el resultado de una medición sea un *número real* específico. El resultado de la medición puede ser una proporción cuantitativo extensiva en la que el cuanto viene expresado como cantidad pura. Tal como los segmentos, podemos medir en unidades superficies limitadas, volúmenes, tiempos, grados de calor... .

Los grados pueden naturalmente subdividirse de manera más precisa. Por ello, los grados son en sí mismos plurales o diversos (*vielfach*). El grado es el límite instituido arbitrariamente de un paso del numerar: una unidad determinada de magnitud como el metro, el centímetro o el grado celsius. Este tipo de imposiciones son arbitrarias hasta cierto punto y dentro de un contexto igualmente determinado.

Los números racionales de medida n/m surgen naturalmente de un procedimiento con el que el concepto de grado está directamente relacionado. Estos números se originan al dividir un grado en m partes iguales. Esta igualdad de la división es mucho menos problemática en el caso de los segmentos espaciales que en el caso de las medidas temporales. En el caso del tiempo, siempre se presenta la dificultad de discernir el significado exacto de lo que pueda significar que dos cadencias temporales seguidas tienen igual longitud. Esta es una de las cuestiones fundamentales que ocupan una protofísica[76].

La diferencia entre magnitudes continuas y discretas se refiere a las cantidades en general. Las esferas continuas son aquellas en las que tenemos un esquema de divisiones continuas, tal como en nuestras predicaciones sobre espacios o tiempos, así como de sus partes: los volúmenes, superficies, segmentos o duraciones. Lo mismo es igualmente válido tanto para los tonos como para los colores. Los conjuntos o las clases de cosas, figuras, formas geométricas o números son discretas. Los colores o los tonos clasificados fijos son igualmente ejemplos de clases discretas.

76. La magnitud extensa, referida a un grado determinado, es la medida (*das Maß*). La medida viene dada por una designación numérica del tipo *6 cm*, *5 piedras*, *6 protones*... . Enz 8, § 106.

La diferencia entre intensión y extensión se refiere a la precisiva determinabilidad libre y progresiva de unidades limitadas dentro de una esfera continua de predicación. Puesto que los límites de los grados se establecen aquí más o menos arbitrariamente, podemos advertir la diferencia entre su diversidad interna, intensión, y su simplicidad externa respecto a una medición. El caso discreto no se distingue del continuo por la claridad por la que no podamos llevar a cabo, en el caso continuo, nuevas diferenciaciones intensionales de sus representaciones.

La diferencia entre intensión y extensión tenemos que referirla, por tanto, a las unidades determinadas cualitativamente tanto en las cantidades continuas como discretas. Estas determinaciones cualitativas son determinadas ante el fondo común de diversas diferenciaciones posibles más precisas. Ahora bien, estas mismas determinaciones cualitativas son determinadas también bajo la explícita renuncia a las posibles diferenciaciones mencionadas antes. La ventaja del discurso técnico extensional reside precisamente en que la diferenciación es clara y unívoca. La claridad procede de las dos formas que tenemos para delimitar la esfera infinita de lo todavía no articulado.

Un primer procedimiento consiste en excluir, de cada una de las esferas cuantitativas, las diferenciaciones no permitidas en la esfera de lo interno (*Inneren*) a los objetos individuales equivalentes (*Gleichgültigen*). El segundo procedimiento consiste en excluir el vacío infinito entre los elementos discretos. El espacio vacío infinito lo forman las esferas separantes. Estas esferas están constituidas, en el caso de los colores, por los casos vagos, indeterminados, grises o nebulosos o categorialmente, tal como en el caso del espacio vacío entre las cosas. Este espacio vacío infinito es excluido de una esfera discreta más o menos constituida artificialmente. Las intensiones, los objetos significativos, permanecen como las determinaciones y límites cualitativos, reales, sensibles de las extensiones.

Toda determinación (*Bestimmtheit*) es cualitativa, también la determinación de las magnitudes. Por ello, toda determinación está dada, en último término, intensionalmente[77]. Las extensiones continuas y las dilataciones espaciales se miden al elegir una unidad de medida representada por magnitudes abstractas, números reales. Con esto, nos representamos estas extensiones como compuestas de partes. Las extensiones

77. *Was extensive Größe ist, ist ebensosehr als intensive, und umgekehrt.* No se trata, por tanto, de dos tipos de magnitudes, una de las cuales estuviese determinada y la otra careciese de determinación *...um zwei Arten, deren jede eine Bestimmtheit enthielte.* Enz 8, § 103.

continuas se convierten de esta forma en una especie particular de conjuntos o de muchos (*Vielheiten*). Esto es precisamente lo que tiene lugar al aritmetizar lo geométrico o cronometrizar las extensiones.

Las primeras magnitudes que se midieron por los egipcios, por los babilonios y por los griegos, tenían un carácter marcadamente geométrico. Las medidas se realizan sobre longitudes, superficies y volúmenes de líquidos así como de materiales desmenuzables, descomponibles, divisibles.... La fracción es el objeto que se define desde la unificación mutua de aritmética y geometría. La fracción es la extensión del concepto de número desde los enteros. Los matemáticos denominan este paso con el nombre de número racional expresado como cocientes de enteros. Las fracciones no surgen de la división de números enteros. Con los números enteros se cuentan objetos enteros. En el desarrollo del concepto de número como acción mutua de la aritmética y de la geometría, la aparición de la fracción constituye únicamente un momento. El siguiente lo constituye el descubrimiento de magnitudes inconmensurables en el seno del pitagorismo.

Dos intervalos se denominan inconmensurables si no existe ningún intervalo que pueda aplicarse a cada uno de ellos un número entero de veces. Su cociente no puede expresarse por una fracción ordinaria como cociente de números enteros. Al principio no se planteó la cuestión de si todo intervalo podría ser expresado por una fracción. Al dividir o medir un intervalo se podía llegar a partes muy pequeñas que se desechaban sin más. No tenía sentido hablar de una precisión infinita en el proceso de medición. En el origen mismo de la matemática hay un reconocimiento de lo que posteriormente tendrá por objeto el cálculo diferencial e integral. El descubrimiento pitagórico de las razones inconmensurables introdujo una dificultad que preocupó ya a los matemáticos griegos: la relación entre lo discreto y lo continuo.

1.6.2. *Los antecedentes de la doctrina hegeliana sobre la cantidad en Aristóteles*

La distinción hegeliana entre *cantidades continuas* y *cantidades discretas* está tomada de Aristóteles[78]. Hegel menciona, en múltiples oca-

78. "En lo que concierne a la cantidad, ésta es ya sea discreta, ya sea continua. Pues la cantidad se halla constituida, sea de partes que mantienen una posición la una con respecto a la otra, sea

siones, los mismos ejemplos que Aristóteles para designar intuitivamente lo que entiende por cantidad continua y discreta.

Aristóteles afirma que o bien se da cantidad continua o bien se da cantidad discreta. Sin embargo, la cuestión no es evidente de suyo. En ocasiones, tenemos que considerar por continuo algo que en realidad oculta un carácter esencialmente discreto. Hegel tiene precisamente esto en cuenta en su análisis sobre la antinomia matemática kantiana que se refiere a la cantidad, cuando afirma, desde un punto de vista cualitativo, que propiamente no existen magnitudes discretas y continuas. En Hegel lo que tenemos son aspectos discretos y continuos dentro de una esfera del ser cualitativamente delimitada. Esta tesis adquiere su último fundamento en la doctrina de la medida.

No basta con definir una relación intrínseca entre las partes para, consecuentemente, poder hablar de continuidad. Uno de los problemas fundamentales planteados por Aristóteles es la inclusión del espacio y del tiempo como modalidades de la magnitud. Aristóteles también habla de una topología y de una teoría explicativa del tiempo como ciencia general de la magnitud.

El espacio-lugar es presentado por Aristóteles como una de las modalidades del continuo[79]. En el caso de justificar la ubicación del número como cantidad tenemos algo distinto[80]. La continuidad del espacio es el

de partes que no tienen tal posición respectiva. Ejemplos de cantidad discreta: el número y el discurso; ejemplos de cantidad continua: la línea, la superficie, el sólido y, además, el tiempo y el lugar". *Categorías*, 4b: 20-25.

79. "Así mismo tiempo y espacio-lugar son continuos; pues el ahora vincula el pasado y el futuro. En cuanto al espacio-lugar, decimos que es continuo porque tienen un lugar las partes del cuerpo que se hallan vinculadas en un límite común. Más entonces las partes del espacio-lugar, siempre ocupadas por las partes del cuerpo, se vinculan en el mismo límite común que éstas y, dada esta vinculación de sus partes en un elemento común, continuo es asimismo el espacio-lugar". *Categorías*, 5a: 6-14.

80. "En lo que se refiere a las partes del número, no tiene éste límite común alguno en el cual tales partes se hallan en contacto. Y así, siendo cinco una parte de diez, en ningún límite común, cinco y cinco se vinculan; al contrario, ambos cinco se encuentran esencialmente dispersos. Igualmente, tres y siete no se encuentran en ningún límite común. Y, en general, no cabe en un número concebir un límite común entre sus partes, que se hallan siempre desvinculadas". *Categorías*, 4b: 25-30. Frege señala que nos hemos acostumbrado a considerar los números como realidades homogéneas en muchas relaciones. Esto proviene de que conocemos una serie de enunciados generales que valen para todos números. Sin embargo, aquí debemos situarnos en el punto de vista en que todavía desconocemos estas leyes. Por lo general, es frecuente que afirmemos el enunciado de que cualquier lugar en el espacio y cualquier instante en el tiempo son por sí mismos tan buenos como cualesquiera otros. Un efecto debe aparecer en otro lugar igual y en otro instante igual, siempre que las condiciones sean las mismas. Esto no tiene lugar aquí, puesto que los números no son ni

resultado de la continuidad de los cuerpos que lo ocupan. Si tenemos un bloque rectangular de piedra y una superficie *S*, en la que marcamos dos partes en el bloque *P1* y *P2*, diremos que *S* marca como límite común la continuidad de *P1* y *P2*. Puesto que el espacio se da en esta piedra, o en cualquier cosa pero nunca sin un algo, la continuidad misma en S es la continuidad del espacio en cuanto tal. Lo auténticamente constitutivo del espacio en Aristóteles, y en esto también Hegel, es que la continuidad puede llegar a romperse. Tal es así que donde decíamos que había continuidad de una piedra se pueden llegar a dar dos piedras contiguas.

El término esencial es el que Aristóteles emplea para referirse al número; a saber, el concepto de *contacto*, o con mayor exactitud, *hallarse en situación de contacto*. El *contacto* es el criterio empleado por Aristóteles para distinguir lo discreto de lo continuo. Aristóteles afirma que dos cosas se encuentran en *contacto* cuando sus extremidades están juntas[81]. Esta cuestión se enriquece mediante la tríada conceptual *consecución*, *contigüidad* y *continuidad*, en donde *contigüidad* está por *contacto*. Lo consecutivo tiene una anterioridad lógica respecto a lo contiguo. Esta anterioridad es equivalente a la anterioridad lógica que Hegel exige para las distinciones cualitativas, esto es, conceptuales. En cambio, en Aristóteles anterioridad lógica no implica anterioridad en el orden de la entidad. Desde el punto de vista de la entidad, en Aristóteles el orden aparece in-

temporales ni espaciales. Las posiciones de la serie numérica no son equivalentes tal a como lo son los lugares del espacio. Los números no se comportan como los individuos de una especie animal respecto del género. Los números tienen una ordenación jerárquica definida debida a su propia naturaleza. Cada número está formado de manera particular y tiene sus peculiaridades propias. Estas propiedades se ponen especialmente de manifiesto con el 0, 1 y el 2. Cuando emitimos un enunciado referido a una especie fundado en la inducción, solemos disponer ya de toda una serie de propiedades comunes, a partir tan sólo de la definición del concepto de la especie. En el caso de los números, en cambio, es difícil encontrar una propiedad que no requiera previamente ser demostrada. Leibniz, antes que Frege, había advertido de esta diferencia esencial entre la homogeneidad del espacio y la individualidad numérica (parágrafo 10 de *Los fundamentos de la aritmética* de Frege).

81. "Es consecutivo lo que viniendo después del comienzo [...] no está separado de la cosa con la cual hay consecución por algún intermediario del mismo género [...] es contiguo si, además, se halla en contacto [...] lo continuo está en el género de lo contiguo: digo que hay continuidad cuando los límites en los cuales las dos cosas se tocan no son más que uno y el mismo y, como lo indica el nombre, mutuamente se sostienen. Tal definición muestra que el continuo se encuentra en las cosas cuya naturaleza hace que formen una sola cuando están en contacto [...] lo consecutivo es lo que es primero, porque todo lo que está en contacto es consecutivo, pero todo lo que es consecutivo no está en contacto. De ahí que lo consecutivo se encuentre en las cosas que son anteriores lógicamente, como los números, pero no en contacto. Igualmente, la continuidad implica necesariamente el contacto, pero el contacto no constituye todavía la continuidad, porque las extremidades pueden estar juntas sin ser forzosamente una, mientras que, si son una, están forzosamente juntas". *Física*, 234b y 227a.

vertido: la continuidad que caracteriza a la materia prima condiciona la permanente quiebra equivalente a la contigüidad. La contigüidad explica la pluralidad (en Hegel *Anzahl*) que constituye el cosmos.

El espacio topológico de Aristóteles es una modalidad del continuo. Continuo es también el tiempo. Un problema fundamental para Aristóteles es encontrar el concepto que permita diferenciar ambos sentidos de la continuidad. Primero investiga Aristóteles el espacio, para luego caracterizar al tiempo por privación de uno de los caracteres del espacio[82]. Aristóteles muestra que el espacio lugar no puede ser ni la forma, ni el intervalo, ni la materia.

Lo más común es confundir el lugar con la forma. La forma puede ser el lugar por la propiedad de envolver. Las extremidades o fronteras de lo que envuelve y de lo envuelto constituyen una unidad. Forma y lugar son límites, pero no límites del mismo ser. La forma es límite de la cosa. El lugar es límite del cuerpo envolvente. La forma es extremo de la cosa. Este extremo, por estar vinculado a todo punto de lo que ella delimita, se comporta a manera de envoltura en la que el límite coincide en todas partes con lo envuelto. No toda envoltura es de este género. Pero este sería el caso de esta envoltura en la que el límite sería el lugar de lo envuelto.

La forma tendría la ventaja de ser de espesor nulo y de envolver absolutamente la materia informada por ella. Lo que impide identificar el lugar con la forma reside en que la forma, una vez en la materia, es inseparable de lo envuelto. Aristóteles afirma que el lugar no es nada de la cosa, ya que puede ser abandonado por ella, además de ser separable de la cosa misma[83]. Aristóteles relaciona el topos con el movimiento[84]. La razón es que si existiese alguna entidad intrínsecamente inmóvil desaparecerían los rasgos diferenciales entre lugar de la cosa y forma de la misma.

82. “El espacio-lugar puede ser tan sólo una de las cuatro cosas siguientes: o bien la forma, o bien la materia, o el intervalo intermedio entre los extremos, o los extremos mismos, de no haber intervalo alguno aparte de la magnitud del cuerpo. Es evidente que tres de estas soluciones son inadmisibles”. *Física* (IV), 211b: 8-10.

83. *Física* IV, 210b: 33.

84. “El lugar es el límite del cuerpo envolvente. Entiendo por cuerpo aquel que es móvil en cuanto al transporte” *Física* IV, 212a: 6-8. “El límite inmóvil inmediato de la envoltura: tal es el lugar“. “El lugar tiene apariencia de superficie o vaso: un envoltorio“. Física 212a: 28-30. “No todo tiene lugar sino solamente aquel cuerpo que sea móvil”. *Física* 212b: 28-29. “Ciertas cosas tienen lugar tan sólo en potencia; otras por el contrario, lo tienen en acto. Cuando un continuo es homogéneo, sus partes sólo potencialmente tienen lugar; cuando pasan a ser separadas, permanecen en contacto y amontonadas entonces tienen lugar en acto”.

Aristóteles comenta que, según Hesiodo, toda cosa tiene necesariamente lugar[85]. El lugar es efectivo o real como correlato de la efectividad o actualidad de la cosa. Esta condición es equivalente a afirmar que la cosa tiene que tener subsistencia, se halle separada y sea una entidad. Un cuerpo sumergido en un fluido tiene lugar en acto: el fluido circunda el cuerpo por todas partes. Una parte del cuerpo decimos que tiene lugar en potencia en las otras partes cuando, tras haber sido dividido, éstas vienen a ser contiguas respecto a esta porción del cuerpo mencionado. El borde exterior de estas partes son el lugar de la primera porción. En la continuidad se produce una quiebra equivalente a la contigüidad como pluralidad sustancial.

Como resultado de la contigüidad tenemos que lo tridimensional tiene su límite en lo bidimensional. Lo bidimensional tiene su límite en lo unidimensional. Lo unidimensional encuentra su límite en lo carente de dimensión. Cualquier punto es a la vez división de una línea en dos partes y el común vínculo de ambas. Lo mismo es válido para la línea respecto a la superficie, así como de la superficie respecto al sólido o cuerpo; es decir, lo tridimensional. Sin embargo, el estatuto ontológico del punto, la línea y la superficie no es el mismo, ya que sólo la superficie constituye lugar de algo, o por lo menos, lugar en acto. La superficie es el único límite que circunda a una entidad propiamente tal, tridimensional o cuerpo, puesto que es paradójico hablar, desde el punto de vista aristotélico, de una entidad superficial.

Hegel, siguiendo a Aristóteles, respeta igualmente la distinción categorial entre el punto, la línea y la superficie. Hegel ataca por este motivo el método de Cavalieri. Hegel critica el método de indivisibles por distorsionar esta distinción categorial fundamental. No existe inconveniente, afirma Hegel, en multiplicar la magnitud de una línea por otra. Al multiplicar estas mismas magnitudes, sin embargo, obtenemos una modificación cualitativa: el paso de la línea a la superficie[86]. La integral, proceso de adición infinita, conduce también a una superficie. Hegel protesta, no tanto contra esta operación, como frente a todo discurso que pretenda soslayar la diferencia categorial entre línea y superficie (números de

85. "Hesiodo pensaba, como los demás, que toda cosa se halla en alguna parte, es decir en un lugar, pero si ello es así, la potencia del lugar es prodigiosa y prima sobre todas las cosas". *Física* III, 208b: 30.

86. "Man kann kein Arges daran haben, die Größe einer Linie mit der Größe einer anderen Linie zu multiplizieren; aber die Multiplikazion dieser selben Größen gibt zugleich die qualitative Veränderung des Übergangs von Linie in Fläche". WdL 5, p. 317.

longitudes y superficies) introduciendo los conceptos de infinitas líneas susceptibles de ser sumadas[87]. De hecho, para Hegel, es de vital importancia la posibilidad que nos ofrece el cálculo: objetivar modificaciones cuantitativas que se traducen en modificaciones cualitativas[88]. En este procedimiento reconoce Hegel la importancia en la elección de cada una de las unidades de longitudes y superficies. Sobre el producto de longitudes, que transforma las longitudes de nuevo en longitudes, las unidades elegidas aparecen como los lados del rectángulo correspondiente.

La matemática abstrae, del conjunto que da su soporte, las superficies, las líneas... etc. y las considera como si se tratara de cosas subsistentes. El carácter abstracto de la matemática se funda en lo siguiente: la ruptura de la continuidad implica que lo que se haya en situación de contigüidad pase a separarse de su contiguo, situándose así frente a éste en posición de consecución. En definitiva, se convierte en algo susceptible de movimiento. Pues, en palabras de Aristóteles contra Hesiodo, no todo tiene lugar, sino sólo aquello que sea móvil.

Esta separación no se produce entre líneas (límites de superficies), ni entre puntos (límites de líneas), sino tan sólo entre superficies que son límites de entidades. Aquello que está sometido a las relaciones de alteridad o discontinuidad es aquello que envuelve una superficie; esto es, aquello que tiene un carácter tridimensional. Una entidad o cosa no cambia realmente si pasamos de atribuir el límite unidimensional a atribuirlo bidimensionalmente. Sólo en la esfera de lo tridimensional puede un continuo transformarse en dos con límites, superficies, bien delimitados. En toda entidad que tenga lugar, el lugar es respecto a ella el límite de aquello que la envuelve. El espacio-lugar se vincula entonces más a la idea de contigüidad que a la de continuidad. Por el contrario, la forma es límite propio[89].

Lo que caracteriza a lo continuo es la relación de parte a todo, en la que la parte no está disociada, y por ello, no se encuentra en el todo como en un lugar. Hegel toma de aquí su concepto de continuidad y transforma

87. De esta forma se difumina el límite conceptual entre línea y superficie, tal y como nos enseña gráficamente la geometría.

88. Hegel deduce de esto la interacción mutua de cantidad y cualidad (*Umschlagen der Quantität in Qualität*), señalando la existencia de una nueva categoría esencial para la constitución teórica del mundo, y que no estaba presente en la tradición (la tabla kantiana de las categorías).

89. "Cuando lo que circunda no está disociado de lo circundado, sino que es continuo con él, no decimos que aquél se encuentra en éste como en su lugar, sino como la parte en un todo". *Física* IV, 21a: 29-31.

la relación aristotélica en una operación lógica que titula bajo la categoría de atracción (*Attraktion*) como relación que se establece entre ciertos individuos y un género relativamente supremo. Hegel elimina las connotaciones de lugar físico material y lo eleva a esquema lógico.

Aristóteles concibe el espacio-lugar como un modo de magnitud continua a pesar de haber introducido una clara distinción entre contiguo y continuo[90]. La razón es que cuantitativamente los extremos de las cosas en contacto son indiscernibles, y por ello, decimos que se unifican[91]. La diferencia cualitativa entre los límites de dos entidades contiguas no se traduce en una diferencia desde el punto de vista cuantitativo. Distinguiendo así entre los aspectos cualitativos y cuantitativos de los límites podemos entender la tesis aristotélica: entre dos superficies extremas existe unidad.

Tiempo y espacio-lugar son un límite entre las partes que cuantitativamente es indivisible en dos límites con espesor propio. Este límite tiene en el continuo un doble aspecto; por un lado vincula y por otro divide. En la función de vincular, el límite en el caso de la temporalidad no difiere del límite en el caso de la espacialidad. Sin embargo, mientras que el límite espacial divide en acto, el límite temporal divide sólo en potencia. Aristóteles dice explícitamente que el límite temporal *es siempre otro*. Respecto al continuo espacial existen sustancias cuyo límite propio es diferente del límite del otro. La continuidad temporal tiene un correlato de contigüidad. En el tiempo no existen dos partes actualmente contiguas[92].

90. El matemático René THOM en su obra *Les intuitions topologiques de l'aristotelisme* (Revue Thomiste, Julio-Septiembre de 1988, p 397) considera las tesis aristotélicas como premonición de la topología matemática moderna. Thom entiende que Aristóteles habla de una envoltura que está prácticamente en contacto con todo el borde del cuerpo envuelto y que es de espesor despreciable. La proposición aristotélica *Los extremos de las cosas en contacto se unifican* se traduce para Thom en: la frontera de la frontera es vacía. La adherencia de la adherencia es la adherencia misma, lo cual constituye el axioma de topología enunciado por Kuratowski a principios de este siglo. El hecho de que la envoltura parezca ser la forma justificaría la interpretación de Thom. Lo que se discute no sólo tiene una relación inmediata con la topología sino también con el Análisis y con el Cálculo infinitesimal: si el envoltorio no es de espesor despreciable (tal como las magnitudes que se desprecian dada su relativa pequeñez), entonces la definición que afirma que el lugar es el límite del cuerpo envolvente no permitiría concluir que la adherencia de la adherencia sea la adherencia misma.

91. "Cuando lo que circunda está disociado de lo circundado y simplemente ambos están en contacto, el cuerpo circundado se halla sin intermedio ubicado en el interior de la superficie externa del envoltorio, la cual no forma parte de él ni añade magnitud al intervalo entre sus extremidades. Pues los extremos de las cosas en contacto se unifican". *Física* IV a: 31-34.

92. "El instante es la continuidad del tiempo, como se ha dicho; porque liga el tiempo pasado al futuro y es límite del tiempo; en efecto, es comienzo por una parte y fin por la otra. Mas aquí no ocurre como en el caso del punto, que permanece en reposo. Porque es en potencia que el instante

Aristóteles caracteriza al tiempo por su impotencia a actualizarse. El tiempo une en acto y divide en potencia. El tiempo, más que constructor es destructor[93]. El espacio posibilita la contigüidad en acto: substancias separadas efectivamente. En esto reside el elemento constructor del espacio. El tiempo, sin embargo, no puede hacerse contiguo. De aquí, que el tiempo sea más bien causa de destrucción que de generación. Aristóteles pone de relieve la irreversibilidad del proceso vital y de su expresión. El vínculo de lo anterior y lo posterior para designar un proceso de cambio, incluye un carácter de irreversibilidad que constituye el aspecto desintegrador. El cambio mismo es intrínsecamente destructor, y el tiempo es la imagen interna de esta conversión en forma de cifra[94].

Hemos visto que la emergencia de la contigüidad, ruptura de la continuidad, se produce sólo en la esfera tridimensional. Referirse por tanto a una entidad superficial supone un sin sentido, a no ser que sea expresado metafóricamente.

Al tratar de la magnitud continua, observamos que ciertos rasgos de la magnitud pierden en claridad y nitidez. El hecho de que las partes del continuo tengan entre sí una relación intrínseca aproximan la magnitud continua a la determinación cualitativa. Esto es lo que Hegel trata bajo la medida.

La magnitud discreta tiene un elemento último e irreductible en la unidad. En lo relativo a la división, por consiguiente, al alcanzar la unidad se acaba el proceso al infinito. La magnitud discreta se caracteriza, por otra parte, por no encontrarse nunca entera o acabada en lo referente a la composición. La magnitud discreta, como paradigma de lo infinito, carece

divide; y, como tal, el instante es siempre otro. Al contrario, en tanto que liga, es siempre el mismo, como para las líneas matemáticas [...]. Así, en cuanto al sujeto, la división y la unificación son la misma cosa, pero no en cuanto a la esencia". *Física* IV, 13, 222a: 12.

93. "Y necesariamente se dan efectos del tiempo. Así, solemos decir que el tiempo consume, que todo envejece por la acción del tiempo; más no decimos que el tiempo nos instruye ni que nos torna jóvenes y agraciados. Pues el tiempo es en sí causa más bien de destrucción que de generación; ello en razón de ser cifra del cambio y de que el cambio destruye lo que se da". *Física* IV, 221a: 31-b 3.

94. "Todo cambio es por naturaleza destructor. Como todo se engendra y destruye en el tiempo, éste es calificado por unos de sabio mientras que otros, como el pitagórico Parón, lo tildan, con razón, de ignorante puesto que en él todo se borra. Como ya dijimos, el tiempo es más bien causa de destrucción que de generación, dado que todo cambio es por naturaleza desintegrador; sólo por accidente el cambio es causa de generación. Índice suficiente de tal cosa es que nada se genera sin ser de alguna manera movido y sin que él mismo se mueva; mientras que, por el contrario, una cosa puede corromperse sin que medie movimiento alguno. Y tal corrupción es lo que corrientemente designamos como tiempo". *Física* IV, 22b: 14-25.

siempre de una determinación que le es propia. El progreso al infinito se desencadena como una búsqueda insatisfecha de sí misma. La magnitud continua, en cambio, carece de un elemento indivisible asimilable a la unidad de la magnitud discreta. Por ello, respecto a la magnitud continua es siempre posible la división[95].

Aristóteles se refiere explícitamente en un texto de la *Física* (III, 7, 207b: 2-15) a la exclusión del infinito en acto del objeto de las ciencias matemáticas. Aristóteles se refiere a la enunciación del carácter arquimediano de la magnitud. Sobre la nota arquimediana de la teoría de las magnitudes se funda la incompatibilidad entre ser objeto de la matemática e infinito[96]. Hegel, ateniéndose a las tesis aristotélicas, apoya y refrenda su posición en filosofía de las matemáticas recurriendo a la autoridad de Lagrange. Aristóteles, tal como Euclides y Arquímedes, comenta que la matemática ha abandonado por completo el concepto de infinito[97].

Frente al pensamiento griego, comienza una matemática asociada a la investigación de la naturaleza que se hallaba confrontada a problemas para los cuales el registro arquimediano de la magnitud resultaba demasiado estrecho: tales problemas consistían en la determinación de la tangente como recta correspondiente a la pendiente límite de las pendientes secantes, determinación de la velocidad a la que marcharía un cuerpo en movimiento caso de que desapareciera la fuerza de aceleración.

95. "En lo que concierne al número se da un límite inferior aunque respecto a la aumentación puede haber superación de una cantidad cualquiera. Pero para las magnitudes en el sentido de la disminución toda magnitud es superable, aunque no haya magnitud infinita en el sentido de la aumentación. La razón estriba en que el uno es indivisible [...] ahora bien el número está hecho de unidades que forman una cantidad [...] dos y tres son números deducidos y así mismo ocurre con cada uno de los demás números; más en el sentido de la aumentación, podemos siempre concebir superación [...]. El número, potencialmente infinito, no alcanza a serlo en acto. Y siempre trasciende el número cualquier pluralidad determinada. Pero en la dicotomía no se trata de número separado, de ahí que la infinitud no sea en permanencia sino en devenir, como el tiempo y el número del tiempo". *Física* III, 7, 207b: 2-15.

96. "Se dice que las magnitudes poseen entre sí una relación cuando mediante multiplicación cabe siempre que la una supere a la otra". Euclides, *Elementos*, lib V, def. I. "Dadas dos magnitudes desiguales si sustraemos de la primera una magnitud mayor que su mitad; si de lo que resta sustraemos asimismo una magnitud mayor que la mitad y así sucesivamente, resultará finalmente una magnitud mayor que la mas pequeña de las dos originarias". Euclides, *Elementos*, Lib. X, prop. I. "Ya se trate de líneas, superficies o sólidos desiguales, la entidad mayor superará a la menor en una magnitud tal que adicionada consigo misma trascenderá cualquier magnitud dada". Arquímedes, *Tratado de la esfera y el cilindro*, Lib. I, post. V.

97. "Los propios matemáticos, en estos tiempos, no experimentan la necesidad del infinito, y de hecho no se sirven de él, sino tan sólo de una cantidad tan grande como se desee". *Física* III, 207b: 27-32.

En Aristóteles, allí donde todo límite es intrínsecamente superable no existe alteridad que no podamos trascender. Allí donde no cabe otro en el que quepa transformarse, allí no cabe contrario[98]. El ente sumido en contrariedad se encuentra esencialmente referido a otra cosa, a un término de alteridad que supone una infranqueable barrera. La ausencia de límite constitutivo que equivale a diversidad, a la dispersión de los componentes, es la nota con la que Aristóteles caracteriza la cantidad discreta. Este texto de *Categorías* 6 "*además, la cantidad no admite contrario*" está en contradicción con lo que se dice en *Metafísica*, K, 12 "*no hay movimiento más que según la cualidad, la cantidad y el lugar, y cada una de estas categorías admite la contrariedad*" (1068b 17) si entendemos bajo cantidad el mismo sentido del término.

Hegel, al igual que Aristóteles, percibe que la cantidad entendida como continuidad está abierta a la contrariedad, es decir, vinculación que unifica lo vinculado[99].

1.7. *La limitación fundamental de la predicación matemática y extensional*

La objetivación de los conjuntos procede del lenguaje ordinario. Una proposición tal como *la rosa es roja* no está subordinada al esquema predicativo x *es roja*, con un lugar en blanco x. La proposición está subordinada a un esquema más general tal como x *tiene la propiedad* X. A partir de este esquema general obtenemos una proposición mediante sustitución $x =$ *rosa*, $X =$ *roja*. Los términos *tiene la propiedad* designan una cierta relación que vamos a llamar ε. Esta relación puede verificarse entre un objeto arbitrario x y una propiedad arbitraria X. Sólo de esta forma la cópula ε cambia la proposición originalmente bipartita en tripartita, $x \varepsilon X$.

98. "Además, la cantidad no admite contrario alguno. En lo que respecta a las cantidades determinadas es evidente que no tienen contrario: tal es el caso de tres codos o de dos codos, o de la superficie o cualquier otra entidad de este tipo para la cual no hay contrario. Se dirá que mucho es contrario de poco y grande de pequeño. Más ninguna de estas nociones es una cantidad; más bien entran en el género de los relativos. Pues nada considerado en sí y por sí es dicho grande o pequeño, mas solamente por hallarse referido a otra cosa". *Categorías* 6, 5b: 11. Así como 5, 3a: 25.

99. "Venir a ser naturalmente uno en razón del contacto". *Física*, V, 226b-227a.

Uno de los objetivos básicos de la *Lógica* de Hegel es la discriminación de lo necesario a partir de las posibles accidentalidades que presenta el lenguaje ordinario. No podemos confundir la cópula con la existencia y la igualdad. Ahora queda abierto el camino para una aplicación de los principios formales al lugar en blanco X. Estos principios son: 1) cuantificador universal. Símbolo Π_x. Así, por ejemplo, $\Pi_x R(xy)$ que quiere decir: *toda* x *de la categoría correspondiente mantiene con* y *la relación* $R(xy)$. 2) Algunos. Símbolo Σ_x Así por ejemplo $\Sigma_y(Rxy)$ significa que *existe una* y *con la que* x *está en la relación* $R(xy)$.

El siguiente paso en la objetivación de conjuntos es la estipulación de que dos propiedades X e Y, o los conjuntos correspondientes, deben ser considerados iguales si todos los elementos de X también pertenecen a Y, y recíprocamente. De un agregado de objetos particulares podemos formar por selección todos los subconjuntos para estudiarlos unos tras otros. Pero cuando se trata con un conjunto infinito como N, el absolutismo existencial de los subconjuntos puede presentar muchas más dificultades que el de los elementos. El problema radica en que sólo podemos entender aquellos subconjuntos que están determinados por una propiedad característica de sus elementos. Por ello, podemos toparnos con una abundancia caótica de posibilidades; esto es, la posibilidad de que existan elementos reunidos al azar y sin regla determinada.

Las consecuencias paradójicas de esto último lo vemos en la expresión *agregado de todas las propiedades posibles de los números naturales*. Supongamos que tenemos una demarcación de un agregado extensionalmente definido de tales propiedades. Llamamos a estas propiedades de primer nivel. Una vez determinado este tipo de propiedades, podemos suponer que la pregunta sobre si existe una propiedad del primer nivel de un cierto tipo bien definido A se contesta introduciendo un límite agudo entre la afirmación y la negación. Así hablamos de la propiedad P_A que se aplica a un número x cuando y sólo cuando existe alguna propiedad del primer nivel que corresponda a x. Sin embargo, esta propiedad P_A de acuerdo con su sentido está fuera del círculo de las propiedades del primer nivel. Esta propiedad pertenece a un nivel superior, al segundo, ya que ha sido definida en función de todas las propiedades del primer nivel. Russell ha formulado esto bajo *el principio del círculo vicioso*.

El principio del círculo vicioso lo podemos definir de la siguiente forma: *ningún todo puede contener miembros que están definidos en función de él mismo*. De forma semejante, procedemos a construir el tercer nivel sobre el segundo, y así sucesivamente. Por consiguiente, debemos distinguir conjuntos de números naturales, y en consecuencia también de números reales, del primer, segundo y tercer nivel. La forma en que aparece la construcción de esta propiedad P_A en el Análisis es cuando, por ejemplo, determinamos la mínima cota superior de un conjunto de puntos sobre una recta. Russell intenta eliminar estas diferencias de nivel con su teoría de los tipos afirmando con ello un absolutismo existencial difícil de librar de todo círculo vicioso.

La mecánica cuántica nos ha enseñado lo problemático que resultan este tipo de presupuestos lógicos. La dificultad radica en traducir las aparentes evidencias del lenguaje cósico ordinario a otros fenómenos y esferas. No disponemos de una evidencia *a priori* sobre los significados en expresiones tales como *el conjunto de las moléculas en la vasija o contenedor B*. Con esta expresión, todavía no disponemos de significado unívoco y absolutamente determinado. Obtenemos un significado determinado de la expresión anterior al añadir: *en el instante temporal* t_0. El presupuesto lógico fundamental es que en todo momento suponemos idealmente definida y establecida la relación *elemento-conjuntos*, y por tanto, también el número.

Hegel advierte sobre una peculiar contradicción en la determinación de la medida. Esta contradicción es fruto de una inadecuada comprensión. El resultado de esta contradicción es la escisión formal de la determinación cualitativa de grados; la designación numérica, y las cantidades abstractas puramente numéricas. Esta contradicción se produce cuando pensamos a priori y sin más fundamento que para toda designación numérica de grado; por ejemplo *–567°C* o bien $10^{1000000}$ *Km/Seg*, existe un cuanto real o que se corresponde con algo en general.

Una vez que hemos comprendido el procedimiento por el cual generamos infinitos, no puede sorprendernos la existencia de; por ejemplo, una temperatura mínima o una velocidad relativa absoluta. Lo sorprendente tiene que ser más bien la incapacidad para diferenciar lo posible desde un punto de vista fáctico y lo posible en el sentido de matemático formal. Así, desde el punto de vista matemático existen todo tipo de posibles velocidades o de longitudes de líneas rectas.

Este último aspecto lo podemos ilustrar de la siguiente forma: el *espacio-tiempo euclideo* es una construcción matemática ideal. La limitación a la hora de emplearlo como un contexto general representativo de posibles resultados métricos reales era de esperar mucho antes de que Einstein lo mostrara concretamente[100]. De los análisis de Hegel sobre los cuantos geométricos y cronométricos se desprende una importante aclaración crítica sobre el origen de nuestro concepto de infinitud: una vez comprendida la adición *más 1*, el añadido de una longitud genérica, la nueva realización de una regla o de un paso genérico determinado, sólo requiere haber sido comprendida una sola vez para haberla comprendido generalmente. La infinitud de los números es la posibilidad formal de construir un siguiente número. Todo conjunto finito que represente un número puede ser, en principio, ampliado por un nuevo elemento. De esta forma, el conjunto que surge representa el número consecutivo al anterior.

El proceso infinito cuantitativo, secuencia infinita de designaciones numéricas *1m*, *2m*, *3m*; *1h*, *2h*,... carece de pensamiento por ser un proceso meramente formal externo. Hegel atiende a la no-finitud de la serie numérica en cuanto susceptible de traducir posibles resultados métricos. Así, en los esquemas formales del tipo *x km* o *y h*, o bien *2 km/h*, x, y, z designan variables de una esfera completa de números racionales y reales. El objetivo que Hegel persigue es advertir del puro sin sentido; a saber, pensar que aumentos cuantitativos equivalen de suyo a mejoras cualitativas[101]. En determinados contextos, el aumento de riqueza o de un estado supone ciertas mejoras respecto a determinados fines[102]. Este tipo de mejoras no son un mecanismo intrínseco al aumento extensionalmente considerado.

El desencadenante de esta contradicción; esto es, la escisión formal de la cualidad y de la cantidad, reside en que algunas modificaciones cuantitativas son invariantes respecto a ciertas diferenciaciones cualitativas,

100. Einstein es partidario de introducir el problema de la verdad desde la física. El sentido último de las matemáticas vendría así determinado por la física. Desde esta instancia, cabe por primera vez la legítima pregunta por la verdad de los enunciados matemáticos. La tesis de Einstein, interpretada desde la *Lógica* de Hegel, significa que la verdad de lo tratado bajo las categorías de la cantidad y del cuanto se establece desde la medida. Einstein comenta: “Wir werden jene Wahrheit der geometrischen Sätze zunächst voraussetzen, um dann im letzten Teil unserer Betrachtungen (bei der allgmeinen Relativitätstheorie) zu sehen, dass und inwiefern jene Wahrheit ihre Grenze hat”, p. 3. “Über die Spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie”, Vieweg, Braunschweig, 1986.

101. WdL 5, 398.

102. Hegel ve en esto una cierta astucia del concepto “an der ein Dasein unverdächtig angegriffen und zugrundegerichtet wird”.

mientras que respecto a otras no lo son[103]. Así, por ejemplo, respecto al predicado *tener algo de pelo en la cabeza* es indiferente el número, siempre y cuando haya por lo menos uno. La consideración extensional de este concepto no afecta para nada a su identidad cualitativamente por la propiedad en cuestión. Sin embargo, el caso es completamente diferente cuando consideramos el predicado *no tener calva*. Aquí la dimensión cuantitativa puede modificar la naturaleza cualitativa del concepto aún cuando no podamos dar un número mínimo de pelos que uno tiene que tener para no pasar por *ser calvo*.

El paso de la cantidad a la cualidad (*Umschlagen von Quantität in Qualität*) atiende a los límites propios del discurso matemático al tratar la famosa paradoja del montón. Hegel analiza en la discusión de estas paradojas la limitación en la aplicabilidad de la forma argumentativa abstracta de la inducción matemática a ciertos predicados. Estos predicados son aquellos que de alguna forma ya se encuentran extensionalizados; es decir, que definen clases claramente delimitadas de elementos. Los predicados tales como *no ser calvo* y *ser un montón de guisantes* no constituyen clases absolutamente determinadas de elementos. No existe un número mínimo (de pelos o de guisantes) unívoco y determinado necesario para poder clasificar a un hombre como un *ser que no es calvo*. Con la progresiva disminución cuantitativa del pelo, nuestro juicio cualitativo se transforma, de tal manera que podamos decir que *el hombre en cuestión es calvo*. El dónde y el cuándo, junto con el número de pelos, depende de todo tipo de situaciones concretas.

Muchas de nuestras diferenciaciones cualitativas no se ocupan (o sólo se ocupan en parte) de los límites cuantitativos. Los predicados mencionados constituyen un ejemplo de aquellos predicados que no inducen a la formación de conjuntos equivalentes de pelos o guisantes respecto a ordenamientos arbitrarios de los elementos. Si atendemos a los límites cualitativos decimos erróneamente que las diferenciaciones o clasificaciones cualitativas son vagas. Sin embargo, lo que ocurre es que no todos los predicados y diferenciaciones son en general invariantes de la misma forma a como lo son las definiciones puramente cuantitativas de subconjuntos en los conjuntos ya supuestamente definidos. Hegel nota que aquí nuestras diferenciaciones cualitativas no pueden reducirse de forma completa a las cuantitativas.

103. WdL 5, 397.

Hegel está discutiendo los límites del principio de satisfacción de Leibniz: la constitución de esferas abstractas de nuestro discurso y de sus objetos pasa por disponer equivalencias (igualdades o identidades) entre representantes (nombres de objeto o de elementos) y una clase ya delimitada de predicados. Los predicados deben satisfacer la condición de ser invariantes respecto a la relación de equivalencia establecida (principio de satisfacción de Leibniz). Por tanto, las condiciones de satisfacción definidas cualitativamente para proposiciones de la especie "*éste es un montón de guisantes* o *este hombre es calvo*" determinan clases claras en contextos concretos, y no son por ello mismo absolutamente determinados o de límites absolutamente precisos: no podemos determinar cuál es el número mínimo de guisantes que constituyen un montón de guisantes. No es sólo que la distribución de guisantes o de pelos juegue un papel importante respecto a los límites cualitativos, sino de que un *montón* (normalmente) permanece un tal aunque le quitemos un sólo guisante, así como normalmente ocurre lo mismo con un calvo al que se le quite sólo un pelo[104].

Hegel observa que toda delimitación y clasificación está sujeta a una posible contradicción, en tanto en cuanto todavía existan casos límite significativamente difusos o poco claros. Estos casos límite o difusos definidos por las infinitas negaciones entre P y no-P, son excluidos para construir a partir de su exclusión el concepto mismo de contradicción. Ahora bien, la referencia a la exclusión implícitamente realizada se guarda precisamente implícita; y esto es a lo que Hegel se refiere cuando emplea el término *Aufhebung*.

Las infinitas diferenciaciones realizables, aunque no fácticamente realizadas, definen el *an sich* del concepto genérico de un objeto. No existen nunca adecuaciones garantizadas, y posiblemente hipostasiadas, fuera de ciertos espacios lógicos de juego. Este punto de vista se extiende a los discursos sobre objetos abstractos; sobre todo a los números: los números no existen puramente en sí, sino que en sí y para sí considerados existen sólo en su constitución real. Los números no existen fuera de nuestro operar con designaciones numéricas. Esta actividad o praxis no se da eternamente en el sentido platónico.

Todo juicio en matemáticas que sea completo y con sentido está referido a una esfera objetiva previamente definida[105]. Esto constituye a su vez

104. WdL 5, 397 y Enz 8, § 109-110.

105. Dentro de un sustrato genérico previo (*Gattung*), procedemos a aplicar los mecanismos lógicos implícitos en toda comprensión y que Hegel llama *atracción* y *repulsión*. Estos mecanismo

el supuesto fundamental de las matemáticas; a saber, toda especificación de la esencia categorial debe constituir un sistema cerrado y absolutamente determinado de objetos existentes en sí mismos. En este sentido, la matemática depende de una aclaración de los conceptos ya que éstos son en su gran mayoría inexactos. Esto significa que la gran mayoría de los conceptos que empleamos son desde el punto de vista de su esencia; es decir de su límite, radicalmente vagos. La matemática precisa tratar con esencias exactas, con objeto de que la aplicación del principio de tercio excluso pueda definir en cada caso una disyunción completa. Por esta razón, para Husserl la validez de todos los enunciados matemáticos se funda en la reducción eidética.

Toda propiedad está siempre referida a una cierta categoría objetiva. Las categorías objetivas pueden ser números, puntos del espacio, cosas perceptibles, etc. En todo caso, la matemática lo que exige es que cualquier especificación del continuo categorial constituya un sistema cerrado y absolutamente determinado de objetos existentes de suyo. Por ello, en la *Lógica* de Hegel el juicio no es más que la explicitación analítica de lo que llama concepto.

2. La interpretación del cálculo infinitesimal en Hegel

2.1. *Introducción general*

Dentro de la *Lógica*, toda la reflexión hegeliana referida al pensamiento matemático se inspira en un análisis meditado de los trabajos de Lagrange. La *Lógica* de Hegel es un análisis reflexivo del significado conceptual con fundamentación fenomenológica: análisis significativo de lo inmediatamente dado a la conciencia. La *Lógica* de Hegel supone una síntesis de dos dimensiones: a) es una radicalización de la crítica a la metafísica del empirismo científico y subjetivo de Locke, Newton, Berkeley,

explicitan de forma titular las diferenciaciones y no diferenciaciones específicas dentro de una esfera delimitada de los representantes que definen un predicado. Los representantes definen los distintos elementos discretos de un conjunto (predicado). Por ejemplo, el objeto designado por *1* nombra cosas distintas según se le diferencie como representante de un elemento de los naturales; de los racionales o de los reales.

Hume... b) continuación formal y material del proyecto trascendental de Kant.

La discusión matemática sobre los fundamentos del cálculo infinitesimal asume un contexto especial, reconocido por Hegel, con su aplicación a la física moderna[106]. Hegel somete a análisis crítico toda exposición puramente cuantitativa de la experiencia dentro de la física moderna. La naturaleza no está escrita en caracteres matemáticos[107].

Conocemos a través de Aristóteles el valor que tenían las determinaciones numéricas en el seno de la teoría de las ideas de Platón. El análisis de Aristóteles presenta una serie de razones que fundamentan su *antipitagorismo*. El *antipitagorismo* de Aristóteles se asimila al de Hegel al denunciar el error que consiste en reducir toda la filosofía a matemática, y la *Lógica* (de la filosofía) a lógica matemática.

La crítica de Hegel y de Aristóteles al empleo de determinaciones unméricas en filosofía, se dirige no tanto a un simple desprecio de la matemática, como a una fundamentación y límites ontológicos de la misma. Algunos han intentado mostrar que Aristóteles era un ignorante en el campo de las matemáticas. Sin embargo, es evidentemente falso que tanto Aristóteles como Hegel fueran unos ignorantes en el campo de las matemáticas. Desde luego, que frente a los platónicos, la matemática pierde en Aristóteles y en Hegel un peso global dentro del proyecto filosófico. Esta

106. Hegel reconoce el contexto especial que ha asumido el cálculo infinitesimal en su aplicación a las ciencias de la naturaleza. La discusión matemática en torno a los fundamentos del cálculo infinitesimal incluye una referencia al objeto de la física. Hegel somete, en el curso de la Lógica, a análisis crítico toda exposición puramente cuantitativa de la experiencia. En este sentido, analiza igualmente el objeto de la física moderna. Por otra parte es evidente que objetos como: velocidad, aceleración, masa,... etc no son cosas. El análisis lógico de Hegel busca una respuesta a la pregunta qué tipo de cosas son estas. La respuesta viene marcada por los análisis esenciales. Con este tipo de objetos lo que definimos son determinaciones reflexivas; esto es, relaciones puras, que es en último término a lo que se reduce en Hegel la realidad del mundo.

107. "La filosofía está escrita en este libro inmenso que se encuentra continuamente abierto ante nuestros ojos (quiero decir el universo), pero que no puede entenderse si no se aplica uno primero a entender su lengua, a reconocer los caracteres en que está escrito. Está escrito en lengua matemática, y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin cuyo medio es humanamente imposible entender una palabra". GALILEO, *Il Saggiatore*. *Opere* 6, 232. "La construcción del sistema [de la física teórica] es obra de la razón... Los conceptos y principios fundamentales que le soportan... son invenciones libres del entendimiento humano... La naturaleza es la realización de las ideas matemáticas más sencillas de concebir. Estoy convencido de que, mediante puras construcciones matemáticas podemos descubrir esos conceptos y esas conexiones legales entre ellos, que constituyen la clave de comprensión de los fenómenos naturales... El principio creativo reside en las matemáticas". EINSTEIN, A., *Sobre el método de la filosofía teórica*, *Mein Weltbild*, 113; *Ideas and Opinios*, 270.

limitación, sin embargo, se sustenta en razones ontológicas profundas, y no en la ignorancia de la materia por parte de Aristóteles y Hegel. Aristóteles, como fundador de la lógica, es el que más ha contribuido a la formalización del razonamiento matemático alcanzando una mayor concrección con los *Elementos* de Euclides.

Las posiciones de Aristóteles y de Hegel sobre la importancia de las matemáticas en la filosofía deben comprenderse como aclaraciones teóricas mucho más globales dentro de la teoría de las categorías o últimas determinaciones del *Ser*. La categoría que más concierne a la matemática, la magnitud, se presenta en ocasiones dentro del corpus aristotélico como la categoría primordial, contradiciendo otros pasajes. Esta confusión se presenta igualmente cuando abordamos los textos de Hegel. Sin embargo, Hegel da un paso más sobre Aristóteles y percibe que la matemática no es una ciencia que tenga que ver exclusivamente con la cantidad abstracta (*Quantum*). Por esta razón, la matemática juega un papel entre los presupuestos de la filosofía hegeliana que en ocasiones es esencial y preponderante. Ya Aristóteles percibía que hablar de matematización no exige poner como fundamento el *quantum* discreto, sino el *quantum* continuo. Desde este punto de vista concreto es desde donde arrancan las reflexiones de Hegel.

El discurso sobre lo absoluto, sobre la totalidad de lo real, adquiere una nueva significación bajo la versión de un nuevo pitagorismo que interpreta lo absoluto como cantidad (*Quantität*)[108]. A entender de Hegel, reducir toda diferencia a diferencia cuantitativa es una de las formas de materialismo. Si toda diferencia se limitara a un sentido puramente cuantitativo, el absoluto hegeliano sería la materia. El absoluto o el universo, tomado como pura extensión o un conjunto de elementos incognoscibles no se distinguiría en nada de un número cardinal abstracto. Todavía resta demostrar la tesis, según la cual, el mundo debería ser representable, cuando menos en cuanto a su estructura, bajo la forma del discurso teorético de conjuntos. Esta tesis queda refutada con tan sólo notar que los elementos de un conjunto sólo pueden ser determinados sobre diferenciaciones cualitativas; esto es, sobre la base de ciertas propiedades.

Esto significa que la *Lógica* adopta nuestras diferenciaciones cualitativas de lo definido en la categoría del *Dasein*. Suponer la existencia de un

108. "Das Absolute ist reine Quantität,-dieser Standpunkt fällt im allgemeinen damit zusammen, daß dem Absoluten die Bestimmung der Materie gegeben wird, an welcher die Form...eine gleichgültige Bestimmung sei... daß... aller Unterschied nur quantitativ sei". Enz 8, § 101.

mundo de experiencia ya desde siempre articulado, separado conceptualmente, introduce un mundo absoluto *an sich*, vacío de contenido (abstracto). Este supuesto carece de sentido racional. Nadie puede describir un conjunto infinito sin asignar propiedades que sean características de los elementos del conjunto. Nadie puede definir una aplicación entre una diversidad infinita de objetos sin asignar una ley; es decir, una relación, que determine los objetos relacionados entre ellos.

La teoría del mundo absoluto define a éste como algo que está ya dividido, ordenado y perfectamente articulado en el espacio, tiempo y materia. Los que defienden esta tesis; a saber, que toda diferencia se reduce a una diferencia cuantitativa, intentan hacer de la cantidad, que debería constituir el universo, una distribución con un número fijo de partículas materiales. Esta distribución es un ordenamiento de tipo espacio-tiempo[109].

Según la teoría de Laplace, la naturaleza del mundo es la materia. La materia es una esfera absolutamente diferenciada de partículas supra y subatómicas en el espacio y el tiempo[110]. El universo queda explicado por

109. Sin embargo, el concepto pleno de espacio (*en sí y para sí* en Hegel) no puede ser el espacio abstracto, matemático, tridimensional real, cartesiano, espacio numérico R^3. El tiempo tampoco es el conjunto numérico de los reales. El espacio-tiempo no es el espacio tetradimensional definido en el cuerpo de los reales R^4, ni en general, cualquier superficie curva riemanniana de cualquier dimensión. Esto también se extiende a las estructuras de conjuntos abstractos, espacios, que designan y se enriquecen con la representación de trayectorias de partículas, esto es, de caminos continuos-compuestos en el sentido del Análisis superior.

Los caminos descritos por el Análisis superior son ciertas funciones continuas de números reales en una esfera continua compuesta. Aquí debemos distinguir el modelo matemático de los espacios, los tiempos y las cosas reales. Un defecto de diferenciaciación es la nota característica de toda metafísica pitagórica. El problema que se cierne sobre el significado pleno de nuestras predicaciones sobre el espacio-tiempo, no sólo en cuanto a los términos puramente teóricos o matemáticos, es algo que afecta de forma decisiva a la imagen del mundo en Newton y en Laplace. Este problema está igualmente presente en los modelos matemáticos relativistas del espacio-tiempo empleados por las cosmologías modernas. *Fundamentos de las teorías del espacio-tiempo*. Michael Friedman, Alianza Universidad. 1991. Madrid.

110. En la WdL trata Hegel, bajo el curioso título de *Knotenlinien von Maßverhältnissen*, de las entidades que introducen una imagen cuantitativa y atómico-materialista como sustancias esenciales o substratos de las cualidades que se nos muestran en el mundo. Lo que Hegel critica es la cosificación y substantivación de puntos espacio-temporales, partículas atómicas corpóreas, etc. Del tratamiento con estas entidades pueden resultar ciertas extrapolaciones *infinitas*. Estas entidades resultan de nuestra praxis finita sobre mediciones. Esta praxis que nos lleva a las representaciones matemáticas de los posibles resultados métricos. Cuando afirmamos que este tipo de entidades son causa o soporte de todas las manifestaciones, entonces hablamos de materialismo. Este materialismo se desenmascara como un pitagorismo: como una defectuosa diferenciación entre representación matemática cuantitativa y la experiencia representada. Esta crítica precede en la lógica de

las modificaciones cuantitativamente determinadas de la materia en movimiento. Estas modificaciones vienen descritas de forma cinemática y dinámico causal. Desde el punto de vista matemático, la explicación de todo queda comprendida en trayectorias de partículas como funciones predeterminadas, fijadas de una vez y para siempre.

Bajo las expresiones de *espacio puro* (*reine Raum*) y *tiempo puro* (*reine Zeit*) entiende Hegel el *espacio-tiempo matemático puro*[111]. Este espacio tiempo formal surge siempre que prescindimos de todos los contenidos del espacio-tiempo real; esto es, de los cuerpos concretos y de los movimientos relativos. Cuando hacemos esto, lo único que permanece son los números métricos abstractos del cálculo temporal y de las asignaciones espaciales relativas a los patrones empleados.

Como una alternativa a la imagen laplaciana del mundo, se ha propuesto otra imagen; a saber, aquella que consistiría en suponer una forma representativa de la experiencia para la que definimos un sistema de coordenadas fijo. Una vez establecido este sistema, tan sólo tenemos que indicar las cualidades sensibles que aparecen en este u otro punto del espacio. Estas cualidades constituyen las esferas genéricas: táctiles, acústicas, ópticas, de coloridad y de otras especies. Las cualidades que aparezcan las podemos determinar por la designación de este o de aquél punto espacio-temporal con números métricos[112].

Frente a este modelo, Hegel subraya que las relaciones conceptuales son aquí algo más complejas: la geometría euclídea de las formas teoréticas presupone, frente a la opinión de Kant, la capacidad genéricamente

Hegel al tratamiento exhaustivo de la esencia. El concepto supremo de una magnitud abstracta pura es el número real. Un número real se convierte en un número métrico cuando especificamos la unidad de medida y el procedimiento de medición. La unidad de un resultado de medida formulado cuantitativamente convierte a la escisión de cantidad (número) y cualidad en algo meramente formal.

111. El espacio-tiempo matemático es definido como la clase R^3, tripleta de números reales, o bien, como la recta R numérica.

112. Esta imagen se asimila a la que Wittgenstein defiende en el *Tractatus* y al empirismo lógico de Carnap. Hegel, sin embargo, considera esta imagen como superficial y utópica (pertenece a lo que Hegel llama una mera pretensión *bloßes Sollen*). Aquí, por otra parte, no entra directamente en juego el problema de la libertad como en la imagen del mundo de Laplace. La crítica de Hegel se centra en que las cantidades espacio-temporales asignables no tienen nada que ver con el concepto pleno de espacio y tiempo. Las cantidades puras, como abstractas, no tienen una relación concreta con la medición real del espacio y del tiempo. "Sonst könen der reine Raum, die Zeit usf. als Beispiele der Quantität genommen werden, insofern das Reale als gleichgültige Raum und Zeiterfüllung aufgefaßt werden soll". Enz 8, § 101.

considerada de identificar cuerpos, superficies, formas y movimientos relativos. La geometría analítica surge por el proceso abstractivo de aritmetizar nuestro discurso geométrico. Únicamente la inversión de este proceso; a saber, la proyección de estructuras del espacio matemático numérico R^3 sobre formas geométricas y, por medio de éstas, sobre las figuras de los cuerpos o de los espacios vacíos, podemos usar una geometría analítica tetradimensional como marco teórico adecuado en nuestra representación de la experiencia. Este contexto teórico es precisamente utilizado para describir nuestras experiencias sobre los movimientos de las cosas en el mundo. La prioridad de este contexto teorético es sólo una apariencia. Por muy útil y verificable que resulte, es siempre un contexto relativo.

Lo que por lo común llamamos realidad fáctica, lo que está ahí dado, es el *Dasein* general, aislado de toda posible relación[113]. Pero no es que lo fáctico esté aislado de toda relación, sino que semejante apariencia responde a la relación que el supuesto ha adoptado respecto de sí mismo[114]. Lo fáctico no es ya la *coloridad*, sino *el rojo*, *lo rojo* que está siendo aquí y ahora en sí mismo. La realidad fáctica presupone su posible identificabilidad como tal: diferenciar lo *rojo* de lo *no-rojo* de forma concreta. Hegel reconstruye la doctrina kantiana de la intuición sensible como fondo del juicio. Esta actividad quiere esclarecer inmanente y analíticamente el sentido de los términos *Ser*, *ente finito*, *cualidad* y *cosa*. Hegel entiende que Kant había tomado estos términos del uso que de ellos hacen las teorías lógicas tradicionales.

Lo que Hegel llama *extensionalidad (predicativa) del ente finito* (*Breite des Daseins*) es la extensionalidad de lo genérico. Así describimos por ejemplo el concepto genérico del color como si se tratara de una línea horizontalmente extendida. El espectro está formado por las clases de los colores definidos en un sistema de diferenciaciones del color. Con esto, se determina igualmente lo que en el sistema no está diferenciado (*Negativität*). Los colores no se encuentran simplemente ahí, con una anterioridad absoluta y residual previa a ser comprendida.

Hegel, siguiendo las reflexiones de Goethe sobre la ciencia natural, advierte que nuestras diferenciaciones dependen de una teleología determinada: el contexto viene dado por su aplicación, ya sea en el arte, en la físi-

113. "Das Faktische, was also vorhanden ist, ist das Dasein überhaupt, Unterschied an ihm und das Aufheben dieses Unterschiedes;...". WdL 5, p. 123.

114. "Dies Aufgehobensein des Unterschieds ist die eigene Bestimmtheit des Daseins; so ist es Insichsein; das Dasein ist Daseiendes, Etwas". WdL 5, p. 123.

ca o en la fisiología. Toda propiedad de posible predicación está siempre referida a una cierta categoría objetiva. Las esferas categoriales pueden ser números, puntos del espacio, cosas perceptibles, etc. A Hegel le interesa el contexto lógico previo que hace posible las diferenciaciones del color como objetos de la percepción en una explicación físico-fisiológica o de las propiedades de la reflexión de la luz. De forma más general podemos decir que lo que interesa es la diferenciación de la esencia categorial de la que se trate.

Las diferenciaciones cualitativas del color dependen de un contexto mucho más amplio. Este contexto amplio es el contexto lógico de las condiciones conceptuales del que dependen nuestras diferenciaciones del color en la percepción sensible. A su vez, estas diferenciaciones del color son condiciones conceptuales previas de toda óptica como teoría física. La óptica, al igual que la acústica físico-técnica o la doctrina de la vibración, se ocupa de fenómenos que superan su esfera originaria.

Debemos comprender las leyes físicas, más bien, como valores aproximativos a la naturaleza física. Esta afirmación se puede invertir: la naturaleza misma es una aproximación a un mundo postulado de totalidad y exactitud absolutas, que se funde implícita o explícitamente como fondo operativo. Antes de medir los procesos físicos, la ley aporta la regla según la cual podamos medir los procesos homogéneos o de la misma especie. Desde el punto de vista de la realidad fáctica, la legalidad típicamente *Typus* idealizada, con toda su precisión y exactitud, no es nunca del todo suficientemente exacta. La inexactitud se debe a la variación que tiene lugar siempre dentro de ciertos límites.

Los caracteres matemáticos son introducidos por nosotros. Éstos constituyen un *momento* necesario de nuestra comprensión articulada de la realidad. El concepto de *momento* adquiere en Hegel su verdadera dimensión especulativa precisamente en el cálculo infinitesimal. Siempre que hablemos de *momento* de nuestra comprensión, empleamos este término en un sentido amplio. El sentido preciso de este concepto lo toma Hegel de los análisis newtonianos sobre el cálculo de fluxiones[115]. El lenguaje matemático no tiene por objeto traducir en concepto toda posible experiencia. Para Hegel, el lenguaje matemático está subordinado a una cierta articulación adecuada de la experiencia.

115. Los momentos son aspectos parciales en nuestra consideración de las magnitudes. Para Hegel, el tema de la nada aparece aquí como el último aspecto al que se reduce la magnitud, en su realidad puramente cuantitativa aislada.

Hegel se aparta decididamente de toda interpretación empirista de la matemática. En el pensamiento de Hegel, el empirismo se reduce a materialismo matemático (*materialistischen wissenschaftlichen Empirismus*). El materialismo adopta una forma definitoria propia con el empirismo. La doctrina neoplatónica de la creación y la metafísica pitagórica (*pythagoräistische Metaphysik*), representan en Hegel otras formas de materialismo. La *metafísica pitagórica* ha introducido en la exposición matemática de la naturaleza entidades abstractas tales como, por ejemplo, las fuerzas infinitesimales de atracción y repulsión (*infinitesimale Flieh- und Anziehungskräfte*). Esta metafísica se reduce a una abstracción. Esta abstracción reside en conceder realidad a las entidades abstractas con independencia de su función matemático instrumental (nivel metaobjetivo de nuestros enunciados). La exposición de estas entidades fuera del contexto lógico, es decir, fuera de la representación observable y reproducible en el sistema de las regularidades sometidas a ley, conduce a una injustificable substantivación de los objetos abstractos. El objetivo del análisis crítico de Hegel se centra en la substantivación de tales conceptos y caracteres conceptuales.

En primer lugar, Hegel ataca la aplicación indebida del concepto de infinitud a cuestiones cosmológicas[116]. En este mismo sentido, critica la aplicación del concepto de eternidad (inmortalidad) para hablar del alma individual[117]. En segundo lugar, critica también todo discurso sobre la finitud del espacio, del tiempo y de la materia. Los conceptos finitos de espacio, tiempo y materia suponen la substantivación de una infinitud positiva respecto a la cual se define negativamente una finitud como negación simple de la infinitud.

Hegel concede una gran importancia a la distinción entre finitud e infinitud. Ahora bien, esta distinción depende de una diferenciación de tipo práctico inmanente impuesta por nuestra parte. La diferencia entre *finitud/infinitud* o *simple/compuesto* tiene lugar de diferentes formas, es decir, no de una forma unívoca, sino según determinados fines prácticos impuestos por nuestras necesidades (aplicativas).

Un lugar significativo para las diferenciaciones de predicados lógicos *finitud/infinitud*, *simplicidad/composición* es la matemática (la química o

116. La aplicación es siempre una derivación analítica de la estructura del concepto.

117. La cuestión de un alma inmortal e individual tiene bastante poca relevancia en Hegel. El tema del alma individual, personal e inmortal es para Hegel pura superstición (*Aberglauben*). En Hegel se trata, más bien, de un espíritu general unificante WdL 5, p. 264.

la mecánica) y otras dimensiones reflexivas sobre formas generales del discurso. Fuera de una diferenciación determinada de géneros y especies carece de sentido la aplicación de semejantes predicados. Los predicados *finitud/infinitud*, *simple/compuesto* carecen de sentido en el contexto teológico y cosmológico (en el sentido de la antigua teología natural y cosmología racional). Hegel radicaliza las posiciones de Kant: nuestro discurso sobre el espacio y el tiempo tiene únicamente sentido como formas de nuestra exposición matemática de la experiencia. En la *Lógica* de Hegel el espacio y el tiempo son las formas que tenemos de representar matemáticamente las relaciones que definen los movimientos de las realidades corpóreas.

2.2. *La doctrina hegeliana sobre la finitud de las magnitudes*

Bajo la expresión cuanto o lo que es igual magnitud en general (*Quantum*) aborda Hegel sus análisis y observaciones sobre el pensamiento matemático en la *Lógica del Ser*[118]. Lo que Hegel entiende por cuanto o magnitud en general (*Quantum*) es lo que Euclides comprende como magnitud (*Größe*). La interpretación moderna de la magnitud es puramente cuantitativa. El Análisis moderno considera todas las determinaciones métricas abstractas como números reales. Para Hegel, por el contrario, toda magnitud está mediada por la elección concreta de una unidad o grado (exponente de la operación), así como por la referencia (implícita) al instrumento de medida. Lo que Hegel llama exponente de una operación adopta la forma general de determinación de potencia (*Potenzbestimmung*). Para Hegel, siguiendo la tradición de Euclides, adquiere especial relevancia la representación geométrica de magnitudes por segmentos.

Un número o magnitud cualitativa (*qualitatives Quantum*) es el resultado de una medición. Siempre que procedemos a medir empleamos representantes reales de una unidad de medida previamente especificada. Los instrumentos de medida y lo que en cada caso debamos medir forman parte de la esfera del *ente finito cualitativamente determinado por la experiencia* (*Dasein*). Por *Dasein* hemos definido la experiencia articulada y

118. WdL 5, pp. 231-372.

determinada cualitativamente[119]. La experiencia (*Erfahrung*) aparece ya aquí mediada (*Vermittelt*), es decir, que la experiencia es aquello que surge una vez definido el contexto teleológicamente determinado que responde a nuestros intereses científicos.

Las magnitudes, tales como por ejemplo *1 metro* o *1 hora*, tienen que ser representadas de forma concreta mediante una regla, es decir, por un patrón métrico o un reloj. Respecto a estos instrumentos comparamos un algo otro real, para así medirlo de esta forma[120]. Lo que obtenemos de esta forma son objetos tales como trayectorias o duraciones de un recorrido[121]. Estos objetos pueden ser definidos individualmente o como tipos reproducibles (*Typus*)[122]. La interpretación hegeliana de la causalidad como (*Ur-Sache*), esto es, arquetipo ideal, quiere fundamentar no sólo la aplicación de la matemática a la física, sino también construir el objeto que llamamos experiencia física. En este punto fundamental se opone Hegel radicalmente al pensamiento positivista y a la ciencia mecanicista. La ciencia mecanicista y la filosofía positivista pretenden conocer lo individual en cuanto tal empleando conceptos unívocos. Hegel nota que lo único que se consigue con esto es la escisión entre el individuo y la esencia, así como la pérdida definitiva de una especificidad cualitativa.

El *Ser* propio del objeto físico es una relación entre el patrón de medida y lo medido. Hegel entiende que lo específico de la relación reside en lo que llama exponente de la misma. El exponente de la relación puede ser, por ejemplo, un número racional n/m o una proporción real α. En el caso de un número racional hablamos de la división de la unidad en m partes iguales posibles para un m concreto. En el segundo caso nos referimos a todo posible m supuesto. Además de esto, suponemos lo que significa la adición y el proceso de añadir las nuevas unidades que van surgiendo. Lo propiamente inmanente de esta relación, lo inmanentemente cualitativo a lo cuantitativo, es lo que para Hegel constituye el objeto fun-

119. "Das Maß ist das qualitative, zunächst als unmittelbares, ein Quantum, an welches ein Dasein oder eine Qualität gebunden ist.". Enz 8, § 107.

120. "Diese Vergleichung ist ein Äußerliches Tun, jene Einheit selbst eine willkürliche Größe, die ebenso wieder als Anzahl (der Fuß als eine Anzahl von Zollen) gesetzt werden kann". Enz 8, § 107.

121. "Sein Dasein als Verhältnis, und das Spezifische desselben ist überhaupt der Exponent dieses Verhältnisses". Enz 8, § 107.

122. "Die Regel oder der Maßtab... ist zunächst eine an sich bestimmte Größe, welche Einheit gegen ein Quantum ist". WdL 5, p. 399.

damental del cálculo infinitesimal; a saber, lo que ha dado en llamar determinación de potencia (*Potenz-Bestimmung*)[123].

Bajo la categoría de *determinación de potencia* (*Potenz-Bestimmung*) entiende Hegel números o cantidades como proporciones, y por tanto, como exponentes de medidas o de una operación de medir. Los exponentes tienen la característica de ser lo suficientemente invariantes como para definir las operaciones a ejecutar. Los resultados cuantitativos de medidas vienen definidos de esta forma por ser reproducibles. Cuando se cumple la reproductibilidad de los resultados métricos definimos la objetividad y la verdad de una predicción genérica. Lo genérico aquí es que una operación de medir de este o aquel tipo conduce o podría conducir a este o aquel resultado.

Para diferentes medidas buscamos frecuentemente dependencias funcionales en los exponentes x, y de relaciones de medida. Hegel emplea el ejemplo siguiente: una variable t se relaciona con distintos estadios temporales mediante la medición con un termómetro. En estos estadios medimos temperaturas y las variaciones de las temperaturas del aire y otros materiales, tales como el agua o un trozo de hierro. Lo que nos cuestionamos es, entonces, sobre la ley que rige la modificación de las relaciones de temperatura en el tiempo, tal como por ejemplo, el calentamiento del agua para la temperatura constante o variable del aire.

Hegel subraya en este contexto la importancia de la ley de caída de los graves $s = at^2$. Para comprobar la validez de esta ley tenemos que comparar distancias s, medidas con un metro, con los espacios de tiempo t medidos con un reloj. No podemos determinar *a priori* si la relación variable establecida $s(t):t = f(t)$ tiene que ser una simple *relación de potencia* (*Potenzverhältnis*). La *relación de potencia* significa aquí que existe una constante a tal que $s(t):t = a \cdot t$. Lo que en todo caso nos está permitido suponer es que lo que buscamos es una función sencilla $f(t)$ que represente los fenómenos de forma aproximativa. Esto es precisamente lo que hace Galileo. Kepler procede de la misma forma cuando investiga los movimientos de los planetas[124].

123. "Das eigentlich immanente Qualitative des Quantums ist, wie sich früher ergeben hat, nur die Potenz-Bestimmung". WdL 5, p. 400.

124. Kepler es para Hegel el paradigma del análisis científico en la investigación natural por la búsqueda de una teoría matemática y cinemática simple del movimiento planetario. Enz 9, § 270.

Aquello que nos está permitido suponer o conocer *a priori* es lo que exigimos; a saber, que $f(t)$ tiene que ser una *función de potencia* (*Potenzenfunktion*) $p(t)$. Esto quiere decir que se trata de un polinomio o, por lo menos, una función analítica arbitrariamente diferenciable (susceptible de ser desarrollada en serie de potencia *Potenzreihe*). Hegel sabe, sobre todo por Lagrange, que la clase de este tipo de funciones es tan amplia que, en principio, todo puede ser aproximado mediante ellas. El hecho de encontrar una constante a, tal que podamos poner idealizando aproximativamente $f(t) = at$, es resultado de la experiencia que medimos[125].

En todos estos casos imponemos la forma matemática deseada. Lo que así obtenemos es la representación $x(t){:}t = f(t) = p(t)$ de un resultado de medida variable que depende de t. Nosotros determinamos la clase de funciones que queremos emplear, ya sean trazos de segmentos lineales, series de polinomios o series de potencia. La elección de la forma depende de nuestros intereses en obtener una representación invariante de lo que llamamos mundo[126].

En la física encontramos funciones relevantes que no satisfacen los postulados de aproximaciones lineales o diferenciales. Este es el caso de funciones que presentan saltos[127]. Las continuidades en la medición de espacio y tiempo, así como todos los saltos cualitativos, resultan conjuntamente de la forma de nuestra representación del mundo fenoménico[128]. Como ejemplo de esto tenemos los cambios de temperatura[129].

125. "Die Bewegung, welche durch die Gleichung $s = at^2$ vorgestellt wird, finden wir, sagt Lagrange, in der Erfahrung vom Falle der Körper";... "die Natur zeige keine Bewegung... deren Gleichung $s = ct^3$ wäre"; "wir wüßten nicht, was der koeffizient c bedeuten könnte". WdL 5, p. 347.

126. "Lagrange... den einfachen, ganz richtigen Weg gehe". Enz 9, § 267. Las diferenciabilidades en nuestra representación de funciones no existen como tal en la naturaleza. En la naturaleza no existe lo infinito. Las diferenciabilidades pertenecen a los postulados de la representación matemática.

127. "Sprung heißt hier soviel als qualitativer Unterschied und qualitative Veränderung". Enz 8, § 35.

128. "Die Allmählichkeit betrifft bloß das Äußerliche der Veränderung, nicht das Qualitative derselben"; "indem die neu eintretende Qualität nach ihrer bloß quantitativen Bestimmung eine gegen die verschwindende unbestimmt andre, eine gleichgültige ist, ist der Übergang ein Sprung". WdL 5, 438.

129. "Um ein Beispiel anzuführen, so ist die Temperatur eine Qualität, an der diese beiden Seiten, äußerliches und spezifiziertes Quantum zu sein, sich unterscheiden...". WdL 5, pp. 401-402.

Desde un punto de vista extrínseco consideramos las cantidades puras. Desde esta perspectiva, los números de medida son puramente abstractos debido a su divisibilidad. Respecto a su divisibilidad los cuantos representan un paso continuo, tal como el que podría darse entre *+2°C* y *–2°C*. Sin embargo, el agua se solidifica repentinamente en hielo sin necesidad de pasar continuamente por todos y cada uno de los supuestos estadios o estados del paso intermedio.

Aquí la *Lógica* de Hegel introduce la posibilidad de construir teóricamente el mundo mediante los modelos. Existen funciones relevantes en física que no satisfacen los postulados de las funciones diferenciables y aproximables linealmente. Estas funciones pueden presentar saltos. Hegel señala que tanto las continuidades en el espacio o las medidas de tiempo, así como todos los saltos cualitativos, resultan completamente de nuestra forma de representar el mundo del fenómeno. En diversas ocasiones, la experiencia fenoménica nos obliga a emplear representaciones en que aparecen discontinuidades. Hegel subraya el carácter fenoménico del mundo. El mundo es él mismo fenómeno. El mundo no es nada determinado, sino que depende de cómo se manifieste el *Ser* en el curso de la *Lógica*.

En la actualidad sabemos que sólo las curvas *lisas* permiten la determinación de la pendiente tangente por medio de dy/dx. Esta circunstancia parece haberla adivinado ya el propio Leibniz cuando afirmaba que la naturaleza no podía dar saltos, *natura non facit saltus*. Esta idea es proclamada por Leibniz como principio metafísico fundamental. Sin embargo, no parece que en la naturaleza todo sean procesos continuos.

El botánico Robert Brown describe en 1827 un movimiento tembloroso irregular de pequeñas partículas repartidas en una sustancia líquida. En torno a 1905 Einstein explica este movimiento como el choque de las moléculas de la sustancia líquida impulsadas por el calor que las mantiene continuamente en movimiento. Este temblor caótico de las partículas en movimiento browniano se puede describir matemáticamente como una curva que de ninguna manera es lisa. En este caso resulta difícil trazar una tangente. Este caso de la *natura* parece tener un paralelo con la matemática. Aunque si queremos permanecer dentro del pensamiento de Leibniz habría que dejar de distinguir entre *natura* y *mathesis*. En 1830, B. Bolzano presenta el primer ejemplo de una función continua que no admite derivada en ningún punto[130].

130. Bolzano refuta con este ejemplo la opinión general difundida por Ampére en 1806 de que las funciones continuas pueden, como mucho, tener singularidades aisladas. Desde el punto de vista

En el caso de la sublimación del nitrógeno congelado se prescinde completamente de estadio intermedio, tal como cabría suponer en el paso dentro de algunas continuidades. Hegel menciona algunos otros ejemplos tales como el paso cualitativo en las reacciones químicas: del oxígeno y del nitrógeno al salitre o la oxidación de los metales. Hegel se cuida de admitir imágenes infundadas sin evidencia; tal como sería el suponer que propiamente se trataría de cambios cuantitativamente continuos en una esfera no perceptible; esto es, a nivel atómico y corpuscular[131].

Hegel quiere prescindir de todo tipo de imágenes hipotéticas. Por ello, exige una especificación real de las determinaciones métricas. Este es el proceder de las teorías cuantitativas que son un instrumento representativo

geométrico esto significa que cada curva continua debe tener tangentes en todas partes con la excepción posible de puntos aislados (u aislables). Bolzano amplia la clase de curvas continuas aplicando un método de acumulación se singularidades. Bolzano obtiene por esta vía una serie de funciones peculiares. Entre estas funciones la más interesante es aquella que representa una función continua que en ninguno de sus puntos tiene derivada finita. En la imagen geométrica esto implica que una curva no tiene por qué tener una dirección determinada en cada uno de sus puntos. El 16 de diciembre de 1921 se da a conocer en el mundo matemático la función de Bolzano mencionada en el curso de una sesión de la *böhmische Gesellschaft der Wissenschaften*. Bolzano, antes de 1834 había ideado un procedimiento constructivo, por tanto antes que Weierstraß, para definir una función continua que en ninguna de sus puntos es diferenciable. Bolzano observa, previamente a la ausencia de derivada, un conjunto denso en todas partes en el que, sin embargo, se pueden constatar únicamente conjuntos numerables de puntos. Jasek es el primero que llama la atención sobre este descubrimiento de Bolzano en el seno de su teoría de funciones *Funktionenlehre*. El 3 de febrero de 1922, Rychlik completa de forma rigurosa la demostración de Bolzano. Finalmente Gerhard Kowalewski propone una interpretación geométrica de la función de Bolzano publicada en el *Leipziger Berichten* del 12 de Junio de 1922. Kowalewski, G. "Über Bolzanos nichtdifferenzierbare stetige Funktion" Acta Mathematica 44, 1923, pp. 315-319. Este tipo de funciones constituyen los contraejemplos necesarios, las negaciones, que condicionan la reconstrucción del cálculo infinitesimal en Análisis y conducen a la revisión dialéctica de los conceptos fundamentales del cálculo. Para Hegel estas funciones representarían un ejemplo de lo que llama *carencia de medida* (*das Maßlose*); es decir, la dimensión de la naturaleza cuantitativa de la función o relación establecida acaba superando la determinación cualitativa. Definen una pseudomedida, ya que por mucho que, por ejemplo, determinemos la longitud de curvas contenidas en un dominio acotado, siempre es posible construir una curva plana de forma tan retorcida que ninguno de sus arcos tenga longitud finita ya que las longitudes poligonales inscritas sobrepasan cualquier cota (*das Maßlose*). "Das Masslose ist zunächst dies Hinausgehen eines Maßes durch seine quantitative Natur über seine Qualitätsbestimmtheit". "Da aber das andere quantitative Verhältnis, das Maßlose des ersten, ebensosehr qualitativ ist, so ist das Maßlose gleichfalls ein Maß; welche beiden übergänge von Qualität in Quantum und von diesem in jene wieder als unendlicher Prozess vorgestellt werden können,-als das sich im Maßlosen aufheben und Wiederherstellen des Maßes". Enz 8, §§ 109-110. Una de las manifestaciones de esta escisión se refleja en las paradojas del montón. En estas paradojas, al igual que en estas funciones, se produce una escisión entre la cantidad y la cualidad dentro de la medida cuya inestabilidad obliga en el sistema de la *Lógica* de Hegel a pasar a considerar la teoría de la esencia (*Wesenslehre*).

131. WdL 5, 427.

de las experiencias reales. En este sentido se revela Hegel como un lógico empirista[132]. Hegel defiende el método empírico experimental frente a todo tipo de teorías especulativas o cuantitativo materialistas en las ciencias de la naturaleza.

En todo proceso concreto de medición de aquello que puede ser experimentado inmediatamente; sean por ejemplo las longitudes o las cadencias temporales, podemos reconocer inmediatamente la diferencia entre la cualidad y la cantidad. Aquello que es medido puede modificarse cualitativamente. La consecuencia de esto la observamos en la correspondiente modificación que sufren los números métricos. Estos números son, en cuanto números, *cantidades puras* inespecíficas o no designadas. Lo relevante no es la designación numérica.

El patrón de medida puede modificarse. Las reglas y (los patrones) de medida pueden dilatarse entre ellas, así como las cadencias temporales de unos relojes comparados con otros pueden ir unas veces más rápidas y otras más lentas. Un ejemplo de esto lo observamos si tomamos al péndulo por patrón: podemos reducir la diferencia de marcha del péndulo haciéndola mecánicamente más pequeña. A pesar de todo esto, las clases de instrumentos de medida y los procedimientos de medición determinan las unidades de medida. Las unidades de medida determinadas de la forma descrita hacen de las magnitudes designadas algo real y primariamente concreto: aportan la referencia a la realidad.

El *cuanto específico* (*spezifische Quantum*) o resultado métrico tiene una dimensión en la que se nos muestra como cuanto puro, proporción o número real. Este cuanto viene determinado por la clase de todos los representantes de elementos reproducibles (posibles) de este cuanto. Por otro lado, es un cuanto específico, esto es, determinado por una unidad de medida. Como ejemplo de esto podemos recurrir a todos los representantes de una longitud, tal como *3 mm* o de un tiempo *7 segundos*.

La medida, no en cuanto resultado individual de una medición, sino como resultado correcto reproducible es esencialmente determinada mediante el procedimiento genérico. Esto significa que la medida pasa a ser

132. "Die theorie geht über die Erfahrung hinaus und erfindet teils sinnliche Vorstellungen, wie sie selbst nicht in der Erfahrung gegeben sind, teils wendet die Denkbestimmungen an und macht sich auf beide Weise zum Gegenstande logischer Kritik". "Man sieht somit nicht ein, daß man sich solche Vorstellungen machen müsse, welche in der Erfahrung nicht aufgezeigt sind, im wesentlichen sich sogleich widersprechen und sonst auf andere Weise nicht erhärtet sind". "Diese... grundlose Metaphysik hat... nichts mit den Proportionen der Sättigung selbst zu tun". WdL 5, p. 426.

una regla[133]. El procedimiento es el modo correcto en el empleo de instrumentos de medida. La medida de la corrección procede del fin. Se trata en todo momento de constituir clases equivalentes de mediciones que hacen posible la reproducción de resultados. Las medidas son reproducibles siempre y cuando se haga posible la transmisión de la información de forma situacionalmente invariante. La constitución de las clases equivalentes posibilitan la transmisión de la información, situacionalmente invariante, mediante nuestros discursos cuantitativos, común experiencia (saber) y actuar comunes. De forma concreta podríamos exigir la adecuación de los tiempos de los relojes y las medidas de longitudes. En la práctica tenemos experiencia de una adecuación aproximativa dentro de un margen permisible (o no esencialmente relevante).

A una modificación en la expresión del cuanto, es decir, cuando se modifica el número dejando la misma unidad de medida o viceversa, corresponde una modificación cualitativa en la esfera de los representantes del cuanto así modificado. Todas los números de medida que tienen por objeto una ciencia que mide dependen de la intuición cualitativa del *Dasein*. Esta intuición viene a su vez mediada por el tipo de medición y la elección en la unidad de medida concreta.

Hegel fundamenta la teoría de los números en las relaciones de los segmentos que presentan las formas geométricas elementales. El análisis de la categoría del cuanto o magnitud en general tiene que ver para Hegel con la constitución lógica-real de los objetos abstractos, es decir, de los números naturales, racionales y reales como elementos de infinitas dimensiones numéricas. La cuestión fundamental es la definición real de la identidad concreta y abstracta de las infinitas dimensiones numéricas. La constitución real de los significados abstractos pasa, en el sistema de Hegel, por poder constituir una igualdad (relación de equivalencia) de significados abstractos. Este problema aparece en la *Lógica* objetivado bajo el problema de la identidad de las series infinitas. La igualdad de los significados abstractos (proyección del *ser-en-sí*) consiste en poder identificar siempre un mismo contexto lógico invariante para diferentes contenidos representativos concretos.

133. "Insofern im Maß Qualität und Quantität nur unmittelbarer Einheit sind, so tritt ihr Unterschied auf eine ebenso unmittelbare Weise an ihnen hervor. Das spezifische Quantum ist insofern teils bloßes Quantum, und das Dasein ist einer Vermehrung und Verminderung fähig, ohne daß das Maß, welches insofern eine Regel ist, dadurch aufgehoben wird, teils aber ist die Veränderung des Quantums auch eine Veränderung der Qualität". Enz 8, § 108.

En este contexto determinado de la medida, trata Hegel el concepto de *analogía*. Ahora bien, la analogía hegeliana está definida por el término de *verdadera infinitud* (*der wahre Begriff der Unendlichkeit*). El verdadero concepto de infinitud se formula como la identidad de formas internas (dimensión intensiva) o de significados en un uso común (acción u actividad). Todo discurso con sentido sobre la infinitud es un discurso sobre formas, y esto es lo que conecta el verdadero sentido de la infinitud con lo que Hegel define por esencia (*das Wesen*)[134]. Hegel trata el concepto de verdadera infinitud (regla analógica) de una serie numérica con objeto de aclarar propedeúticamente el significado de la esencia en el curso completo de la *Lógica*. El análisis hegeliano del discurso matemático es una explicitación de lo que la *Lógica* hace presente con las categorías de *ser-en-sí*, *deber-ser*, *ser-para-sí* y *momento*.

Hegel atiende pormenorizadamente al empleo indebido del concepto de *infinito* en la matemática. El contexto determinado de su investigación es su análisis crítico a la metafísica de las predicaciones cosmológicas de la *finitud/infinitud* del espacio y del tiempo, así como *discrección-continuidad* de la sustancia en el espacio y en el tiempo. Este análisis crítico lo amplía Hegel a la consideración de un infinito indiscernible denominado *Dios* o *lo Absoluto*, así como al discurso físico sobre *fuerzas infinitesimales* (*infinitesimale Kräfte*)[135].

La serie de términos nominales tales como por ejemplo; *Dios*, *el espacio* (*der Raum*), *el tiempo* (*die Zeit*), *la fuerza* (*die Kraft*) adquieren significado dentro de un contexto analógico finito. Esto significa, que su sentido radica en la introducción de los contenidos tomados de lo que nosotros previamente hayamos definido por la experiencia. Estos contenidos suministran la estructura y la forma, en la que algo debe ser enunciado. Tenemos múltiples ejemplos de esto; así decimos de un hombre que es un *hombre sabio y poderoso*, o bien, hablamos de un *trozo finito* del espacio, de una parte finita de tiempo o de la fuerza de un hombre. Sin embargo, está claro que la referencia de cada uno de los analogados respecto a su imagen no-finita no está suficientemente determinada. Esta dimensión puramente negativa del concepto de *infinitud*, predicada de *tiempo*, *espacio*, *Dios*, o de una *fuerza infinitesimal* carece por completo de sentido.

134. Leibniz y Wittgenstein habían tratado de la esencia bajo el concepto de regla.

135. Hegel tiene una concepción instrumental del discurso matemático en física teórica.

En el contexto matemático, los conceptos mencionados adoptan un sentido y significado bien determinados. Sin embargo, y este es el punto crítico de Hegel, el sentido metafísico de estos conceptos, el estatuto lógico, no está suficientemente determinado. La crítica de Hegel se centra en el significado metafísico-cosmológico de tales predicados y determinaciones lógicas. El concepto de lo que significa *verdadera infinitud* (*die wahre Unendlichkeit*) viene dado primeramente por el análisis matemático de objetos (*los números*) o por el *infinito matemático* del cálculo infinitesimal. El objetivo del análisis hegeliano del pensamiento matemático es, por un lado, aclarar instrumentalmente los conceptos empleados por la matemática[136]. Por otra parte, tomar el concepto de *infinito matemático* (verdadero sentido de infinitud) como crítica a la metafísica tradicional[137].

La parte principal de la *Lógica del Ser* reconstruye la base que determina el discurso sobre los objetos matemáticos. Hegel sigue, en esta parte, los puntos de vista de Leibniz y Lagrange para fundamentar el significado pleno del discurso sobre objetos abstractos. En este análisis llega a la discusión interna de la matemática sobre el infinito así como a su aplicación externa (la mecánica). La forma exterior de la doctrina sobre el uso y empleo de expresiones por medio del cálculo tiene sólo un *momento* (en sentido amplio) significativo interno. Al mismo tiempo, el concepto mismo de *momento* (en sentido propio) tiene una dimensión significativa dentro del sistema especulativo hegeliano. La introducción del infinito en matemáticas no tiene sólo por objeto el acortar las demostraciones[138].

136. "...daß die Mathematik, indem sie die Natur dieses ihres Instruments nicht kennt,... den Umfang seiner Anwendung nicht bestimmen und vor Mißbräuchen desselben sich nicht sichern konnte". WdL 5, p. 280.

137. "In philosophischer Rücksicht aber ist das mathematische Unendliche darum wichtig, weil ihm in der Tat der Begriff des wahrhaften Unendlichen zugrunde liegt und es viel höher steht als das gewöhnlich sogenannte metaphysische Unendliche". WdL 5, p. 280.

138. Para Hegel es imposible prescindir del concepto de *infinito* en matemáticas. Esta cuestión es similar a la que Wittgenstein encuentra plasmada en los principios de mecánica de Hertz. Hertz aborda el problema de cómo comprender el misterioso concepto de *fuerza* empleado en la física newtoniana. La propuesta de Hertz no va encaminada a dar una respuesta directa de la cuestión ¿Qué es la fuerza?, sino que el problema debería enfocarse replanteando la física de Newton sin emplear el concepto de *fuerza* como concepto básico. Hertz comenta: cuando eliminemos estas dolorosas contradicciones, la cuestión referente a la naturaleza de la *fuerza* no habrá sido respondida; pero nuestras mentes, al no estar ya irritadas, dejarán de hacer preguntas ilegítimas. Hegel trata de prescindir del concepto de *magnitud infinitesimal* en matemáticas, al mismo tiempo que defiende la imposibilidad de eliminar por completo todo discurso sobre lo *infinito*. Para este programa, Hegel propone dar un rodeo que pasa necesariamente por la filosofía.

Hegel mantiene que sin la introducción de este concepto, nos sería imposible lograr los resultados que obtenemos por este método[139].

2.3. *La finitud de las magnitudes en relación con sus desarrollos en series infinitas*

Hegel emplea términos del idioma alemán en desuso con el fin de recobrar su significado originario. El término *gediegen* lo introduce para definir en matemáticas las series como completamente desarrolladas (*vollentwickelt*). El término *causa* (*Ursache*) adopta el significado de (*Ur-Sache*), esto es, como diferenciación genérica (*eidos*) y no como substrato metafísico. Lo mismo ocurre con el concepto de *mala infinitud*. La expresión *mala* (*schlecht*) significa originariamente lo mismo que *simple* o sencillamente (*schlicht*) y (*schlechtweg*). Hegel entiende que lo *malo* de la *infinitud falsa* es lo inmediato, directo, simplificado. Lo *malo* (*schlecht*) es aquello que no ha sido comprendido suficientemente.

Un ejemplo de esta pluralidad significativa del término *malo* (*schlecht*) lo encontramos en los análisis hegelianos sobre el movimiento uniforme no acelerado. La velocidad viene definida por la expresión $c = s.t$. Hegel se refiere a esta expresión, por una parte, para manifestar la simplicidad matemática, por otra, para demostrar que en la naturaleza no existe semejante tipo de movimiento sin referencia a un procedimiento de medición del tiempo previamente determinado y establecido por nosotros (mediación de la fórmula). Este movimiento no tiene representante inmediato alguno (se trata de una construcción científica)[140].

139. "Der Zweck der Einführung des Unendlichen... nicht allein, den gewöhnlichen Weg abzukürzen, sondern zu Resultaten zu gelangen, die durch diesen nicht geleistet werden können". WdL 5, p. 281.

140. La expresión está mediada por nuestros intereses. Nuestros conceptos de *masa*, *fuerza*, *momento angular*,... carecen de un representante inmediato en eso que llamamos *mundo de la experiencia*. H. Weyl señala que en la física teórica no confrontamos los enunciados aislados con la *experiencia* ("Die Theorie wird so zu einem zusammenhängenden System, das nur als Ganzes mit der Erfahrung konfrontiert werden kann, während die einzelnen Aussagen und Gesetze keinen für sich realisierbaren Inhalt haben"; Wissenschaft als symbolische Konstruktion des Menschen, Eranos Jahrbuch 1948.). Lo que confrontamos en física teórica es el sistema teórico en su totalidad. Lo que la física aporta no es una descripción verdadera de lo que nos es dado. Lo que la física teórica nos proporciona es una construcción teorética; esto es, puramente simbólica del mundo. Weyl añade incluso que nuestro interés teórico no reside exclusivamente en los llamados *enunciados reales* (del

El concepto de *falsa o mala infinitud* (*schlechte Unendlichkeit*) está en Hegel por una comprensión demasiado inmediata, pobre, prematura y simple del concepto de *infinitud* (*Unendlichkeit*). La comprensión inmediata del infinito es la negación formal de la infinitud. La negación formal de la infinitud contiene un componente positivo del concepto de infinitud (momento positivo). Este *momento positivo* del concepto de infinitud no está siempre presente en la comprensión de la infinitud.

El conjunto o la serie de números 1,2,3,... recibe el predicado de infinito o infinita. Esto significa que toda serie finita de signos numéricos es incompleta. Todo aquél que comprende el concepto de número, es decir, el que comprende las posibilidades de construir representantes (de elementos) numéricos o el que sabe manejar designaciones numéricas, conoce igualmente que para cualquier comienzo de una serie o secuencia de términos numéricos finitos, siempre es posible construir un objeto de mayor magnitud que no ha sido previamente designado en la serie dada. La infinitud potencial de cualquier serie infinita consiste negativamente en distinguir siempre entre la totalidad de la serie y las partes finitas del comienzo. Por ello, se puede decir que la serie podría o debería poder con-

tipo: *el indicador coincide con esta división de la escala*), sino en las suposiciones ideales; a saber, la suposición del *electrón* como un quantum eléctrico universal. La cuestión de determinar la verdad u objetividad correspondiente a esta construcción teorética es algo que compete esencialmente al conocimiento filosófico (En Hegel se reserva a la Lógica de la esencia). Este problema está íntimamente ligado con la cuestión que afecta a aquello que nos motiva a tomar como base el sistema axiomático particular elegido. La consistencia es un argumento necesario, aunque él mismo no es consistente."Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik", Erlangen (Weltkreis-Verlag), Heft 3 (1926), pp 32. "Diskusionsbemerkungen zu dem zweiten Hiltbertschen Vortrag über die Grundlagen der Mathematik", Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität, vol 6, pp. 86-88. 1928. "Die Stufen des Unendlichen". Jena (Fischer), pp 19. 1931. Hilbert también se apoya en esta experiencia de la física para reconstruir la validez de la matemática clásica no intuicionista. La dificultad para Hilbert consiste en aclarar cómo puede ser significativa la matemática clásica no-intuicionista, una vez que admite con Brouwer y Heyting (1931-32 y 34) que los teoremas de esta matemática carecen de significado real en términos del cual son verdaderos. Para Hilbert no es indispensable que cada fórmula separada sea interpretable tomada en sí misma. Así por ejemplo, en física teórica sólo ciertas combinaciones y consecuencias de las leyes físicas pueden ser comprobadas experimentalmente. De forma análoga, en la metamatemática de Hilbert, sólo los enunciados reales son inmediatamente susceptibles de una verificación. Para von Neumann (1947) y Einstein (1944) una teoría de la matemática clásica puede ser considerada como un esquema de sistematización simple y elegante. Mediante este esquema podemos comprender una variedad de enunciados reales, presumiblemente verdaderos, que anteriormente aparecían como heterogéneos y sin conexión (en ocasiones previamente desconocidos), como consecuencias de los teoremas ideales de la teoría. En este sentido, Hilbert y Bernays (1934) señalan que en las ciencias nos ocupamos fundamentalmente con teorías que no reproducen por completo el estado actual de las cosas, sino que representan una idealización simplificadora de dicho estado de cosas, y en ello reside todo su significado.

tinuarse. La comprensión de la infinitud como potencial es simple aunque no falsa. Esta interpretación pone de relieve la dimensión verdaderamente negativa de lo meramente potencial.

La verdad en la infinitud de una serie no se contiene, sin más, en la afirmación: la serie no puede ser *no-finita*. La comprensión correcta de la infinitud no viene dada por los tres puntos de la secuencia 0,1,4,6,8... de una serie finita de números. La infinitud de la serie la constituye la determinación unívoca y práctica de la construcción de la serie. La determinación define la identidad concreta de la serie.

Un análisis conceptual completo no puede limitarse a las indicaciones de lo que debe significar una expresión. Hegel aplica a las matemáticas la propiedad general que definen todos los intentos de aclarar un significado o explicitar la referencia abstracta de una expresión. La serie de los números naturales 0,1,4,5,8… determina fácticamente su significado de acuerdo con las aclaraciones reales dadas y comunes tomadas del saber supuesto a una comunidad de hablantes (espíritu en el sentido general hegeliano). El significado de esta serie viene definido por el fin correspondiente en el uso común que de ella se hace. En todo caso, siempre tienen que existir límites para el significado y para el concepto. Lo que Hegel define como *la necesidad del concepto* (*die Notwendigkeit des Begriffes*) es todo lo que una expresión puede significar desde su introducción en el horizonte fáctico. La necesidades limitan las posibilidades de aquello que es pensado en una proposición o término. Las necesidades marcan al mismo tiempo una libertad o grado de libertad[141].

A diferencia de la secuencia inicial de la serie 0,1,4,5,8... podemos, mediante cada una de las muchas indicaciones (leyes de secuencias), determinar de forma unívoca a la serie. La comprensión de las leyes que definen las series depende de cómo saber continuar unívocamente su empleo. Desde el punto de vista fáctico no podemos extender las series hasta el infinito, pero introduciendo una regla tal como $a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+1} = a_{n+4}$ definimos fácticamente la serie. Nosotros siempre podemos disponer de un significado común: la univocidad práctica del sometimiento común a una ley determinada. Con la regla lo que obtenemos de la serie infinita de los naturales es el significado disponible de su expresión finita y no simplemente el fragmento o la parte que constituye un comienzo finito seguido de tres puntos suspensivos.

141. La libertad como conocimiento de la necesidad.

Hegel sigue las investigaciones de Leibniz sobre las series infinitas. Leibniz trabaja con series cuantitativamente infinitas. Estas series, cuantitativamente infinitas, están limitadas cualitativamente por la ley que determina la construcción de cada uno de sus términos. La *verdadera infinitud* de la serie reside en la dimensión cualitativa de su ley que a su vez define su identidad (*Fürsichsein*)[142].

Leibniz parte de la aritmética en su elaboración del cálculo. Sus reflexiones en torno a la combinatoria le permitirán centrar su atención en el cálculo de diferencias. Leibniz inicia sus trabajos con sucesiones numéricas. En París, alrededor de 1672, comienza Leibniz a obtener resultados fundamentales para el desarrollo del cálculo.

Dada una sucesión $a_1, a_2, \ldots, a_n$ calcula sus primeras diferencias $b_1 = a_2 - a_1, b_2 = a_3 - a_2, \ldots, b_{n-1} = a_n - a_{n-1}$. La suma de estas primeras diferencias es igual a $b_1 + b_2 + \ldots + b_{n-1} = a_n - a_1$. La suma de las primeras diferencias se reduce a la diferencia entre el último y el primer elemento de la sucesión. Las sucesiones formadas por diferencias se pueden sumar. Leibniz investiga, de la misma forma, para obtener la suma de cualquier sucesión siempre que sus diferencias vayan haciéndose cada vez más pequeñas[143]. En Leibniz esta última idea se traduce como aquella diferencia que por muy pequeña que se haga, siempre permanece[144]. La sucesión para la que trata de encontrar este resultado es dada por Huygens.

La sucesión $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \ldots$ es una serie que se caracteriza por tener como denominadores a los números triangulares. La expresión general por la que se obtienen los denominadores responde a $\frac{n(n+1)}{2}$. Cada término, sin embargo, se puede descomponer como la diferencia de dos sumandos. Por tanto, cabe determinar la relación $\frac{2}{n(n+1)} = \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1}$. La relación se descompone representando la suma de la sucesión como la diferencia de cada sumando descompuesto. Esta forma corresponde al

142. El predicado de *infinitud* adopta en Hegel un significado no trivial referente a la comprensión de algo intensionalmente.

143. La disminución de las diferencias es lo que Newton entiende por desvanecimiento de las magnitudes.

144. Este es un hueco siempre diferenciable de determinaciones.

modo a como la diferencia se expuso más arriba, es decir, $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\ldots+\frac{2}{n(n+1)}=2$. Si se toma la sucesión como una totalidad de infinitos sumandos, entonces se puede afirmar que su suma es el valor 2.

La idea de representar las sumas como diferencias la toma Leibniz del triángulo de Pascal. El triángulo aritmético de Pascal es aquél en que cada fila está formada por las diferencias sucesivas de la fila anterior. Así, si se suman los infinitos elementos de una fila, lo que se obtiene es el número superior. Con esta idea evita Leibniz el concepto de límite. En el triángulo armónico la suma de cualquier fila tiene como resultado el número inmediatamente anterior a la misma. Si se toma $\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{30}+\ldots=\frac{1}{2}$, el número superior es $\frac{1}{2}$. Esto significa que la serie de los infinitos términos tiene un valor finito. Esta es la intuición fundamental con la que los matemáticos modernos resuelven las aporías de Zenón. La suma y la diferencia son operadores inversos: las diferencias permiten hallar las sumas.

Hegel analiza los desarrollos en serie al tratar el desarrollo decimal de un número. Hegel entiende que el desarrollo decimal de un número viene correctamente expresado como una serie o secuencia de sumandos[145].

La fracción $2/7$ designa la proporción $2{:}7$. Esta proporción cumple las condiciones que definen la igualdad en las relaciones de magnitudes establecidas según el L. V de *Los Elementos* de Euclides. Las condiciones que definen la igualdad entre relaciones cuantitativas $a{:}b$ determinan su identidad (lo que Hegel define como *Fürsichsein*). Según esto, la ecuación $a{:}b=c{:}d$ obtiene el valor verdadero si para todos los números naturales n, m es válida la relación: $n\times am\times b$ siempre que $n\times cm\times d$. De lo contrario la relación de igualdad definida es falsa.

Para establecer la definición de Euclides se requiere que tanto a como b se encuentren en relación. Para que a y b se encuentren en una

145. "Der Bruch $2/7$ kann ausgedrückt werden als $0{,}285714\ldots, 1/(1-a)$ als $1+a+a^2+a^3$ usf. (...) Vergleichen wir die beiden Ausdrücke, so stellt der eine, die unendliche Reihe, ihn nicht mehr als Verhältnis, sondern nach der Seite dar, daß er ein Quantum ist...". WdL 5, p. 287.

proporción, y la expresión $a:b$ nombre una proporción, se tiene que suponer de forma general que a,b,c,d sean ya elementos (representantes) que pertenecen a una esfera cuantitativa que llamamos G.

Esta esfera cuantitativa G tiene que satisfacer una condición formal; a saber, estar ordenada arquimédicamente. La dimensión ordenada arquimédicamente define la adición y la multiplicación de números enteros $n \cdot g$ en un conjunto ordenado linealmente $g < g'$. El conjunto linealmente ordenado cumple el principio de Eudoxo o arquimediano: para cada par g,g' de los elementos de G existe un número natural n, tal que $n \times g$ es mayor g'. Esta es la expresión matemática para asegurar la finitud de cada magnitud[146].

Hegel se refiere a la aditividad y al orden cuando afirma que al concepto de cantidad pertenece el aumento y la disminución[147]. Hegel tiene en cuenta sobre todo magnitudes concretas tales como las longitudes. La dimensión cuantitativa que constituye el contexto de las magnitudes son los números naturales y las longitudes euclidianas. Las longitudes euclidianas son los objetos definidos por las clases de equivalencias para longitudes en las construcciones euclídeas; las formas de superficies, las áreas de superficies y volúmenes de las formas mencionadas. Dentro de la dimensión cuantitativa se encuentran las magnitudes y longitudes de líneas curvas y superficies, así como la medida arquimédica de la circunferencia que son el objeto del cálculo diferencial e integral.

Una serie decimal como $0{,}2857...$ sólo aproxima la proporción $2:7$. Esta aproximación $2/7$ no es lo que Hegel llama una *relación* (*Verhältnis*) sino una magnitud (*Quantum*) que se comprende como el número racional $2/7$ (representante). La serie infinita se determina unívocamente sólo como aproximación[148]. Si en la ecuación $2/7 = 0{,}2857...$ quitamos el término izquierdo, la serie deja de ser una serie infinita y pasa a ser una secuencia finita seguida por tres puntos. Esta ecuación no se puede leer como si

146. WdL 5, p. 283.

147. WdL 5, p. 259.

148. "Indem nun in der unendlichen Reihe, die den Bruch als Anzahl darstellen soll, die Seite, daß er Verhältnis ist, verschwindet, so verschwindet auch die Seite, nach welcher er... die Unendlichkeit an ihm hatte". WdL 5, p. 288.

únicamente el término derecho constituyese su objeto, siendo idéntico al izquierdo[149].

La expresión derecha de la ecuación es la que nombra la serie infinita. Si no supiésemos que la proporción $2/7$ está para ser desarrollada, entonces no entenderíamos el significado de los tres puntos en la expresión infinita del término derecho de la ecuación. Con la exigencia del desarrollo decimal de $2/7$ se incluye la ley que determina el procedimiento. De esta forma la serie adquiere una denominación unívoca de forma finita. Por el contrario, todo fragmento que forme parte del comienzo de una serie ininterrumpible se reduce simplemente a ser una parte. En cuanto parte permanece siempre incompleta. El comienzo de la secuencia es sólo un trozo que se diferencia de la serie completa y que no determina unívocamente ni la serie ni el valor límite de la misma.

El término *schlecht* empleado como predicado de la infinitud es sencillamente la característica negativa de una secuencia o serie *no-finita*[150]. Para la serie en cuestión, las expresiones $2/7$ o bien $1/1-a$ son expresión de la *verdadera infinitud* (*der wahrhaft unendliche Ausdruck*). Las inconmensurabilidades de los números racionales $(2/7)$, de los números irracionales (la raíz cuadrada del número 2), de los números algebraicos (entre los que se cuentan los números euclídeos para las relaciones cuantitativas de la geometría elemental) y de los números reales no-algebraicos (el número de la circunferencia tal como demostrara posteriormente Lindemann) muestran diversas formas cualitativas de nombrar con una expresión finita valores límite para series o secuencias de números racionales.

Hegel menciona explícitamente el problema de aproximar la longitud de la circunferencia o la superficie de la circunferencia con líneas rectas, rectángulos o superficies triangulares. En este caso extremo, el número a mismo no se puede nombrar de otra manera más que con la regla o la ley por la que obtenemos la secuencia o serie. En el caso de la cuadratura la cuestión sobre la convergencia o igualdad de series diferentes se contesta geométricamente. Todas las series de magnitudes determinadas por una

149. "In dieser unendlichen Reihe ist jene Ungenauigkeit wirklich vorhanden, von der am wahrhaften mathematischen Unendlichen nur der Schein vorkommt". WdL 5, p. 288.

150. "Weil das, was die Reihe ausdrücken soll, ein Sollen bleibt (...). Dagegen ist aber das, was der endliche Ausdruck oder die Summe solcher Reihe genannt wird, ohne Mangel, er erhält den Wert, den die Reihe nur sucht, vollständig". WdL 5, p. 289.

ley que convergen hacia el diámetro de la circunferencia son los representantes cuantitativos o aritméticos de la misma magnitud, esto es, de la circunferencia[151].

La diferencia entre un número o una magnitud real racional y una longitud o número real irracional no es una diferencia de tipo cuantitativo sino de naturaleza cualitativa (*qualitativer*). El número o longitud irracional es una verdadera ampliación del concepto de número. Las proporciones irracionales de magnitudes irracionales, tal como las longitudes, no pueden expresarse por medio de una proporción racional del tipo $n{:}m$. Los griegos calificaron este descubrimiento como una relación alógica (a-logos). De forma correspondiente define Hegel el número de la circunferencia con el predicado de irracional. La demostración definitiva de la verdad de este predicado se debe a Lindemann en la segunda mitad del s. XIX[152]. Para Hegel, sin embargo, basta con comprobar que no existe una cuadratura para la circunferencia en la geometría elemental. De aquí, deduce Hegel su irracionalidad.

Todo discurso sobre series de números racionales, longitudes que pueden ser construidas geométricamente, así como de sus límites o valores límite, es únicamente posible si disponemos de la regla que determina la serie. La moderna fundamentación del cálculo diferencial e integral concibe las posibles designaciones de series de Cauchy con números racionales como los representantes (de elementos) de los números reales.

Cauchy descubre la condición para determinar cuando una serie de números o magnitudes es convergente. La condición verifica cuando una serie de pares de términos cualquiera q_n, q_m se sitúan arbitrariamente cada vez más próximos uno al lado del otro siempre que se elija n,m suficientemente grandes. La identidad de los números reales definidos como límites tiene que definirse con anterioridad al concepto de igualdad o equivalencia de series de Cauchy. Esta última observación es lo que ponen de relieve los trabajos de Weierstraß y Dedekind[153].

151. "In der Archimedischen Kreismessung bedeutet das Unendliche nichts weiter, als daß das Gesetz der Fortbestimmung bekannt, aber der sogenannte endliche Ausdruck, d.i. der arithmetische, nicht gegeben ist, die Zurückführung des Bogens auf die gerade Linie nicht bewerkstelligt werden kann; diese Inkommensurabilität ist die qualitative Verschiedenheit derselben". WdL 5, p. 370.

152. Lindemann aporta la demostración de la trascendencia de este número.

153. Cauchy no tenía claros los criterios que definen la identidad de las series convergentes. Cauchy sigue empleando en sus trabajos el cálculo con *magnitudes infinitesimales*.

La existencia del objeto matemático depende para Euclides de la definición de las proporciones que nombran concretamente objetos abstractos y determinan las condiciones de verdad para las ecuaciones. Este procedimiento es un ejemplo concreto de lo que Hegel entiende bajo la categoría de *ser-para-sí*. El *ser-para-sí* son las relaciones concretas reales que puede tener un algo o alguien respecto de sí mismas. Todas las formas de expresión en las que se transmite una cierta relación respecto a sí mismo son ejemplos que manifiestan la forma de ser como *ser-para-sí*.

Las ecuaciones pertenecen a esta esfera del *Ser*, ya que articulan la identidad del concepto de un objeto. La igualdad es una relación metalógica a nivel de las expresiones. La igualdad (*Gleichheit*) es una relación cualitativa que define en las expresiones la relación entre las infinitas posibilidades de representaciones externas para los objetos generales y abstractos. Esta igualdad debe ser definida para constituir una identidad supraobjetiva interna para todo posible representante de los objetos externos y que además constituya a éstos como tales.

Un ejemplo de la identidad metalógica y supraobjetiva lo encontramos en las pseudoecuaciones de Euclides. La constitución de expresiones con valor equivalente para magnitudes entre los números naturales no depende de la mera medida entre dos segmentos de igual longitud en las construcciones elementales de la geometría plana. Las igualdades o equivalencias vienen representadas por construcciones descriptivas tales como, por ejemplo, dibujos geométricos. La unidad o el patrón de medida puede elegirse arbitrariamente en estos dibujos. Los dibujos reales son necesarios para mostrar que la descripción es realizable. Este punto de vista aparece ya en el diálogo platónico del *Menón*: el fundamento de la demostración consiste en mostrar que la demostración muestra[154].

Lo que Hegel entiende por *indiferencia de la cantidad* (*Gleichgültigkeit der Quantität*) se traduce por las relaciones de equivalencia entre magnitudes. Toda predicación o discurso sobre magnitudes, longitudes o números depende constitutivamente de las relaciones de equivalencia entre los representantes en la esfera del *Dasein*. Lo óntico, el *Dasein*, es aquello

154. "Seine Eigentümlichkeit, Qualität, ist die Äußerlichkeit, Gleichgültigkeit der Bestimmtheit; und es ist nur gesetzt, als in seiner Äußerlichkeit vielmehr es selbst zu sein, darin sich auf sich selbst zu beziehen, in einfacher Einheit mit sich, d.i. Qualitativ bestimmt zu sein.- Dies Qualitative ist noch näher bestimmt, nämlich als Fürsichsein; denn die Beziehung auf sich selbst, zu der es gekommen, ist aus der Vermittlung der Negation der Negation hervorgegangen. Das Quantum hat die Unendlichkeit, das Fürsichbestimmtsein nicht mehr außer ihm, sondern an ihm selbst". WdL 5, p. 278.

que se puede mostrar de forma concreta. Todo discurso sobre magnitudes *en-sí* (*an sich*), números o longitudes, está sujeto a determinadas afirmaciones elementales. Las predicaciones permitidas son aquellas que, por lo menos, no introducen una diferencia interna entre magnitudes idénticas. Esto significa que los números y las magnitudes no adoptan las propiedades de sus representantes, por lo que no son perceptibles en cuanto tales. La identidad del objeto abstracto cantidad viene constituido primeramente por el contexto completo de magnitudes.

Toda posible predicación sobre números presupone la identificación de esa infinitud de posibles representantes. Hegel define este presupuesto dentro del cálculo infinitesimal como la aproximación que tiene toda identidad a su espalda[155]. Toda referencia al número 7, o al número de la circunferencia, supone un saber sobre el modo de representar los números naturales por medio de cifras, conjuntos finitos o geométricamente, definir series infinitas o como los valores de una función. El *ser-para-sí* no significa simplemente lo que el objeto X pueda significar *an sich* sino lo que el objeto X significa realmente[156].

Para Hegel la realidad de los objetos concretos viene determinada por medio de su *ser-para-sí*. Estos objetos se manifiestan en la experiencia real sobre la base de valoraciones equivalentes introducidas por nosotros. Hegel quiere distanciarse, tanto de la ontología de las *magnitudes infinitesimales*, como de los conjuntos para los que no se define el *ser-para-sí* de los objetos particulares, sino únicamente su ser abstracto *en-sí*: esto es lo que Hegel llama técnicamente por *Anzahl*.

Las expresiones dx del cálculo infinitesimal se interpretan como si se trataran de variables. Las variables de los axiomas o fórmulas de la teoría de conjuntos se sustituyen por objetos que condicionan ciertas predicaciones verdaderas sobre estos objetos. Los objetos se postulan como existentes sin indicación de lo que Hegel entiende por *ser-para-sí*; esto es, la definición real de sus representantes. Hegel critica estas posiciones como fundamento de toda ontología y *pitagorismo metafísico*.

Hegel ataca en diversos textos de la *Lógica* a aquellos que afirman que la línea está constituida realmente por una diversidad infinita de puntos x, así como a los que afirman que una línea se compone de una diversidad infinita de trozos, pedazos, fragmentos o segmentos infinite-

155. "dx hat die Annäherung bereits im Rücken". WdL 5, p. 274.

156. Aquí conecta la matemática con las estipulaciones de una tradición histórica.

simales dx. Aquellos que defienden la segunda postura amplían su afirmación para extenderla a las superficies y a los volúmenes: una superficie se compone de una diversidad infinita de líneas infinitesimales y un volumen se compone de una diversidad infinita de superficies infinitesimales.

Hegel intenta, siguiendo en esto a Lagrange, aclarar los conceptos a partir del método estricto de la matemática griega. Hegel quiere aplicar y traducir las definiciones sobre proporciones en Eudoxo al cálculo diferencial e integral[157]. Toda predicación sobre *magnitudes infinitamente grandes o pequeñas* conduce, a entender de Hegel, a una contradicción evidente (*die Negation des Quantums, das einmal als Fortsetzung des Vergrößens, das anderemal des Teilens und Verkleinerns*). La determinación común de una magnitud infinita como magnitud (*über welche es...kein größer...gebe*)[158] y de las longitudes infinitesimales como indivisibles dx que son menores a cada una de las longitudes finitas, es para Hegel un ejemplo concreto de lo que debemos entender por expresión contradictoria[159]. Una magnitud infinita designada por una variable dx es una forma de determinar cualitativamente una magnitud (*Größebestimmheit in qualitativer Form*)[160].

Hegel entiende que dx es simplemente parte o aspecto (*momentum*) de una expresión. Esta expresión determina únicamente una magnitud como totalidad. La expresión dy/dx interpretada como fracción contraviene el principio por el cual se define una proporción. Por otro lado, la consideración de una sola parte de la expresión no determina magnitud alguna. Hegel entiende que el discurso matemático que introduce el cálculo infinitesimal tiene que abrir una alternativa para tener sentido y significado. Los cocientes diferenciales deben ser comprendidos de otra forma. Para Hegel la y debe comprenderse como función $y(x)$.

Las magnitudes infinitesimales dx y dy, así como las expresiones dy/dx con las que se opera en el cálculo diferencial e integral, no se limitan al significado que pudieran tener de acuerdo con los axiomas que nos

157. WdL 5, p. 305.

158. WdL 5, p. 283.

159. Lo contradictorio es la interpretación parcial o falsa comprensión al tomar de la *infinitud* por el lado de la cantidad. La infinitud no se realiza en Hegel cuantitativamente, más que en potencia. La verdadera infinitud tiene que ver en Hegel con la esfera del significado plenamente comprendido. "...das Unendlichgroße und Unendlichkleine... Bilder der Vorstellung sind, die bei näherer Betrachtung sich als nichtiger Nebel und Schatten zeigen". WdL 5, p. 276.

160. WdL 5, p. 285.

han transmitido los antiguos[161]. Hegel comenta críticamente que no basta con querer decir lo que con las expresiones del cálculo se pretende significar. Las magnitudes para las que se define generalmente una fracción o una proporción dy/dx tienen que ser finitas en un sentido bien determinado. El análisis de los conceptos no se reduce a lo que una expresión debe significar, esto supondría permanecer en una mera pretensión (*das bloße Sollen*).

El significado de una expresión viene fácticamente definido por el uso común (acción) y supuesto, esto es, según la finalidad y función que puede adoptar la expresión. Pero con esto, sólo conocemos lo que una expresión, término o proposición, puede significar. Toda forma de expresión está limitada por el significado que nosotros tenemos por el sólo hecho de querer decir algo con ella. Para Hegel no existe ningún intento de articulación sin un sentido *a priori*.

Hegel critica todas las demostraciones y proposiciones del cálculo diferencial e integral que contienen la representación de las *magnitudes infinitesimales* como si se tratara de magnitudes en sentido propio. Hegel no duda en ningún momento de la aplicabilidad del cálculo. Lo que Hegel pretende es definir correctamente el significado de las derivadas dy/dx o $y'(x)$. La crítica de Hegel no permanece en la dimensión puramente negativa, sino que busca eliminar la contradicción[162]. En matemáticas, Pappus es el primero que exige una síntesis de lo que primeramente se había tratado analíticamente. Descartes adopta este mismo procedimiento en los problemas matemáticos que aborda.

En Hegel el predicado *analítico* (*analytisch*) corresponde a todo uso y empleo común propio de toda comprensión inmediata. Esta comprensión inmediata se nos presenta en las proposiciones y términos transmitidos por el lenguaje. En este preciso sentido comprende Hegel las verdades de la aritmética como analíticas. La geometría analiza formas generales de articulación y orden en el espacio: un ejemplo de ello es el dibujo técnico-arquitectónico. Las verdades de la geometría no son términos arbitrarios ni las formas subjetivas de la conciencia inmediata. Sin embargo, tampoco

161. Ciertamente existe aquí una continuidad y discontinuidad de la problemática.

162. Hegel emplea el término *Aufhebung des Widerspruchs* en el sentido en que posteriormente Heidegger emplea la expresión *Verwinden*: Las diferentes comprensiones del problema no quedan simplemente eliminadas, sino que se busca la construcción de una nueva síntesis: una nueva propuesta que evite interpretar los diferenciales como magnitudes con carácter propio.

tratan de definiciones formales, axiomas o descripciones empírico-particulares. Por estas indicaciones, no comparte Hegel la interpretación de lo analítico en el sentido kantiano de proposiciones deducibles de reglas lógico-formales o de definiciones formales que en el caso de ser definiciones implícitas adquieren el nombre de axiomas.

Hegel considera que la diferenciación y la integración no son procedimientos algebraicos. Las *ecuaciones funcionales* (*Funktionsgleichungen*) de las que parten las operaciones del cálculo diferencial tienen, sin embargo, la forma de ecuaciones algebraicas. Hegel piensa que las operaciones del cálculo diferencial tienen como resultado algo muy diferente a ecuaciones algebraicas. Hegel entiende que la construcción de la derivada $f'(x)$ de una función dada $f(x)$ y la correspondiente operación inversa no consiste en el paso de una ecuación a otra. Desde esta perspectiva deduce Hegel que la diferenciación y la integración no son, en modo alguno, procedimientos puramente algebraicos.

2.4. *La extrapolación de los conceptos abstractos: análisis crítico de los conceptos empleados por la física matemática*

Hegel analiza las posibles aplicaciones que tienen sus reflexiones sobre la constitución real de números métricos. Esto siempre tiene lugar dentro de una actividad de medir. Hegel analiza ciertas extrapolaciones ficticias en el campo de la filosofía natural. Estos análisis se contienen sobre todo en el apartado correspondiente de su *Enzyklopädie* (§§ 267-270). Hegel critica una manipulación sin sentido con posibles números de medida. El sin sentido se produce en el momento en que olvidamos la base empírico-fenoménica presupuesta. La tesis fundamental de Hegel es que conceptos tales como *impulsos infinitesimales* de una fuerza gravitatoria o de una fuerza real de fuga *rectilínea inercial* son sólo *momentos* o aspectos (metateóricos) de una representación matemática completa de los procesos de movimiento susceptibles de experimentación. Hegel reconoce aquí la constitución de entidades puramente teóricas al mismo tiempo que la esencia de la ciencia moderna.

Lo singular de la ciencia moderna es el encuentro entre la técnica y la teoría. Se trata de una alianza sistemática entre la ambición de modelar el

mundo y el de comprenderlo. Para que dicho encuentro sea posible no basta con una relación de respeto hacia los hechos observables. El diálogo experimental con la naturaleza, que la ciencia moderna se descubre capaz de llevar a cabo sistemáticamente, no supone una observación pasiva, sino una práctica. Se trata de manipular, de poner en escena la realidad física hasta conferirle una proximidad máxima con respecto a una descripción teórica. Se trata de preparar el fenómeno estudiado, de purificarlo, de aislarlo hasta que se parezca a una situación ideal, físicamente irrealizable pero inteligible por excelencia ya que encarna la hipótesis teórica que guía la manipulación. La relación entre experiencia y teoría procede entonces del hecho de que la experimentación somete los procesos naturales a una interrogación que no tiene sentido más que con referencia a una hipótesis concerniente a los principios a los cuales estos procesos se ven sometidos, y a un conjunto de presupuestos concernientes a los comportamientos, que sería absurdo atribuir a la naturaleza.

La constitución de las entidades teóricas pertenece al contexto de nuestra representación de los movimientos reales. Así describimos los movimientos por una función espacio-tiempo (trayectorias) $s = f(t)$. Esta función representa los movimientos como magnitudes derivadas. Por un lado tenemos la derivada $f(x) = 2cx$ de la función de las trayectorias $s(t) = ct^2$. Esta es la ecuación de la caída libre de los graves. Esta ecuación nos muestra una velocidad constante uniformemente acelerada.

A partir de la derivada de la ecuación podemos volver a obtener la ecuación primitiva mediante integración $\int_0^t 2cx \cdot dx$. El éxito aplicativo que ha encontrado el cálculo infinitesimal nos ha llevado en múltiples ocasiones a interpretar la trayectoria completa $s(t)$ como la suma infinita de trayectorias. Cada una de las trayectorias resultaría de calcular el producto de la velocidad local constante $2cx$ con el intervalo temporal infinitesimal dx. La representación $f(x) = 2cx$ se interpreta como la determinación de una velocidad que depende del tiempo x transcurrido hasta entonces. El número $2c$ se convierte en la constante de una aceleración uniforme y, con ello, es efecto de una fuerza, a saber, de la gravitación. La dependencia de esta fuerza respecto a la distancia a la tierra no se tiene en principio en cuenta.

Según Hegel, el concepto de aceleración no es más que la derivada $f'(t)$ de una función trayectoria $s = f(t)$. En la naturaleza no existe la velocidad uniforme. La velocidad uniforme existe tan sólo en los procesos de movimiento mecánico reproducidos por *nosotros* (los hombres o el espíritu de la humanidad) con relojes igualmente fabricados por el género humano. Un análisis de cada una de las velocidades que nosotros consideramos en general constantes $s/t = c$ se reduce a estas velocidades formales (*formellen*)[163]. Para Hegel, este tipo de relaciones de velocidad no existen sin más en la realidad. Este tipo de relaciones son determinaciones de la reflexión abstractiva. Este tipo de relaciones de velocidad existen sólo como ideas. Se trata en su mayor parte de una norma o ley deseable[164].

Hegel habla de *falsa infinitud* de igual manera que habla de una *falsa velocidad o simple*. Esta velocidad produce la apariencia de que este tipo de relaciones de movimiento simple tienen lugar en la realidad: lo falso aquí es atribuir el concepto de infinito al mundo natural. Más bien, este tipo de relaciones, tal y como se nos presentan de manera inmediata, tienen que ser producidas por nuestros relojes e instrumentos de medida temporal. Las relaciones de paso de estos instrumentos vienen dadas por una idea normativa (forma). Las relaciones de paso tienen que adecuarse de tal manera que los números temporales indicados t o t' se puedan expresar mutuamente en una transformación lineal constante $t' = q + pt$ [165]. El coeficiente q tiene en cuenta el tiempo de arranque. Este instante puede ser elegido arbitrariamente. El coeficiente p es la unidad de ritmo o tiempo que puede ser igualmente elegido de forma arbitraria (El significado de una división uniforme de la unidad de ritmo temporal no viene aquí aclarado).

Si suponemos la existencia de números de medida para tiempos horarios t, podemos intentar medir las velocidades medias invariantes, por ello reproducibles o que se repiten, de un movimiento genérico B, al

163. WdL 5, p. 405.

164. WdL 5, p. 409.

165. "...das einfache direkte Verhältnis (de velocidades relativamente constantes $s{:}t = a$) drückt nur ein mechanisches Verhalten der Zeit und des Raums aus, die formelle, äußerliche hervorgebrachte und determinierte Geschwindigkeit". WdL 5, p. 411. "das direkte Verhältnis käme dem Raum und der Zeit als gegeneinander gleichgültig Qualitäten zu". WdL 5, p. 356.

mismo tiempo que lo representamos funcionalmente: $s_B(t):t = f_B(t)$, esto es, como relación de la trayectoria recorrida en el tiempo transcurrido. La función s_B es una medición de longitudes desde el punto de vista de la observación; es decir, de las trayectorias recorridas mediante B. Las trayectorias son comparables directamente con el instrumento de medida (reloj), de tal modo que obtenemos una dependencia definida proporcionalmente y bajo control empírico: $f_B(t) = s:t$, que es la velocidad media del movimiento B desde el comienzo de la observación tomada en $t = 0$. Para ello, normalizamos cada tiempo de inicio del movimiento observado B con $t = 0$, midiendo tanto a t como a $s_B(t)$ con longitudes. Al mismo tiempo, identificamos los números reales con las longitudes. Por ello, podemos representar $s_B(t)$ en un eje de coordenadas como una función de los reales sobre los reales o aplicación ($R \to R$).

La medición misma consiste siempre en una comparación real de los procesos de movimiento B_0 y B. Estos procesos transcurren generalmente de forma no uniforme sin la intervención externa. Así comparamos el desplazamiento en las trayectorias de las manecillas de un reloj con las longitudes de las trayectorias $s_B(t)$ de un movimiento B sometido a nuestra observación.

La función f_b definida como puramente cuantitativa a priori de números reales en reales (longitudes y proporciones) representa la relación observada f_b como una aproximación más o menos buena. Las unidades métricas se suponen conocidas. La relación funcional f_b es un polinomio en t. La definición de la velocidad media local de B en t viene definida mediante la primera derivada $f_b'(t)$. La derivada es la parte lineal, el límite local, al mismo tiempo que una aproximación local de la velocidad en la proximidad de t.

La segunda derivada $f_b''(t) = g(t)$ nos da una medida útil para las variaciones locales de las velocidades medias locales y con ello, una definición completa de la aceleración en t. La aceleración como valor de medida de una variación local de una velocidad uniforme viene definida como derivada segunda $f_b''(t)$ de la función f_b. A través de la derivada segunda podemos aproximar teóricamente las dependencias $f_b(t) = s_B(t):t$ del movimiento genérico B.

En el caso del movimiento típico B de caída de un cuerpo sobre la tierra existe un número constante b relativo a nuestros instrumentos de medida (relojes). De esta forma los recorridos de estos movimientos $f_b(t) = bt^2$ pueden ser aproximaciones más o menos buenas[166].

Para Hegel muchas de las demostraciones de Newton en filosofía natural se reducen a extrapolaciones ilegítimas. Por ejemplo, para Newton domina en la naturaleza la ley de la caída libre uniformemente acelerada. La demostración de esto consiste en una identificación de entidades matemáticas con fuerzas físicas[167].

Sin embargo, Hegel subraya que estas entidades teóricas son sólo determinaciones sin verificación empírica. La función f_b no es una explicación, sino una descripción del movimiento B observado. La función constante $g(t) = 2b$ es sólo un momento derivado de f_b, pero no una fuerza actuante de gravitación por la que se explican las funciones $f_b'(t)$ y $f_b(t)$.

Se trata de una tautología interna a la matemática considerar las velocidades medias $f_b'(t)$ como representación de sumas e integrales de los impulsos o aceleraciones. Lo mismo tenemos sí interpretamos las trayectorias recorridas $f_b(t)$ como sumas de segmentos de trayectoria. Esta integración demuestra que en el movimiento uniformemente acelerado la velocidad es proporcional a los tiempos[168].

La cosificación de ciertas fuerzas como causas o pseudocausas de una realidad fenoménica que puede ser objeto de experiencia es para Hegel un espejismo lógico. Junto con esta apariencia está asociada la secularización de un *dios creador* tomado bajo la forma de un mecanismo natural absoluto. La reflexión hegeliana sobre las determinaciones inmediatas de medida es fundamento general básico de su crítica a estas representaciones metafísicas. Hegel recuerda sencillamente que los números métricos y las

166. "Hier ist mit Recht keine Rede davon, einen Beweis von $s = bt^2$ aufstellen zu wollen, sondern das Verhältnis wird als in der Natur sich findend aufgenommen". Enz 9, § 267.

167. "Bestehe in der Verwandlung der Momente der mathematischen Formel in physikalische Kräfte, eine Beschleunigende Kraft, welche in jedem Zeitmoment einen (denselben) Impuls mache, und in eine Kraft der Trägheit, welche die in jedem Zeitmomente erlangte (größere) Geschwindigkeit fortsezte". Enz 9, § 267.

168. "In gleichförmig beschleunigter Bewegung die Geschwindigkeit den Zeiten proportional sei". Enz 9, § 267.

funciones numéricas deben ser comprendidas de una forma concreta; es decir, como la representación de una realidad experimentable o susceptible de ser interpretada como realidad.

Las fuerzas actuantes se exponen como momentos de una representación matemática genérica de sus así llamados efectos. Estos efectos son objeto de experiencia en el transcurso del movimiento de los cuerpos o de las cosas corpóreas. La cosificación de estas fuerzas tiene como consecuencia, según Hegel, una especie de *neopitagorismo* de una mecánica terráquea y celeste con sus fuerzas de inercia y gravitación. Para Hegel el *neopitagorismo* es aquella doctrina que desconoce que todas estas entidades son disposiciones conceptuales libres introducidas por nosotros con objeto de dar una descripción genérica. Junto con esta descripción nos disponemos a predecir una cierta clase de fenómenos naturales[169].

La *Lógica* establece los límites significativos de todas las expresiones metafóricas empleadas por la mecánica. Gran cantidad de estas expresiones proceden de nuestras comparaciones con máquinas dispuestas por nosotros. Todo discurso sobre fuerzas vitales mundanas tiene también un límite determinado. Todas estas metáforas las empleamos cuando movemos los cuerpos. Las fuerzas centrípeta y centrífuga son las líneas que nosotros debemos trazar para una determinación matemática y que posteriormente se transforman en realidades físicas[170].

Toda fuerza actuante se da como objeto métrico en el comportamiento del movimiento observado en el cuerpo. Este comportamiento viene representado matemáticamente por funciones de potencia; es decir, por polinomios. Los argumentos de estas funciones son los tiempos. Los tiempos son o pueden ser, como tales, longitudes de trayectorias de un movimiento comparado. Así, por ejemplo, comparamos las longitudes con el movimiento de la aguja de un cronómetro. Sus valores son las longitudes de las trayectorias en el movimiento que se ha de medir. Un ejemplo de ello son las longitudes de coordenadas respecto a un sistema de coordenadas establecido.

Las fuerzas están definidas como aceleraciones de dirección locales relativas a velocidades uniformes presuntamente locales. Las velocidades están relativamente definidas respecto a los movimientos de los relojes; a

169. Hegel habla en varias ocasiones de una metafísica de fuerzas substantivadas (cosificadas) y de un juego numérico pitagórico en las explicaciones de la mecánica.

170. “...die Limien, die für die mathematische Bestimmung getzogen werden müssen, in physische Wirklichkeiten verwandelt”. Enz 9, § 270.

saber, por la operación matemática de las segundas derivadas de la dirección del movimiento descrito y observado. Por ello las fuerzas no pueden explicar los movimientos. Por lo menos no los pueden explicar en un sentido mecanicista o materialista. Hegel habla de causalidad en un sentido *eidético-tautológico*. Estas fuerzas solamente pueden ser descritas genéricamente.

Todo nuestros discursos sobre fuerzas se reducen a una metáfora. La metáfora está tomada de las comparaciones arquetípicas procedentes de la vida cotidiana. Por ejemplo, comparamos la aplicación de una fuerza; esto es, el choque ejercido en una bola de billar para acelerarla con las derivadas segundas de una función de movimiento. El sentido de esta comparación metafórica es hacer intuitivamente verosímil la definición matemática[171].

Hegel se plantea bajo la rúbrica de *mecánica absoluta* (*absoluten Mechanik*)[172] la cuestión de qué es lo que miden nuestros números de tiempo t. El tiempo es la forma métrica de movimientos relativos[173]. La cuestión fundamental es cómo debemos interpretar los números temporales (cuantos cronométricos) en las fórmulas del movimiento empleadas por los físicos. No podemos saber *a priori* qué tipo o elección de cronómetros nos conducirá a una buena medición de los movimientos. De forma semejante, antes de Copérnico y Kepler tampoco conocíamos la elección del sistema de coordenadas que nos llevaría a una buena representación de las trayectorias de los planetas. Lo que podemos controlar inmanentemente es la igualdad o equivalencia de las relaciones de marcha en nuestros relojes: la identidad establecida de acuerdo con la fórmula del movimiento o velocidad uniforme $t' = q + pt$ nos conduce a una medición del tiempo que prácticamente es más o menos independiente del lugar de la medición y del transporte (desplazamiento) de los aparatos de medida.

171. De la misma forma hablamos de *magnitudes infinitesimales* con una finalidad nemotécnica. Sin embargo, Hegel descarta esta forma de hablar a la hora de fundamentar lógicamente el cálculo diferencial e integral. En general, Newton toma sus conceptos del mundo de la vida, por ejemplo su concepto de tiempo en el cálculo de fluxiones, para dotarles posteriormente de un revestimiento matemático. "daß das Newtonsche Gesetz von der sogenannten Kraft durch Schwere... nur aus der Erfahrung durch Induktion aufgezeigt ist.". Enz 9, § 270.

172. Enz 9, § 269.

173. Ya en los *Jenaer Systementwürfen* GW 7, p. 209., declara Hegel que el tiempo es un cuanto abstracto e indeterminado.

La pregunta sobre una medida absoluta del tiempo permanece sin contestar. Siempre podemos imaginar otras clases de mecanismos, que siendo uniformes respectivamente (dentro de la clase), producen movimientos acelerados respecto de nuestros relojes. La clase adoptada de nuestros relojes es una disposición arbitraria. La pregunta sobre la medida del tiempo sigue abierta.

Los números temporales t los usamos como denominador o como argumento. Los segmentos espaciales los empleamos como valor o numerador siempre que describimos movimientos de la forma $s{:}t = f(t)$ o $s = g(t)$ [174]. Hegel afirma que el espacio es la *exterioridad* (*äußerliches*). El espacio es una totalidad real, y con ello una cantidad que puede ser medida o una magnitud (*Größe*). El tiempo es la idealidad introducida por nosotros como medida del movimiento. El tiempo se comporta aquí como el volumen respecto a su peso específico. En principio, esta medida del tiempo es dada por máquinas, relojes, oscilaciones pendulares al contarlas sucesivamente, u otros instrumentos que marcan cadencias o ritmos y que se pueden mantener en marcha de manera artificial.

Nuestras mediciones temporales, determinadas por las *no libres* (*unfreien*) disposiciones convencionales, introducen una apariencia fundamental. Esta apariencia se reduce a la consideración de una esfera de magnitudes continuas para nuestras mediciones de tiempo. Con este supuesto podemos producir precisiones de las cadencias o ritmos diferenciándolos más nítidamente, o bien, consideramos los movimientos de las agujas del reloj y dividimos las longitudes recorridas en partes geométricamente iguales[175].

174. "Wenn Geschwindigkeit überhaupt nur ein Verhältnis von Raum und Zeit einer Bewegung ist, so ist es gleichgültig, welches von beiden Momenten als die Anzahl oder als die Einheit betrachtet werden soll". Enz 9, § 267.

175. En todo este proceso es de fundamental importancia que las divisiones produzcan las mismas relaciones de marcha que teníamos antes. las longitudes correspondientes a una variable temporal t son producidas por una máquina E desde cualquier punto 0 arbitrariamente elegido, las longitudes de una variable t', por el contrario, son producidas por una máquina E' medida desde un punto temporal arbitrario t_0 sobre E. En todo caso, los números temporales deben satisfacer todavía la fórmula de transformación definida para ellos $t' = pt + t_0$. Todos los movimientos que satisfacen la propiedad $t' = pt + t_0$: estos movimientos definen la clase de los movimientos uniformes o no acelerados (no tenemos en cuenta los cambios de dirección). La fórmula $t' = pt + t_0$ junto con la inversa $t = (1/p)\cdot(t' - t_0)$ son las fórmulas de transformación para números temporales métricos reales y racionales.

Los movimientos de los relojes no nos los encontramos sin más en la naturaleza. La determinación de la clase de estos movimientos mecánicos o *no libres* (*unfreien*), tal como Hegel los llama, es un producto cultural[176], a diferencia de la caída libre de un cuerpo sobre la tierra. Al movimiento de caída lo llama Hegel *libre condicionado* (*bedingt frei*). La descripción del movimiento de caída de los graves depende de ciertas condiciones iniciales. Estas condiciones pueden ser establecidas de diversas formas artificialmente. En este aspecto el movimiento de caída se diferencia del *movimiento absolutamente libre* representado por el movimiento de las trayectorias planetarias.

La *semi caída libre* de los cuerpos sobre la tierra satisface la ecuación de la caída de los graves $s(t) = ct^2$. En esta expresión la constante c se refiere a nuestros relojes con fundamento en un hecho experimental. De aquí resulta que c^2 es una velocidad natural. Esto hace simultáneamente que la medida del tiempo, mediante la que normalmente medimos la variable t, no sea totalmente convencional como se muestra en un principio. El invariante situacional que representa la ley de la caída de los graves nos deja definir la medida temporal correcta en la tierra a partir de s/c como la raíz cuadrada[177]. El contenido empírico de esta definición reside en que tratamos de una relación cuadrática cuando consideramos la relación entre nuestra medida temporal antigua y la medida de longitudes de la caída[178].

Hegel emplea el término *concepto* en el sentido siguiente: si queremos comprender lo que un cuerpo es, o lo que son espacio y tiempo, debemos conocer el contexto de todos nuestros predicados sobre objetos corpóreos incluyendo sus propiedades esenciales. Tenemos que relacionar de forma concreta nuestros cálculos formales (con números espacio temporales) con nuestras medidas reales de espacio y tiempo o con lo que es susceptible de ser un resultado posible a partir de estas mediciones.

176. "La ciencia experimental moderna nació en un determinado lugar y tiempo, después de muchos siglos de lenta pero continua preparación que incluyó diferentes factores, tales como habilidades matemáticas y tecnológicas. Sólo mencionaré, como un ejemplo de los factores instrumentales que se necesitaban, que fue difícil que la ciencia se desarrollara antes de que existieran los relojes modernos, porque las mediciones de tiempo desempeñan un papel central en cualquier rama de la ciencia experimental". ARTIGAS, M., *La mente del universo*, (Eunsa) 1999, p. 51.

177. "Als Wurzel ist die Zeit eine bloß empirische Größe". Enz 9, § 270.

178. "Das Gesetz des Falles ist gegen die abstrakte gleichförmige Geschwindigkeit des toten, von außen bestimmten Mechanismus ein freies Naturgesetz, d.h. das eine Seite in ihm hat, die sich aus dem Begriffe des Körpers bestimmt". Enz 9, § 267.

La diferencia entre espacio de cuerpos y espacio vacío de cuerpos pertenece a las propiedades esenciales de un cuerpo. Más concretamente, se trata del concepto de *movilidad* (*Beweglichkeit*) de los cuerpos unos respecto de los otros. La *repulsión* (*Repulsion*) no debe interpretarse directamente como una *fuerza* (*Kraft der Repulsion*) que determine la diferenciación entre los cuerpos unos de otros. Hegel, frente a Kant, interpreta la *repulsión* como parte constitutiva de nuestra articulación conceptual del mundo de la experiencia. La concreta identidad de un cuerpo o el concepto real del mismo presupone un contexto, una cierta continuidad, bajo la cual conocemos o sabemos las propiedades naturales del movimiento. Así, cuando decimos que el cuerpo es pesado o grave, sabemos que cae sobre la tierra cuando es alzado del suelo.

Hegel critica de los análisis de Kant el que éste no contara con la gravedad o gravitación a la hora de definir el concepto de un cuerpo. Kant habla de una fuerza diametralmente opuesta de *atracción* y *repulsión* (*Attraktions und Repulsionskräften*). Hegel considera una clara equivocación hacer responsable a estas fuerzas en la articulación del mundo de las cosas corpóreas como posibilidad fundamental.

El concepto de fuerza se refiere a las representaciones de determinados movimientos genéricos. La representación vectorial del concepto de fuerza conduce a una distinción entre los conceptos de fuerza centrífuga y fuerza centrípeta o gravitacional. Esta división viene condicionada por la dirección potencial de los movimientos de acuerdo con la ley de fuerzas del paralelogramo. La elección de este tipo de sistemas de representación reside en su adecuación a aquello que puede ser objeto de experiencia. La forma de la representación no es deducible puramente *a priori*, tal como Kant parece dar a entender.

La gravedad de los cuerpos es parte del concepto mismo de cuerpo. De esta manera hemos puesto en marcha la validez *a posteriori* de nuestra completa representación. La representación está supeditada a cada concreta adecuación de las posibilidades que condicionan las representaciones invariantes de nuestras experiencias. El hecho de que los cuerpos sean extensos y pesados, la imposibilidad de que desaparezca la densidad y la masa, es un presupuesto relativo a todos nuestros discursos elaborados sobre cuerpos físicos y sus relaciones espacio temporales de movimiento. Esto es algo característico tanto de una cinemática formal como absoluta. Sobre este marco se apoyan todas las teorías especiales de la dinámica física. Sobre la teoría de la dinámica se apoya posteriormente toda

explicación causal mediante fuerzas que actúan mecánicamente en cada uno de los movimientos particulares y concretos.

La ley de la caída de los graves concreta y precisa el concepto real de cuerpo sobre la tierra. Carece por completo de sentido el definir la identidad de los cuerpos tan sólo mediante la impenetrabilidad táctil. Kant hablaba a este respecto del sentido del sentimiento (*Sinn des Gefühls*)[179]. Hegel se inclina por una justificación crítica frente a los conceptos kantianos expuestos en la obra *Metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft*. Hegel critica sobre todo la oscura explicación de la fuerza gravitatoria a partir de una supuesta fuerza de atracción, y la fuerza centrífuga a partir de una supuesta fuerza de repulsión. El procedimiento constructivo trascendental kantiano es igualmente criticado por Hegel desde esta perspectiva[180].

El procedimiento de Hegel es una reconstrucción lógico analítica de los presupuestos que se encuentran elaborados en nuestros discursos sobre la esfera completa del mundo corpóreo como forma particular de diferenciación en el mundo de la experiencia. Hegel entiende que Kant no está considerando el movimiento como algo interno a la materia[181]. En lugar de ello, Kant adopta la materia como una realidad inerte y sin movimiento. El movimiento procede únicamente de un choque o presión mecánicos[182].

Hegel distingue entre el movimiento sometido a nuestras fuerzas y que es consecuencia de nuestra intervención, de aquel que no requiere intervención por nuestra parte. Estos últimos son designados por Hegel como *absolutos y libres*. En este contexto particular, Hegel emplea el término *absoluto* como título bajo el que traduce en concepto una realidad objetiva a la que desea someter a análisis. Lo *absoluto* es el concepto de una realidad objetiva que no viene influida por nosotros.

179. "Kant hat bekanntlich die Materie aus der Repulsiv-und Attraktionskraft konstruiert... Eine solche Existenz wie die sinnliche Materie ist zwar nicht ein Gegenstand der Logik, ebensowenig als der Raum und Raumbestimmungen. Aber...liegen die hier betrachteten reinen formalen Bestimmungen vom Eins und Vielen..., die ich Repulsion und Attraktion, weil diese Namen am nächsten liegen, genannt habe, zugrunde". WdL 5, p. 200.

180. "Kants Verfahren... verdient... diesen Namen...nicht, ist nämlich im Grunde analytisch. Er setzt voraus und fragt nun, welche Kräfte dazu gehören, um ihre vorausgesetzten Bestimmungen zu erhalten". WdL 5, p. 200.

181. "Denkt nicht daran, sie [die Bewegung] als etwas Innerliches... in der Materie zu begreifen". WdL 5, p. 204.

182. "Die gemeine Mechanik, nicht die inmanente und freie Bewegung vor sich". WdL 5, p. 204.

Hegel procede en su análisis analizando la relación entre el concepto de cuerpo y la ley de caída de los graves[183]. Hegel quiere explicitar hasta qué punto, lo expresado con $s = ct^2$, no es algo convencional e intrínseco a nuestra forma de medir el tiempo. Trata de ver como esta expresión es algo adecuado a lo que ocurre en el comportamiento libre de los cuerpos. La simplicidad de la ley $s = ct^2$, con el factor c relativamente constante, aporta una buena aproximación para reproducir la relación observable entre longitudes y tiempo de forma invariante. El hecho mismo de que nuestra medición temporal nos permita obtener una adecuada aproximación para describir esta relación invariante entre longitudes espaciales y tiempo es todo menos evidente.

Para Hegel se trata, más bien, de un milagro histórico, y por ello mismo, cultural. No se trata tanto de que la naturaleza obedezca nuestras leyes, como de que nuestra medida temporal nos conduzca a un resultado semejante. El milagro se resuelve desde otro nivel del saber: desde la perspectiva newtoniana que aporta el trasfondo contextual de la caída de los graves y el movimiento planetario[184].

Consideramos ahora los movimientos relativos de dos cuerpos, marcando sus posiciones sobre B y B*. B representa el recorrido de un indicador horario (manecillas de un reloj) con el que es medido y comparado el recorrido de segmentos B*. Se comparan simultáneamente las posiciones. Vamos a representar los recorridos horarios sobre una recta unmérica temporal proyectada, la abscisa, mientras que, al mismo tiempo, las longitudes de segmentos recorridos por B* determinan los valores de la ordenada que representan la función $f(t)$ del movimiento B*. Con este procedimiento obtenemos la imagen conocida de una función en dos dimensiones, es decir, tal como Hegel menciona bajo el término *cuadrado* (*im Quadrat*). Este término no sólo se refiere al fenómeno concreto de la ley de la caída de los graves. Hegel afirma que la *magnitud* aumenta. Sin embargo, este aumento no es de una determinación cualquiera, sino hacia su propia determinación[185].

183. "Ist aber einfach darin liegend anzusehen, daß weil hier der Begriff zum Bestimmen kommt, die Begriffsbestimmungen der Zeit und des Raums gegeneinander frei werden, d.i. ihre Grössenbestimmungen sich nach denselben verhalten". Enz 9, § 267.

184. "Der Raum... ist das Auseinandersein... der Zeit; denn die Geschwindigkeit dieser freien Bewegung ist dies, daß Zeit und Raum nicht äußerlich, nicht zufällig gegeneinander sind, sondern beider eine Bestimmung ist; und die als Form der Zeit, der Einheit, entgegengesetzte Form des Auseinander des Raums... ist das Quadrat". Enz 9, § 267.

185. "Aber nach keiner anderen als ihrer eigenen Bestimmtheit". Enz 9, § 267.

En las variaciones y cambios de magnitudes en relación con el tiempo, los números representan longitudes sobre la ordenada. Estos números pueden representar igualmente volúmenes, ángulos, magnitudes de superficies..., en definitiva, pueden representar cualquier proporción de magnitudes. En dependencia con el tiempo, se representan todo tipo de cambios y variaciones cuantitativos.

Hegel habla explícitamente sobre la posibilidad de exigir *a priori* una dependencia funcional cualitativa representada por un polinomio o una serie de potencia. Esta sería la demostración de la ley de caída de los graves deducida del concepto de la cosa[186]. En el caso de la caída libre se trata de un hecho meramente empírico referido a una medida inmediata temporal a través de relojes[187]. Hegel reflexiona sobre una búsqueda de medidas, de lo absoluto, en cuanto separado de una circunstancia accidental, tal como puede ser el arte de construir relojes, sobre la base de una idealización de las constantes experimentales de la naturaleza[188].

Hegel considera que ha sido mérito de Kepler y Galileo el haber mostrado que las representaciones funcionales, las leyes *a priori* por ellos encontradas, se corresponden con la extensión de los individuos de la representación sensible. Sin embargo, comenta Hegel, debemos exigir un procedimiento demostrativo más elevado para estas leyes[189]. Hegel se queja, más bien, de no encontrar estas demostraciones en la obra de Newton *Principios matemáticos de filosofía natural* (*mathematischen Prinzipien der Naturphilosophie*). En lugar de esto, nos encontramos que Newton sólo ofrece la mera apariencia de demostración fundada en un viciado empleo de lo infinitesimal[190].

Las demostraciones puramente matemáticas; esto es, sin referencia a nuestra actividad real de medición e independiente de los resultados que

186. “Dies ist der Beweis des Gesetzes des Falls aus dem Begriff der Sache. Das Potenz-Verhältnis ist wesentlich ein qualitatives Verhältnis und ist allein das Verhältnis, das dem Begriffe angehört”. Enz 9, § 267.

187. “Die Zeit nur abstrakte Einheit als die unmittelbare Zahl bleibt, so wie die Größenbestimmung des Raums nur zur zweiten Dimension gelangt”. Enz 9, § 267.

188. “In Rücksicht auf die absoluten Maßverhältnisse darf wohl daran erinnert werden, daß die Mathematik der Natur, wenn sie des Namens einer Wissenschaft würdig sein will, wesentlich die Wissenschaft der Maße sein müsse,-eine Wissenschaft, für die empirisch wohl viel,... philosophisch noch wenig getan ist”. WdL 5, p. 407.

189. “Höheres Beweisen dieser Gesetze gefordert werden, nämlich... daß ihre Quantitätsbestimmungen aus den Qualitäten... (wie Zeit und Raum) erkannt werde”. WdL 5, p. 407.

190. “Mathematischer Beweise von Naturverhältnissen, der sich auf den Mißbrauch des Unendlichkleinen”. Enz 9, § 267.

exigen las representaciones intersubjetivas, carecen de sentido[191]. Las demostraciones matemáticas sólo pueden exhibir verdades analíticas. Las verdades analíticas se siguen siempre de nuestras imposiciones para sistemas esquemáticos de cálculo. Por otro lado, Hegel exige una teoría que permita hacer desaparecer las magnitudes o cuantos empíricos[192]. La ley de la caída de los graves $s = ct^2$, relacionada formalmente con la ley de Kepler, es suficiente para transformar la expresión de Kepler $s^3 = at^2$ en $s/t^2 = a/s^2$ [193].

El objetivo de Hegel consiste en mostrar lo siguiente: la unidad de tiempo absoluto es la vuelta de un planeta a un punto determinado, tal como sería uno próximo al sol. Cualquiera de las divisiones uniformes (proporcionales) de la unidad de tiempo, puede definirse, de acuerdo con la segunda ley de Kepler, mediante cualquiera de las divisiones uniformes (proporcionales) en sectores de superficies de la elipse. El contenido empírico de esta definición o ley es el siguiente: la medida temporal absoluta definida es aproximadamente idéntica con la usada por nuestros relojes ordinarios. La medida absoluta definida con los sectores de las superficies es, más o menos precisamente, una medida de relojes. Para esta medida tenemos una transformación lineal de coordenadas.

Una división uniforme de las trayectorias de movimiento proporcionaría una medida absoluta de longitudes. Con respecto a ésta, obtenemos las distancias del sol como proporciones abstractas. Estas proporciones se pueden relacionar con la medición de nuestras longitudes ópticas.

La traducción de la medida espacio-temporal definida respecto a un planeta P a otros, tiene lugar mediante la tercera ley de Kepler $s^3{:}t^2 = c$. En esta expresión, t mide el tiempo transcurrido de otro planeta P* en P, y s la distancia media entre P* y el sol. Una vez conocida la constante c, las transformaciones de coordenadas de una unidad en la otra es una cuestión técnica de cálculo. Las transformaciones definen las relaciones de equivalencia por las que se definen simultáneamente el tiempo y las longitudes

191. “Beweise eigentlich, d.h. weder aus der Empirie noch aus dem Begriffe zu führen, ist ein widersinniges Unternehmen”. Enz 9, § 267.

192. “Die empirischen Quanta verschwinden zu machen und sie in eine allgemeine Form von Quantitätsbestimmungen zu erheben, so daß die Momente eines Gesetzes oder Maßes werden”. Enz 9, § 267.

193. “Die Wurzel als empirisches Quantum und in artihmetischer Progression fortgehend, die andere Seite aber spezifiziert zu nehmen ist,... die höhere, dem Begriffe entsprechende Realisation der Qualifikation des Quantitativen diese, daß beide Seiten in höhern Potenzbestimmungen (wie in $s^3 = at^2$ der Fall ist) sich verhalten”. Enz 9, § 267.

de los segmentos: relaciones relativamente constantes en su totalidad en los recorridos del movimiento de los planetas.

Estos análisis son más importantes para comprender lo que significa una medición absoluta del tiempo que para una medición de longitudes. Los movimientos cíclicos del sistema solar definen la medida absoluta de nuestro cálculo temporal. Con ello, se manifiesta su relatividad, aunque adecuada a un movimiento libre, al del mundo tal como se manifiesta.

De esta forma, y tal como se expresa Hegel, el espacio y el tiempo se convierten en un *momento* de totalidad desarrollada de la descripción tanto de las trayectorias planetarias como de la caída libre de los graves. El tiempo absoluto como forma de la medición temporal adquiere sentido en su referencia a nuestro sistema solar. Ahora bien, esto es algo buscado. Hegel muestra que nuestro concepto de los movimientos de los relojes o de las velocidades (dirección) constantes se refiere al sistema solar real. El método de Hegel es una derivación, no deductiva, del concepto de movimiento inercial en su referencia al sistema solar.

En la *Enzyklopädie*, Hegel se cuestiona sobre la conveniencia de representar las trayectorias de los movimientos libres planetarios como circunferencias mediante intervenciones adecuadas en la definición de longitudes de medida espacio-tiempo. Hegel intenta fundamentar *a priori* la razón por la cual sólo la elipse es una respuesta adecuada en nuestras descripciones matemáticas del sistema solar. Es ciertamente improbable que surjan aceleraciones en un movimiento circular respecto a nuestra medición temporal. Sin embargo, tenemos que aceptar las aceleraciones si queremos dar cuenta de los fenómenos. Además, la hipótesis de las trayectorias circulares no es adecuada por motivos empíricos[194].

Nuestra elección o construcción de relojes depende del movimiento planetario, o de lo que hemos llamado tiempo objetivo. Esto explica, junto con las consideraciones formales, que las leyes de los movimientos de los

194. "In der freien Bewegung aber, wo räumliche und zeitliche Bestimmung in Verschiedenheit, in ein qualitatives Verhältnis zueinander treten, tritt notwendig dies Verhältnis an dem räumlichen selbst als eine Differenz desselben hervor, welche hiemit zwei Bestimmungen erfordert. Dadurch wird die Gestalt des in sich zurückkehrenden Bogens wesentlich eine Ellipse". Enz 9, § 270. Ni Kepler ni Copérnico podían predecir la forma de la elipse como forma correcta en la representación de los movimientos planetarios. No habrían podido tan siquiera exigirlo, aún cuando esté a nuestra disposición la elección sobre los medios conceptuales de representación. La teoría debe adecuarse a los fenómenos: se incluye la postura de Copérnico según la cual los planetas se mueven en trayectorias circulares, por las más tardías observaciones empíricas de Tycho Brahe, tenidas en cuenta por Kepler.

planetas y la ley de caída de los graves adopten una forma relativamente sencilla respecto a nuestra medición temporal. Lo que nos podemos imaginar de forma natural es que nuestros relojes marquen siempre los mismos tiempos entre sí, mientras que respecto a los movimientos libres de la naturaleza, de forma sorprendente, unas veces marchan más rápidos y otras más lentos.

El pensamiento de Hegel no es una metafísica de tipo *a priori*, subjetivo idealista o antropocéntrico constructivista. Nuestra medición temporal, así como otras disposiciones normativas introducidas por nosotros, tienen que estar previamente adecuadas a las experiencias naturales y a nuestras necesidades formales. Una necesidad formal básica es la capacidad de articular resultados genéricos y reproducir de forma invariante los mecanismos típicos[195].

La *astucia de la razón* (*die List der Vernunft*) reside en la convicción de que existen representaciones matemáticas sencillas para las formas comunes del movimiento en la materia. Esta convicción se traduce en un objetivo concreto: lo que queremos tener son representaciones de funciones polinómicas de los movimientos[196]. Con frecuencia descubrimos

195. Si queremos elevar la ley de Kepler a medida absoluta del tiempo dentro de una reconstrucción normativa, entonces tenemos que esta medida es independiente de la casualidad que introduce la elección de una clase de cronómetros por los constructores humanos de relojes. En este sentido, la unidad de esta medida se convierte en una constante de la naturaleza. Esta unidad puede ser incluso aceptada como independiente del sistema solar. Se tendría tan sólo en cada caso la constante a de los movimientos elípticos en torno a un punto central, que en cada sistema habría que determinar funcionalmente. “Dergleichen Grundverhältnisse beruhen auf der Natur der im Verhältnis stehenden Qualitäten des Raums und der Zeit, und auf der Art der Beziehung, in welcher sie stehen, entweder als mechanische Bewegung, d.i. als unfreie... oder als Fall, d.i. bedingt-freie, oder als absolutfreie himmlische Bewegung”. WdL 5, p. 406. Por tanto, las relaciones fundamentales de medida dependen de la naturaleza de la relación en que se encuentren las dos determinaciones cualitativas de espacio y tiempo; o bien, clase de los movimientos no libres, determinada por la clase de posibles cronómetros o por la derivación matemática de la ley de los graves para el movimiento abstractamente definido por la ausencia de aceleración; o bien, clase determinada por los movimientos libremente condicionados, tales como los movimientos planetarios alrededor del sol y para otros centros celestes.

196. Hegel defiende a Kepler frente a Laplace, por considerar éste que Kepler todavía está confundido por representaciones imaginarias. “...die Anordnung des Sonnensystems nach den Gesetzen der musikalischen Harmonie zu fassen...als Verirrung einer träumerischen Einbildungskraft”. Enz 9, § 280. Hegel no defiende a Kepler por defender una metafísica pitagórica o platónica. Galileo y Kepler continuan los trabajos de los pitagóricos, Eudoxo, Platon, Erathostenes y Arquímedes en cuanto se sitúan en la tradición de un programa de ciencia natural matematizada. Sin embargo, para Hegel todos ellos siguen, sin saberlo, el camino correcto. Hegel ve en Kepler la búsqueda sintética de proporciones lo más simple posibles. La convicción en la que se apoya la conocida expresión de Galileo del libro escrito en caracteres matemáticos adquiere el siguiente significado: en el caso del análisis de un problema de construcción geométrica, tenemos un esbozo

contextos profundos entre aspectos nuevos y antiguos en el libro de la naturaleza. Tenemos aspectos empíricos, lógicos, histórico culturales en la forma y papel de nuestras mediciones temporales[197].

Hegel llama imperiosamente la atención sobre un asunto fundamental; a saber, toda medición temporal está intrínsecamente ligada, ella misma, a la elección de una clase bien especificada de movimientos. Esta clase absolutamente determinada de movimientos no es en absoluto conceptualmente independiente de las medidas espaciales[198].

Hegel aclara que los conceptos cuantitativos de espacio y tiempo son inseparables[199]. En los pasajes de *Enz* § 270 declara Hegel explícitamente

en el que hacemos tal como si se diera la solución, tal y como si sólo bastara el hallarla. Lo que realmente hemos supuesto con ello es tan sólo el saber sobre la forma que debe tener la solución.

197. Los movimientos de los puntos corpóreos se representan matemáticamente como funciones $F(t) = y$. La t es una variable para longitudes que representa tiempos, y para las longitudes de los segmentos recorridos. En el caso de la caída de los graves la función es $F(t) = ct^2$. "Die Grösse der Bewegung ist in Zeit ausgedrückt irgend ein Quantum, im Raume dasselbe Quantum, aber als sein Quadrat..." GW 7, 209. El tiempo no se produce meramente aquí junto con el espacio, que es su cuadrado, sino también se realiza en los movimientos planetarios. "Die Zeit produziert sich nicht hier bloß, daß sie zum Raume geworden –oder ihr Quadrat ist". GW 7, 212. El movimiento de un punto corpóreo relativo a otros puntos corpóreos es el movimiento que siempre describe una superficie. El movimiento relativo a un punto fijo es la superficie. "Die Bewegung ist Fläche beschreibende Bewegung". GW 7, 213. "die sich darauf beziehende Bewegung selbst ist Fläche" GW 8, 21. "Diese Fläche oder dieß ihr Ganze ist die dasyende Bewegung; Beziehung ihres realen Punkts auf den ruhenden..." GW 8, 21. El tiempo en el caso del movimiento libre, en cambio, se ha transformado en superficie; esto es, los sectores o áreas de las elipses de los planetas. La superficie está realizada como el cuadrado del tiempo, y ésta es la magnitud del espacio recorrido. El cuadrado del tiempo es el tiempo realizado; a saber, en los movimientos reales libres aparece siempre el término t^2. "... Aber die Zeit ist in der Bewegung überhaupt sich zur Fläche geworden ; sie ist für sich als Quadrat der Zeit, und dieß ist die Größe des Raums. Das Quadrat der Zeit ist nur die realisierte Zeit , der Begriff des Raumes, nicht der realisierte Raum". GW 7, 209.

198. Aunque esta observación de Hegel no sea evidente de forma inmediata, es extensible y conserva su validez al aplicarla a los relojes de cesio (así como a todo indicador de cadencia). Desde un principio, estos relojes se encuentran adaptados desde el criterio por el que definimos lo que son buenos cronómetros. Este criterio es el curso del desarrollo histórico cultural. La condición cualitativa fundamental que pertenece a la naturaleza de estos cronómetros es que posibilitan una descripción situacionalmente invariante y aproximativa de los movimientos libres cósmicos y terrestres.

199. "...als untrennbar erweisen, und ihr quantitatives Verhältnis das Fürsichsein des Maßes, nur eine Maßbestimmung ist". WdL 5, p. 406. Hegel declara explícitamente que el espacio y el tiempo son sólo momentos cuya relación interna es el movimiento natural ("deren (jedoch nicht äußerliches) Verhältnis die Bewegung". Enz 9, § 270) de los cuerpos en caída libre o semilibre. "In der Grösse der Bewegung vertritt ebenso die Geschwindigkeit, welche das quantitative Verhältnis von Raum und Zeit ist, die Masse, und umgekehrt kommt dieselbe reelle Wirkung hervor, wenn die

que el espacio y el tiempo constituyen una relación de *momentos* intrínsecos al concepto del movimiento[200]. Los dos aspectos, no extrínsecos de espacio y tiempo, constituyen la relación que asignamos al predicar el movimiento *natural* a un cuerpo en caída libre o semilibre.

El espacio y el tiempo reales no son una pura forma o estructura de la intuición ni un recipiente vacío de cuerpos[201]. El espacio y el tiempo no son una extensión infinita. Hegel reconoce, más bien, que la ley de gravitación es una definición de las masas. Newton define la fuerza K como el producto de la masa m y la aceleración. La masa m es el producto de volumen y densidad. La densidad no viene definida empírica o inmediatamente. El caso más simple de una fuerza actuante entre dos cuerpos elementales que se mueven sobre una superficie es aquél para el que es válido la ley de las áreas de Kepler. Los vectores radio recorren las mismas superficies en los mismos tiempos. Hegel se funda en este hecho para dar una definición del tiempo real en el sistema solar[202].

Masse vermehrt und jene relativ vermindert wird. Ein Ziegelstein für sich erschlägt einen Menschen nicht, sondern bringt diese Wirkung nur durch die erlangte Geschwindigkeit hervor, d.i., der Mensch wird durch Raum und Zeit totgeschlagen". Enz 9, § 261. Hegel pone claramente de relieve que el espacio y el tiempo reales no son, como para Kant, Leibniz o Hilbert, la pura forma o estructura de la intuición. No se trata de contenedores vacíos de cuerpos comprendidos como extensiones infinitas (falsa infinitud *schlechte Unendlichkeit*). La ley de gravitación es entendida por Hegel como definición de masa. En el último texto, Hegel aprecia además el sentido trágico, apuntado explícitamente por Monod y significativamente cercano al sentido trágico cristiano de Pascal, al señalar la indigencia del ser humano ante el universo de la mecánica: "Es preciso que el hombre despierte de su sueño milenario y descubra su absoluta soledad, su extrañeza total. Ahora sabe que, cual címgaro, se halla al margen del universo en que tiene que vivir. Universo sordo a su música, indiferente a sus anhelos, a sus sufrimientos y a sus crímenes". MONOD, J. *Le Hasard et la Necessité*, pp. 187-188. *Chance and Necessity*, Vintage Books, New York, 1972, pp. 172-173. (Traducción castellana en Tusquets Editores, 1981). El espacio y el tiempo de la mecánica es el universo sin propiedades descrito poéticamente en metáforas físico-matemáticas por Robert Musil (*Der Mann ohne Eigenschaften*).

200. "Erst in der Bewegung hat nun Raum und Zeit Wirklichkeit". Enz 9, § 261.

201. Para Hegel, la pregunta fundamental de la metafísica sobre si el espacio es en sí algo real o sólo una propiedad de las cosas respecto a nosotros, no es, primero, una cuestión metafísica, y en segundo lugar, tampoco depende de ella el futuro de la metafísica. El espacio no es un contenedor (*Wie ein Kasten*) Enz 9, § 255, pero tampoco el tiempo es un contenedor (*Die Zeit ist nicht gleichsam ein Behälter*) Enz 9, § 258. En Enz 9, § 257 anota Hegel que el espacio y el tiempo no son representaciones separadas.

202. Para la escuela de discípulos de Hugo Dingler (Thüring B., *Methodologisches und Historisches zum Gesetz der allgemeinen Gravitation*. In: Dingler 1956, 189-209) la definición más simple de fuerza K, masa y densidad consiste en que K depende sólo de la distancia r entre los cuerpos. Newton asigna a todos los cuerpos materiales la fuerza $K = -k^2 \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$, donde

Lo único que ha hecho Newton; a los ojos de Hegel, ha sido traducir las leyes de Kepler en las formas reflexivas de la gravedad y de la fuerza[203]. Este juicio de Hegel parece, a primera vista, falso. Kepler no maneja los conceptos de fuerza o de masa. El objetivo de Hegel, sin embargo, no consiste en criticar la teoría newtoniana de la gravitación en cuanto teoría. El núcleo de la crítica hegeliana se contiene ya en su polémico escrito de habilitación (*Habilitationsschrift*) de 1801 *Dissertatio Philosophica de Orbitis Planetarum*[204]. Lo fundamental de este escrito es la clara y vehemente crítica de Hegel a Newton.

m_1 y m_2 debería ser la materia=masa actuante y afectada respectivamente. Newton da de esta forma una definición unívoca del concepto de masa, y con ello, del concepto de materia. El concepto de masa o de materia viene definido por la ley de Newton. El camino newtoniano a la ley de gravitación es puramente axiomático-sintético; es decir, un camino no empírico. Esta proposición admite su inversa: los efectos físicos sólo pueden ser ejercidos por la materia (*Die Masse ist so an ihr selbst die aufgehobene und die sich aufhebende Bewegung*. GW 7, p. 233). El hecho de que K se tome como una magnitud proporcional respecto de $1/r^2$ no es una imposición de naturaleza convencional, tal como Dingler da a entender. Esta proporcionalidad procede del saber empírico previo elaborado teoréticamente por Kepler y Galileo sobre la caída libre y los movimientos libres planetarios (*Das Gesetz dieser Bewegung welche Galiläi gefunden... sucht die Mathematik vergeblich zu erweisen* GW 7, p. 210).

203. "Es ist nichts als der Unterschied zu sehen, daß das, was Kepler... in der Form von Gesetzen der himmlischen Bewegung ausgesprochen, Newton in die Reflexionsform von Kraft der Schwere...umgewandelt hat". Enz 9, § 270.

204. *Dissertatio Philosophica de Orbitis Planetarum. Philosophische Erörterung über die Planetenbahnen*. Übersetzt, eingeleitet und kommentiert von W. Neuser. Weinheim 1986 (Schriften zur Naturphilosophie. Bd 2). Hegel en su *Dissertatio* se enfrenta ya a las demostraciones de existencia puramente teoréticas; esto es, aquellas que no son confirmadas desde una perspectiva fenoménico por la experiencia. Hegel intenta, de manera indebida, salvar teóricamente lo que contemplaba como una situación fenoménica segura. En el § 280 de la *Enzyklopädie* comenta al respecto: "Was die Reihe der Planeten betrifft, so hat die Astronomie über die nächste Bestimmtheit derselben, ihre Entfernungen, noch kein wirkliches Gesetz entdeckt". Eliminada de la siguiente edición, añadía "Was Ich in einer früheren Dissertation hierüber versucht habe, kann Ich nicht mehr für befriedigend ansehen". Con ello se refiere, no al error superficial, sino a la forma más que superficial de querer dotar a las distancias planetarias de una ley aritmética de este tipo. Los pronósticos y predicciones, dentro de un sistema teórico autoconstituido, son fundamentalmente problemáticos siempre que no hayan sido confirmados directamente por la experiencia. Esta sería una máxima de verdadero empirismo: los enunciados de una teoría que no son realmente confirmados, tienen que ser concebidos como hipótesis de naturaleza orientativa en la búsqueda de confirmación o refutación. Un proceder hipotético-deductivo en las ciencias sería completamente desastroso. La introducción de hipótesis arbitrarias o de cualquier teoría, sin una exhaustiva *epagoge*, sin más análisis que el de toparnos con dificultades en un estadio anterior de nuestro saber (antiguas teorías), no nos llevaría más que a comenzar siempre desde el principio. Hegel aclara que un único contraejemplo contra toda teoría no es suficiente como para rechazar una teoría (aún cuando Ceres es ciertamente un contraejemplo). Por tanto, debido a la indescriptible diversidad de fenómenos en el mundo, forma parte esencial de la ciencia el que ésta introduzca sus disposiciones y repre-

La *Dissertatio* de Hegel, considerada más precisamente, contiene ya una crítica a toda demostración de existencia puramente teórica que no fuese confirmada por la experiencia. La verdadera filosofía tiene que concebir el sistema solar como un organismo. Las astronomía aporta simplemente una mecánica del cielo. Lo que no aporta la astronomía es una física propiamente dicha. El error de la astronomía consiste en deducir sus leyes de la matemática en lugar de atenerse a la naturaleza misma. Mientras que en Kepler existe una física, con Newton comienza una etapa de decadencia[205].

Hegel no critica la teoría de la gravitación newtoniana, sino la reificación, substantivación e hipóstasis de los conceptos matemáticos de masa y fuerza. Su ataque general se centra en la mezcla de las relaciones matemáticas con las físicas[206]. La crítica de Hegel no se dirige a los newtonianos, tal como algunos intérpretes han querido hacer ver[207]. El análisis crítico de Hegel tiene por objeto subrayar que las masas y las fuerzas no pueden ser implantadas en la materia desde fuera, sino que pertenecen al concepto mismo de materia.

sentaciones, siempre que convengamos en que están verificadas, por lo menos frente a excepciones (individuales o aislables), tanto aparentes como también reales. Todas nuestras teorías y todo nuestro saber articulado son aproximaciones ideales, aún cuando los cálculos aproximativos sean tan exactos en algunas esferas de la física matemática. El azar (*der Zufall*) es necesario. Es un momento esencial estructural de nuestra ciencia: cada teoría, así como la totalidad teórica del saber deja abierta una cantidad indefinida de cosas azarosas no descriptibles en detalle o explicables individualmente. En las teoría genéricas, no hay razón para que todo sea captable, predicho o deducido. HENRICH, D., *Hegels Theorie über den Zufall*, in: Henrich, D. Hegel im Kontext. Frankfurt/M (suhrkamp) 1971. 157-186. Sobre todo, p. 168.

205. La postura de Hegel es claramente contraria a la de J. F. Fries. Por otra parte, la tesis de habilitación de Hegel no excluye, contra lo que generalmente se ha extendido, la posibilidad de descubrir el asteroide Ceres. Lo que Hegel cuestiona es la serie Tituius-Bode, según la cual se presuponía sin más la existencia de un nuevo planeta entre Júpiter y Marte. El que Hegel cuestionara esta teoría está plenamente justificado, ya que muchos de los astrónomos de la época no la aceptaban. En cambio, Hegel propone una serie propia inspirada en las especulaciones numéricas del *Timeo* de Platón. Esta serie es, sin embargo, puramente hipotética y se plantea como una posibilidad verosímil. El descubrimiento de Ceres por parte de Piazzi en el verano de 1801 no fue considerado un hecho astronómico seguro. Únicamente se pudo localizar definitivamente al asteroide Ceres a finales de 1801 tras los cálculos de Gauß.

206. "Insbesondere vor dieser Verbindung der Physik mit der Mathematik muß gewarnt werden; wir müßten uns hütten, rein mathematischen Gründe mit physikalischen zu verwechseln und Linien, die von der Geometrie als Hilfslinien zur Konstruktion gemacht werden, blindlings für Kräfte oder Kraftrichtungen zu halten". *Dissertatio Philosophica de Orbitis Planetarum.* 83 f.

207. La tesis de que la crítica de Hegel se dirige no tanto a Newton como a los newtonianos ha sido defendida fundamentalmente por Paul ZICHE, *Mathematische und Naturwissenschaftliche Modelle in der Philosophie Schellings und Hegels*. Stuttgart-Bad Cannstatt 1996 (Spekulation und Erfahrung. Abteilung II. Bd 39). p. 170.

Por tanto, las masas y fuerzas, en tanto entidades matemático cuantitativas, son entidades que pertenecen a un nivel metaobjetivo. Estas entidades pertenecen al nivel teorético, lógico reflexivo. Estas entidades constituyen los *momentos formales* de nuestra representación matemática de la experiencia. Mediante estas entidades nos aprovechamos de las fuerzas naturales para describir el modo en que se comportan unos cuerpos respecto de otros en movimientos reales o potenciales, así como también en los sistemas mecánicos.

Hegel considera permisible el empleo de metáforas en las ciencias por la necesidad que tenemos de representaciones intuitivas en nuestros discursos sobre las entidades teoréticas. Los predicados empleados por Newton sobre fuerzas tienen como finalidad expresar metafóricamente la identidad de espacio y tiempo en el transcurso del movimiento.

2.5. *Las fuentes históricas de Hegel en torno a la teoría finita de las magnitudes en los griegos y su conexión con el cálculo infinitesimal*

2.5.1. *La doctrina atomista y pitagórica*

El atomismo constituye un intento de abordar los problemas planteados por las magnitudes inconmensurables recurriendo sólo a magnitudes discretas. Demócrito sugiere que las figuras geométricas están constituidas por átomos[208]. Esta noción se emplea para determinar áreas y volú-

208. El continuo, según Demócrito, consiste en una cantidad numerable y discreta de elementos, átomos. Con respecto a la materia, este camino, iniciado por Demócrito en la antigüedad, ha sido continuado con gran éxito por la física moderna. Platón es uno de los primeros en diseñar un atomismo consistente con respecto al espacio (LASWITZ, *Geschichte der Atomistik*, I, 1890, pp. 139-150). Giordano Bruno retoma esta teoría para transformarla en la doctrina del mínimo. Hume transforma la vaguedad de los datos sensoriales por composición de elementos indivisibles en su teoría del espacio-tiempo (*Treatise of Human Nature*, Libro I, parte II, sección 4). Hume se plantea que si un cuadrado se construye a base de partículas minúsculas, habrá tantas partículas a lo largo de la diagonal como hay a lo largo de un lado; por tanto la diagonal debe ser igual en longitud al lado. Esta dificultad se presenta cuando tratamos de entender con base en esta idea de mosaicos minúsculos las relaciones métricas en el espacio. Hume concluye que es inútil admitir la comparación de medidas de curvas y superficies por medio de los elementos componentes. Riemann advierte que para una variedad discreta el principio de medida está contenido a priori en el concepto

menes. Las áreas se calculaban como la suma de filas formadas por átomos y los volúmenes como la suma de capas de átomos. De esta forma obtiene Demócrito la expresión del volumen del cono. Este método constituye el prototipo para determinar áreas y volúmenes en los métodos del cálculo integral. Para Demócrito las figuras geométricas no están separadas de las reales. En este sentido, Demócrito es continuador del pitagorismo.

Los pitagóricos encuentran como un fenómeno primordial el hecho de poder dar cuenta del espectro musical. Así lo atestigua Aristóteles en un texto susceptible de ser calificado como una primera historia escrita del pensamiento filosófico y científico[209]. Al constatar una conexión entre las relaciones acústicas musicales y ciertas combinaciones numéricas, encontramos una clave para poder confiar en que la realidad física se reduce enteramente a lo numérico. Otro ejemplo, además del acústico, vendría dado por la óptica con una teoría de los colores reconstruida desde un formalismo matemático. Toda la realidad física podría ser explicada a partir de construcciones matemáticas. Esta teoría logra vincular cosas aparentemente dispares y de órdenes, en principio, completamente heterogéneos[210].

de la variedad, pero en el caso de una variedad continua debemos tomar el principio de otro lado *Über die Hypothesen, Welche der Geometrie zugrunde liegen* (1854).

209. "En la época de los filósofos atomistas, e incluso con anterioridad, los llamados pitagóricos fueron los primeros en consagrarse a las matemáticas y en hacerlas progresar. Y, fuertes en tal disciplina, consideraron que los principios de las matemáticas son los principios de todos los entes. De entre tales principios, por naturaleza los números vienen en primer lugar y en los números los pitagóricos creían percibir mayores analogías con todo aquello que es y todo aquello que se halla en devenir que las que constataban respecto del fuego, la tierra y el agua (tal determinación de los números era la justicia, tal otra el alma y la inteligencia, tal otra el momento crítico- y así para cada noción); además constataban que los números expresaban las propiedades y las proporciones musicales; en fin, la entera naturaleza de todas las demás cosas le parecía hallarse constituida a semejanza de lo numérico, de tal forma que los números se les antojaban ser lo primordial en el universo. Por todo ello consideraban que los principios de los números son los componentes de todos los seres y que el cielo por entero es armonía y número". ARISTÓTELES, *Metafísica*, 985b: 22, 986a: 3.

210. Erwin Schrödinger, en su obra *La naturaleza y los griegos* (1979, pp 59-60) entiende que la esencia del pensamiento matemático la debemos encontrar en la de abstraer números del soporte material; esto es, de las longitudes, ángulos y otras cantidades, con el fin de operar con ellos y con sus relaciones. Por la naturaleza de este procedimiento, las relaciones, modelos, fórmulas y figuras a las que se llega por esta vía, resultan inesperada y frecuentemente aplicables a entidades materiales muy diferentes de aquellas de donde fueron abstraídas en un principio. Sorprendentemente, la expresión matemática es adecuada para que surja la confianza en el poder místico de las matemáticas. El encontrar las matemáticas, allí donde no las habíamos aplicado, supone un fundamento para contemplar a éstas como el fondo de todas las cosas. Este hecho es lo que debió impresionar a

La generalización de esta constatación significa ampliar al registro cualitativo como tal lo descubierto en el registro de las cualidades acústicas. No se trata simplemente de que tengamos una pluralidad de sonidos cualitativamente diferenciados para seleccionarlos, tal como sería seleccionarlos para forjar una secuencia según un método extrínseco de combinación proporcional u armónica. Si esto fuera así, la combinación proporcional sería puramente extrínseca a los sonidos mismos. Más bien, y por el contrario, para el pitagorismo lo esencial es que el rasgo diferencial, la marca diferenciadora de tal o cual sonido, consiste en el número de vibraciones en las cuerdas. De esta forma, la matemática es la cualidad misma del sonido y no simplemente su articulación en secuencias. Hegel, siguiendo a Aristóteles, atacará esta *metafísica pitagórica* como una forma de materialismo extrapolizante.

El pitagorismo no sólo supone el dejar de considerar que las determinaciones numéricas sean una cosa más, tal como sería algo a lo que eventualmente cabe dedicarse dentro de una existencia previamente establecida. El pitagorismo afirma con radicalidad que los números contienen y encierran la respuesta a todas las cuestiones relativas tanto al orden y disposición de las cosas naturales como al orden y disposición del espíritu. Los números constituyen lo sagrado.

El descubrimiento de los irracionales supone una conmoción. La crisis consiste en el descubrimiento de fragmentos cuantitativos que no tenían sentido en el orden numérico conocido y admitido por los pitagóricos. La aparición de tales entidades origina una quiebra entre la aritmética y la geometría, así como entre la ciencia y la filosofía como tales. La ruptura es el abandono de una confianza depositada en la existencia real de un orden natural y un orden ciudadano sostenidos por principios racionales.

Los números enteros representan objetos discretos y una razón conmensurable representa una relación entre dos colecciones de objetos discretos o entre dos longitudes que admiten una unidad de medida común,

los jóvenes amantes de la matemática como para que marcara el progreso en física. Como uno de los ejemplos más notables encontramos el de Hamilton, que descubre que el movimiento de un sistema mecánico general se rige exactamente por las mismas leyes que un rayo de luz al propagarse en un medio no homogéneo. La dinámica de Hamilton tiene un origen marcadamente óptico. Para Hamilton, al igual que para Hegel, la *Mecánica Analítica* de Lagrange constituye el método de referencia como modelo de teoría formalizada. La ciencia de nuestros días, anota Schrödinger, ha aprendido a ser prudente en estos casos. Hay que distinguir lo que son conocimientos garantizados e intrínsecos de lo que simplemente podría ser una analogía meramente formal o resultado de la naturaleza misma del pensamiento matemático. Por ello, no debe extrañarnos que la infancia de la ciencia esté repleta de conclusiones precipitadas de carácter místico.

de manera que cada una de ellas sea una colección discreta de unidades. Sin embargo, las longitudes no son colecciones discretas de unidades en general. Este es el motivo por el que aparecen las razones de longitudes inconmensurables. Lo mismo vale para áreas, volúmenes, tiempos y otras magnitudes continuas. La afirmación de que los intervalos constan de átomos está en contradicción con el teorema de Pitágoras.

La contradicción de la posición de Demócrito con lo que expresa el teorema de Pitágoras reside en que desde el teorema se puede demostrar la existencia de intervalos inconmensurables. La diagonal de un cuadrado es inconmensurable con su lado. Esto se puede expresar diciendo que el cociente de los dos no puede expresarse como cociente de números enteros[211]. Este descubrimiento produjo gran impresión entre los matemáticos griegos. En la existencia de intervalos inconmensurables descubren los griegos una paradoja inherente al concepto de continuidad.

En el continuo nos encontramos con el infinito de forma distinta a como nos lo encontramos en la sucesión de los números naturales. El continuo es susceptible de subdividirse infinitamente. Casos importantes son los continuos de espacio y tiempo[212]. La antigüedad nos ha transmitido dos contribuciones importantes al problema del continuo. En primer lugar, un análisis matemático de cómo fijar una posición en el continuo. En se-

211. La demostración de esta verdad se debe a Aristóteles. La diagonal l de un cuadrado con lados de longitud unidad es un ejemplo de longitud inconmensurable con la longitud unidad. Por el teorema de Pitágoras, el cuadrado de esta longitud l debe ser igual a 2. Si l fuera un número racional, y por lo tanto, igual a p/q, donde p y q son enteros positivos, tendríamos $p^2 = 2q^2$. Podemos suponer que p y q no tienen factores comunes. De acuerdo con la ecuación anterior, p^2 es un número par; de aquí que p deba ser par, digamos $p = 2p'$. Sustituyendo p por $2p'$ se obtiene $4p'^2 = 2q^2$, o bien, $q^2 = 2p'^2$; por tanto, q^2 sería par y por tanto q también. Esto es lo mismo que decir que p y q tienen ambos el factor 2. Sin embargo, esto contradice nuestra hipótesis de que p y q no tienen un factor común. Así, puesto que la suposición de que la diagonal puede ser representada por una fracción p/q da lugar a una contradicción, la suposición es falsa.

212. Descartes combate la idea de que los corpúsculos materiales de un fluido en movimiento tengan que dividirse al infinito (*in infinitum*), o cuando menos, en lo indefinido o en tantas partes que sea imposible imaginar una, por muy pequeña que sea, que no pudiera subdividirse en partes menores. De la misma forma Euler declara que aunque los cuerpos son infinitamente divisibles, la afirmación de que todo cuerpo consiste de una infinidad de partes atómicas es absolutamente falsa e incompatible con la divisibilidad infinita *Anleitung zur Naturlehre* Opera postuma II, 1862, pp. 449-560; cap. II, § 12.

gundo lugar, descubre las paradojas filosóficas que tienen su origen en la naturaleza intuitiva del continuo.

Los griegos, en su trabajo de geometría pura, se elevan sobre la inexactitud de los datos de la sensibilidad. Por ello, aplican la idea de existencia no sólo a los números naturales, sino también a los puntos en el espacio. El descubrimiento de la irracionalidad de la razón de 2, entre la diagonal y el lado de un cuadrado, hace ver con claridad que las fracciones no son las únicas cantidades o magnitudes posibles al medir una razón de segmentos. Por tanto, los números racionales no son los únicos números reales.

Los pitagóricos habían concebido lo numérico tomando a la unidad como base y pivote. La unidad era la referencia indisociable de ética y ciencia. Todo procede de la unidad, y ésta siempre está en condiciones de ser restaurada a partir de sus resultados. Se trata de un orden fundado en el cálculo finito, puesto que los frutos inmediatos de la unidad, los enteros naturales, son finitos. La fragmentación es igualmente finita, es decir, precisa, limitada y ajustada. Un tercio, acotado superiormente por un medio e inferiormente por un cuarto. A partir de esta fragmentación racional el retorno a la unidad vendría a ser la reconciliación. La inquietud surge cuando el fragmento, la porción cuantitativa menor que la unidad, no tiene razón de número entero; es decir, no es de la forma un tercio o un cuarto. De esta forma se interrumpe la reabsorción o saturación de la unidad.

El descubrimiento pitagórico del irracional *raíz cuadrada de dos* equivale al sin sentido y la sin razón. La pérdida del juicio para discernir en la disyuntiva *o entero natural o racional*, es la emergencia simple y pura del devenir. Esto es lo que Hegel entiende por contradicción: los criterios que actualmente tenemos para enfrentarnos a este problema no son suficientes. Hegel aborda esto analíticamente bajo el título de devenir: formulado esquemáticamente *Ahora tenemos ante los ojos un X que antes no se daba*. Lo contradictorio es que tratamos con un número irracional. El tal número es irracional debido a que los números de que dispone el pitagórico son los racionales. La explicación del universo en los pitagóricos impedía suponer la existencia de otros números. El número irracional es entonces un número contradictorio. Una vez que socabamos la construcción numérica se hace incompatible la exigencia de racionalidad junto con un deseo originario de absoluto incondicionado.

La crisis abierta con el descubrimiento pitagórico de la irracionalidad de $\sqrt{2}$ tiene como una consecuencia inmediata el privilegiar a la geome-

tría frente a la aritmética. La razón es que, aunque $\sqrt{2}$ no es un objeto que puede ser reducido a la aritmética racional, sin embargo, $\sqrt{2}$ es susceptible de ser designado o representado geométricamente. En la geometría, la unidad es introducida convencionalmente, por lo que nada impide asignar a determinados segmentos rectilíneos el valor de la unidad. Ahora, vinculando geométricamente estos segmentos y aplicando el teorema de Pitágoras obtenemos $\sqrt{2}$. El valor del teorema de Pitágoras y las leyes del álgebra elemental están fuera de duda. Lo que obtenemos con $\sqrt{2}$ es la expresión de una construcción geométrica a partir de la noción de un segmento de medida unidad[213].

Este fenómeno es de extraordinaria importancia para Hegel. El mero operar numérico, la unidad aritmética, es impotente para generar una entidad cuyo valor sea $\sqrt{2}$. Allí donde fracasa el contar triunfa la medida. La medida supone el establecimiento de relaciones a partir de la cantidad continua, o en términos de Hegel, de la *cantidad pura*. Esta cantidad contiene implícitamente (*An sich*) la relación entre sus partes.

La salida de esta crisis consiste en ampliar el concepto de número. De esta forma, el juego entre la reproducción de la unidad y la fracción de ésta, a partir de uno de los resultados de tal reproducción, deja de ser la esencia del número como tal para pasar a ser tan sólo un tipo particular de números. La matemática sacrifica la potencia de la unidad, pero no la potencia numérica.

2.5.2. *Las aporías del continuo y su respuesta matemática*

La aparición de los números irracionales revela que lo continuo no puede ser reducido al número en sentido pitagórico. El soporte del número es la iteración de la unidad y la partición de ésta bajo un criterio entero, es decir, discreto. Parménides había distinguido una doble vía; a saber la del orden sensible y la del orden inteligible. El orden inteligible se corresponde con la vía de la verdad. El orden sensible responde a la mera opinión subjetiva.

213. Por el contrario, partir de la unidad aritmética nos obliga presentar un imposible para ofrecer la identidad de $\sqrt{2}$. Este imposible es p/q , donde p y q serían a la vez enteros (resultado de reproducir la unidad), pares y primos entre sí.

Las teorías atomistas buscaban reducir lo sensible, los cuerpos, a una pluralidad de elementos indivisibles de naturaleza inteligible[214]. El atomismo busca reducir lo sensible a elementos discretos con el fin de recuperar la doctrina pitagórica que atribuía a cada cosa un número. Estos indivisibles atómicos, no son tanto indivisibles cuantitativos como cualitativos. Los indivisibles cualitativos aparecen en el marco de una teoría de los infinitesimales en acto, que ha vuelto a surgir en la segunda mitad del s. XX.

Aquí lo más relevante que conviene mencionar son las conocidas aporías de Zenón de Elea, discípulo de Parménides. Supongamos que el espacio, el tiempo y la materia son infinitamente divisibles. En esta circunstancia vamos a considerar una distancia desde un punto A arbitrario del continuo espacial a un segundo punto B. Lo que se impone a nuestro pensamiento es que antes de recorrer el trayecto entero habrá que recorrer la mitad; esto es, $1/2$ del mismo. Supuesto que lo hayamos logrado, nos queda todavía por recorrer la otra mitad. Pero antes de recorrer ésta, quedará su mitad; es decir, un $1/2$ de un $1/2$, con lo que resulta $1/4$ de la magnitud total del trayecto. Supuesto este paso igualmente como dado, resulta que aún queda por cubrir $1/2$ de un $1/4$.

Si suponemos que el espacio, el tiempo y la materia son divisibles infinitamente, entonces debemos concluir que no puede haber un momento en que no se de la exigencia de cubrir la mitad de lo que resta, esto es, un momento en que no haya tal mitad. Si por el contrario, suponemos que el espacio está compuesto de magnitudes indivisibles, entonces debemos concluir que llegará un momento en que no se de la exigencia de cubrir la mitad de lo que resta por no haber tal mitad.

Puesto que hemos supuesto que el espacio, el tiempo y la materia no están compuestos de elementos indivisibles, debemos concluir que nuestra reflexión nos lleva a proseguir la sucesión inacabable $1/2, (1/2)^2, (1/2)^3 ...$ De forma intuitiva podemos observar que la serie nunca alcanza a ser $1/2 + 1/2$, que es el trayecto entero que debemos recorrer, la distancia entre A y B.

La matemática infinitesimal moderna resuelve este problema acudiendo al concepto de convergencia de una serie. Bajo la guía de este concepto

214. En matemáticas tenemos un representante paralelo en la teoría de conjuntos de Cantor.

podemos afirmar que para toda distancia ε respecto al punto B existe un trayecto ya cubierto por la suma que se halla de B a menor distancia. Esto implica que ninguna distancia es infranqueable, por lo que mediante el procedimiento descrito podemos afirmar positivamente que B es alcanzable.

La sucesión $1/2, 1/2^2, 1/2^3, 1/2^4, ...$ es decreciente: tiende a cero como límite y la relación constante entre los elementos sucesivos es menor que uno. Estas condiciones aseguran matemáticamente que la sucesión pueda ser sumada.

Ahora bien, si por el contrario admitimos que el tiempo, el espacio y la materia se constituyen por partes, átomos absolutamente indivisibles, designaremos como punto e instante a los indivisibles espacial y temporal. En un instante indivisible un objeto no se mueve, ya que no podemos admitir espacio recorrido sin tiempo transcurrido. Si el tiempo es yuxtaposición de instantes discontinuos, debemos concluir que el objeto en el tiempo no es más que yuxtaposición de situaciones en las que no se mueve (las situaciones coincidirían sin más con el tamaño del objeto del que decimos que está en movimiento). La matemática infinitesimal moderna respondería que semejante problema se plantea debido a que no lo abordamos con los conceptos de velocidad instantánea; esto es, de límite y de tendencia a modificar la posición.

Las aporías de Zenón, conocidas una como la de la *dicotomía* o de *Aquiles y la tortuga* y la otra, como la de *la flecha*, apuntan a dos supuestos distintos. En una se privilegia la hipótesis del continuo y en la otra se privilegia ontológicamente lo discreto[215]. En principio, la matemática mo-

215. El problema que subyace a toda esta discusión afecta al método del modelo. El método del modelo no sirve para una demostración absoluta de consistencia. Esto es lo que mantienen Hilbert y Bernays frente a la teoría clásica de números, del Análisis y de la teoría axiomática de conjuntos. HILBERT y BERNAYS (*Grundlagen der Mathematik* 1934) argumentan además con la imposibilidad de recurrir a un modelo tomado del mundo físico o de lo accesible a la intuición perceptiva. Aquí hacen referencia a las paradojas de Zenón. Según las paradojas, un corredor no puede realizar su carrera en un tiempo finito. Antes de que pueda hacerlo, tendrá que cubrir la primera mitad de su carrera, luego el siguiente cuarto, después el octavo siguiente, y así a continuación. Esto requiere que complete un número infinito de actos. La solución matemática tradicional de esta paradoja es que la serie geométrica infinita de intervalos de tiempo que se requiere para recorrer los sucesivos segmentos es convergente. Hilbert propone una solución mucho más radical de las paradojas de Zenón: consiste en considerar que en modo alguno estamos obligados a creer que la representación matemática espacio-temporal del movimiento es físicamente significativa para intervalos de espacio y tiempo arbitrariamente pequeños; sino que más bien disponemos de razones suficientes para suponer que ese modelo matemático extrapola los hechos de un cierto ámbito de la experiencia. Este ámbito de experiencia del que habla Hilbert está definido por los

derna considera que ambas paradojas tienen solución: por un lado definiendo la sumabilidad y la convergencia de la serie, y por otro, con el concepto de velocidad instantánea. Desde luego, el problema, desde el punto de vista estrictamente filosófico está lejos de estar resuelto. En el curso de la filosofía de las matemáticas se han dado dos metafísicas, para hablar con los términos de D`Alembert. Por un lado, estaría la metafísica del infinito y de las magnitudes infinitamente pequeñas, esto es, más grandes o más pequeñas las unas de las otras. Esta metafísica, al modo de entender de D`Alembert y Marx, resulta completamente inútil para fundamentar el cálculo diferencial. Por otro lado, estaría la teoría de los límites, la verdadera metafísica del cálculo para Newton, D`Alembert y Hegel.

Se trataría, en último término, de una opción: una metafísica de los infinitesimales frente a una metafísica de relación intrínseca y de relatividad. En Cauchy encontramos definitivamente legitimada la tendencia triunfante; a saber, la teoría de los límites, incipientemente formulada por Newton, como la técnica moderna en el tratamiento de los problemas analíticos que relega la expresión *infinitesimal* a una *simple forma de hablar*. Sin embargo, en la matemática del s. XX ha vuelto a surgir la metafísica de lo *infinitamente pequeño* con A. Robinson[216].

movimientos dentro de los órdenes de magnitud accesibles hasta el presente a nuestra observación, en el sentido de una simple construcción conceptual. De la misma forma, la mecánica del continuo lleva a cabo una extrapolación consistente en suponer que la materia ocupa el espacio de forma continua. La situación es análoga en todos aquellos casos en que se cree posible exhibir directamente un infinito actual en tanto que dado por la experiencia o la percepción. Un examen más detenido muestra que un infinito no se nos da realmente en absoluto, sino que es primero interpolado o extrapolado mediante un proceso intelectual (pp. 15-17). La exclusión de cualquier modelo tomado del mundo físico nos permite describir sumariamente el programa de Hilbert: si ha de demostrarse la consistencia de la teoría de números, incluyendo las partes no-intuicionistas del Análisis, esto tiene que ser introduciendo un nuevo método. Este método está implícito en el significado de consistencia y está en conexión con la axiomática: en la teoría deducida a partir de los axiomas no puede surgir una contradicción lógica (que una proposición A y su negación no-A sean ambas teoremas). Por tanto, para demostrar directamente la consistencia de una teoría, tendríamos que demostrar una proposición sobre la teoría misma; esto es, que verse sobre todas las posibles demostraciones de los teoremas de la teoría.

216. En 1949, Henkin utiliza modelos no-estándar de cualquier teoría de primer orden para probar la suficiencia del cálculo deductivo. Robinson, emplea en 1968 los procedimientos de la teoría de modelos para construir modelos no-estándar, extensiones elementales, de la teoría de primer orden de los números reales. En esta teoría, además de de los números reales normales, se introducen infinitesimales menores que cualquier número real. Gödel reseña la obra de Robinson y realiza dos observaciones fundamentales: 1) la teoría de Robinson simplifica considerablemente las pruebas de teoremas elementales. La simplificación facilita el descubrimiento. 2) La aritmética comienza con los números naturales y procede mediante ampliación sucesiva del sistema numérico con los racionales, negativos, irracionales,...etc. Sin embargo, el paso completamente natural des-

El problema sigue siendo el mismo que el planteado por Zenón[217]. En principio resulta imposible definir la velocidad de una partícula en un solo instante. En un instante determinado, en un tiempo específico, la partícula está en un solo punto. Ahora bien, si está en un solo punto, no podemos decir que se está moviendo. Por otra parte, si no se está moviendo, no podemos decir que tenga una velocidad.

La matemática moderna afirma que para observar y definir el movimiento debemos observar la posición de la partícula en más de un instante. Con esto, lo que hacemos es extender un instante definiendo su contorno. Newton definía este procedimiento como fluxión del instante. Newton descubre, por este procedimiento, que podemos definir la velocidad instantánea mediante un proceso de paso al límite[218]. Ahora bien, con este proce-

pués de los números reales; la introducción de los infinitesimales, ha sido siempre omitida. La adición de elementos ideales a un sistema con el fin de completar su estructura y simplificar la teoría del sistema es algo común en la matemática moderna. En geometría proyectiva redondeamos el sistema al introducir puntos infinitamente lejanos. Por ejemplo, en la geometría plana de Euclides, dos líneas distintas se cortan en un punto úncio., excepto cuando son paralelas. Para salvar esta excepción, la geometría proyectiva de Poncelet (1822) introduce un punto en el infinito para cada una de las líneas originales, de tal forma que líneas paralelas tengan el mismo punto en el infinito, y líneas no paralelas tienen puntos diferentes en el infinito. Cuando una línea gira sobre un punto del plano proyectivo, su punto en el infinito traza la línea en el infinito. Con este recurso se simplifica la relación de incidencia entre puntos y líneas. De la misma forma, lo que exige Gödel es algo propio de la historia de las matemáticas. La adición de nuevos elementos a un sistema de elementos previamente constituido procede siempre con vistas a la consecución de un determinado propósito teórico. Las sucesivas ampliaciones del sistema numérico; de los naturales, agregando los enteros, los fraccionarios, los irracionales, y finalmente los imaginarios, constituye un ejemplo de proceso ideal. Al añadir los enteros negativos simplificamos la teoría de la adición haciendo siempre posible la operación inversa: la sustracción. Los números imaginarios no fueron suficientemente comprendidos en un principio. Una justificación posible de su empleo podría haber sido demostrar que si los números imaginarios se usan con las reglas de establecidas para derivar un resultado expresado sólo en términos reales, entonces ese resultado tendría que ser correcto. Con la interpretación de los complejos en el plano (Wessell 1799) y por pares de reales (Gauss 1831) no se requiere ya una justificación semejante.

217. La imposibilidad de concebir el continuo como si se tratara de una entidad rígida se formula concisamente por la paradoja de Zenón respecto a la carrera de Aquiles y la tortuga. Las sumas parciales sucesivas $1-1/2^n$ $(n=1,2,3,...)$ de la serie $1/2+1/2^2+1/2^3+...$ no crecen indefinidamente sino que convergen a 1. De esta forma pretendemos eliminar esta paradoja. Sin embargo, si el segmento de longitud unidad realmente estuviese constituido por una infinidad de longitud $1/2, 1/4, 1/8, ...$, como totalidades acotadas y recortadas, sería incompatible con el carácter de infinito el hecho de que Aquiles pueda recorrerlos todos.

218. El proceso de límites resulta victorioso. El límite es un concepto indispensable. La importancia de este concepto no es afectada por aceptar o rechazar el concepto de lo *infinitamente pequeño*. Pero una vez entendido el concepto de límite, el *infinitamente pequeño* resulta superfluo. El análisis infinitesimal se propone obtener conclusiones del comportamiento en lo grande por integra-

dimiento abandonamos el instante mismo. Este tipo de reflexiones han obligado a Robinson a reinterpretar la entidad que se oculta tras la expresión $f(x_0 + h) - f(x_0)/h$, introduciendo una nueva entidad indeterminada (magnitud infinitesimal)[219].

ción del comportamiento en lo pequeño, gobernado por las leyes elementales. Así, por ejemplo, la magnitud de atracción entre dos cuerpos cualesquiera con distribución de masa arbitraria, a partir de la ley universal de atracción para dos elementos materiales de volumen. Si no interpretamos el *infinitamente pequeño* en sentido potencial, de proceso al límite, entonces estos comportamientos no tienen nada en común. Eudoxo parece haber visto esto con especial claridad: los procesos en dimensiones infinitesimales y finitas se harían independientes el uno del otro, su conexión quedaría cortada. En el s. XVIII la claridad en torno al concepto de lo *infinitamente pequeño* ha quedado muy por detrás de los griegos, tal como el mismo Hegel se encarga de apuntar. Es posible, sin embargo, construir una teoría no arquimediana y consistente para las cantidades en la que no se verifique el axioma de Eudoxo, generalmente denominado axioma de Arquímedes. Hilbert, antes que A. Robinson, expone algo similar, por ejemplo, en sus *Grundlagen der Geometrie*, capítulo II, § 12. Un ejemplo de magnitudes *infinitamente pequeñas*, discutido en tiempos de Leibniz y Wallis son los *anguli contactus* entre una circunferencia y su tangente, en contraste con los ángulos formados por líneas rectas. Robinson, en cambio, argumenta que esta teoría *no arquimediana* procura una verdadera fundamentación del Análisis. Newton y Leibniz parecen haber tenido el punto de vista correcto, formulado con más o menos claridad, de que al cálculo infinitesimal le compete un acercamiento a cero por un proceso de límite. Sin embargo, les falta comprender que el proceso de límite no sólo determina el valor del límite sino también establece su existencia. Leibniz resulta ser por ello bastante oscuro en lo que se refiere a la suma de las series infinitas. La teoría de los límites se afianza en 1784 con D'Alembert en la *Encyclopédie*: *La théorie de la limite est la base de la vraie métaphysique du calcul différentiel. Il ne s´agit point comme on le dit ordinairement, des quantités infiniment petites; il s´agit uniquement des limites des quantités finies*. Cauchy, en el s. XIX, desarrolla consistentemente estas ideas. En concreto, descubre el criterio correcto para la convergencia de las series infinitas, la condición bajo la que se genera un número como valor límite a través de un proceso infinito. Con todo, la demostración del criterio requiere previamente fijar el concepto de número de la forma en que posteriormente introduce el principio de las cortaduras de Dedekind.

219. El intento de salvar el continuo tras el atomismo de Demócrito será el de los *infinitamente pequeños*. Este tema se discute ya en el primer día de los *Discorsi* de Galileo. De la misma manera en que podemos doblar un segmento recto hasta convertirlo en un octágono o en un polígono de mil lados, de la misma forma –afirma Galileo– podemos también transformarlo en un polígono con una infinidad de lados infinitamente pequeños si lo enrollamos alrededor de un círculo, evitando así un proceso al límite que nunca alcanza su meta. HANKEL comenta en *Zur Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter*, Leipzig, 1874, que la idea de nunca alcanzar el área del círculo, por más que se progrese en la sucesión de los polígonos, aunque se pueda llegar arbitrariamente cerca, obliga a tal grado a la imaginación que ésta tiende a poner un puente en este hueco que se extiende como si fuera el puente entre la realidad y la idealidad. Hankel añade que es esta presión psicológica la que da el paso *infinitamente grande o pequeño* que lleva a la afirmación siguiente: la circunferencia es un polígono con una infinidad de lados infinitamente pequeños. Los antiguos griegos se abstuvieron de dar este paso, que supone ponerse frente al precipicio del infinito.

2.5.3. *Eudoxo, Arquímedes, Hegel y Lagrange: rechazo de un "infinito cuantitativo en acto"*

Esta posición viene caracterizada por lo que Aristóteles mismo describe en el libro de la *Física*[220]. Aristóteles comenta que los matemáticos ya no experimentan la necesidad de recurrir al concepto de *infinito* para justificar sus procedimientos. Allí señala Aristóteles que a los matemáticos les basta con tomar una cantidad tan grande como se quiera. Aplicando este criterio, la eliminación de lo *infinitesimal*, llevada a cabo por Cauchy en el s. XIX, encuentra ya en los griegos su último fundamento.

La expresión $f(x_0 + h) - f(x_0)/h$, con h *infinitamente pequeño*, no quiere decir más que h puede tomarse tan pequeño como se deseé. Desde Leibniz, el significado de esta expresión constituirá el núcleo de todas las dificultades. El s. XIX, por la influencia de Cauchy y la reinterpretación de D'Alembert de la obra de Newton, acabará imponiendo que el valor de la expresión es el límite de los cocientes de la expresión cuando h tiende a cero.

Eudoxo reconoce los fundamentos generales de este fenómeno. En lugar del concepto insostenible de *inconmensurabilidad* introduce un axioma: si a y b son dos segmentos, entonces a puede sumarse a sí mismo tantas veces de manera que la suma na exceda b. Esto significa que todos los segmentos son de un orden de magnitud comparable. De esta forma se excluyen la existencia de un *infinitamente pequeño* o *infinitamente grande* en el continuo.

Lo que caracteriza la razón entre segmentos lo define Eudoxo de la siguiente forma: dos razones entre segmentos, $a{:}b$ y $a'{:}b'$, son iguales entre sí, si para números naturales arbitrarios m y n, la validez de la condición del primer reglón de I, II o III siempre implica la validez de la condición en el segundo renglón:

$$\text{I}\begin{cases} na > mb \\ na' > mb' \end{cases} \text{II}\begin{cases} na = mb \\ na' = mb' \end{cases} \text{III}\begin{cases} na < mb \\ na' < mb' \end{cases}$$

220. "Los propios matemáticos, en estos tiempos, no experimentan la necesidad del infinito, y de hecho no se sirven de él, sino tan sólo de una cantidad tan grande como se desee". *Fïsica* III, 207b; 27-32.

Lo que caracteriza un número real α es una cortadura que se crea en el dominio de los números racionales al dividir todas las fracciones m/n en tres clases. Así tenemos, las que son menores que α (I), las que son iguales (II) y las que son menores (III). La segunda clase es vacía o contiene, como máximo, un sólo elemento. La teoría de las proporciones de Euclides está construida sobre la misma base. Arquímedes procede, según este mismo criterio, a aplicar su método de exhaución (precursor de la integración).

Hegel entiende que lo propio de las matemáticas son las longitudes. El objeto de las matemáticas es la forma teórica de las relaciones de magnitudes en una forma o construcción geométrica. Dentro de la forma teórica, lo que especialmente atrae la atención de Hegel son las indicaciones de medidas de segmentos relativos a una unidad (unidad de segmento) dentro de las representaciones particulares (objetos) en una forma general de la construcción geométrica. Las longitudes, como magnitudes abstractas, tienen que distinguirse de los resultados métricos obtenidos por medición empírica de una longitud.

El número real es para Hegel esencialmente lo mismo que para Eudoxo. El número real es la relación o razón entre dos segmentos. Es competencia de los axiomas de la geometría decirnos qué razones existen entre los segmentos. Sin embargo, en la geometría de Euclides no es posible construir por medio de regla y compás, a partir de un segmento unitario fijo, el segmento $\sqrt[3]{2}$, que resolvería el problema de la duplicación del cubo. Tampoco puede construirse el segmento π, que es la circunferencia de un círculo de diámetro 1[221].

221. Sin embargo, estamos convencidos de su existencia debido a consideraciones de continuidad: si la arista del cubo crece de 1 a 2, el volumen del cubo crece continuamente de 1 a 8, por tanto, ha de pasar por el valor 2 en algún momento. El segmento π podemos aproximarlo por defecto y por exceso con cualquier grado de exactitud mediante perímetros de polígonos regulares de 6-,12-,24-,..., lados que pueden circunscribirse e inscribirse euclidianamente en un círculo. Dando la vuelta a este punto de vista: cualquier cortadura dada en el dominio de los números racionales, es decir, cualquier división de todos los números racionales en tres clases I,II, III determina un número real. Las condiciones que deben satisfacer son: ni I ni III quedan vacías; II contiene a lo más sólo una fracción, III no contiene fracción mínima, cualquier número en I es menor que cualquier número en II o III; cualquier número en III es mayor que cualquiera en I o II. Dedekind (*Stetigkeit und Irrationalzahlen*, 1872) entiende que no existen razones para admitir sólo parte de estas cortaduras como números reales. De acuerdo con el axioma de Dedekind postulamos en el campo de la geometría la existencia del segmento que está con respecto a la unidad dada en la razón determinada aritméticamente por la cortadura. Puesto que recíprocamente, de acuerdo con Eudoxo, la razón de cualquier segmento con respecto a la unidad determina una cortadura, el axioma de Dedekind garantiza que no falten elementos geométricos: el sistema de puntos no es susceptible de extenderse,

Se trata de la introducción de los números reales[222]. La geometría euclídea trabaja con ángulos y longitudes. Eudoxo aborda el tipo de números que debemos utilizar para describir los ángulos y las longitudes. La geometría griega había descubierto que no todas las magnitudes podían ser expresadas como razones de enteros. Estamos hablando del descubrimiento pitagórico de magnitudes como la de la raíz del número dos. Este número era necesario para expresar la relación entre la longitud de la diagonal de un cuadrado y su lado. Esta magnitud no puede expresarse como razón de dos enteros. Para poder formular las magnitudes geométricas según las leyes de la aritmética era esencial poder formular las medidas como razón de enteros.

El método de Eudoxo es un método indirecto para descubrir razones de longitudes, números reales, como razón de enteros. Eudoxo aporta criterios que establece en términos de operaciones enteras para decidir cuando una razón es mayor que otra o si ambas deben ser iguales. Estos criterios aparecen en los manuales bajo la denominación de *cantidades arquimedianas* porque el método, aunque de Eudoxo, es utilizado por Arquímedes para calcular áreas y volúmenes. Esta interpretación de las magnitudes es el primer intento de eliminar el concepto de *cantidades infinitesimales*.

siempre que se mantengan todos los axiomas incluyendo el de Eudoxo. La completación lógica; esto es, la ausencia de huecos, refleja la continuidad intuitiva entre los puntos del espacio. Con la determinación del concepto de número según Dedekind conseguimos independizar el Análisis de la geometría. De esta forma está en condiciones de analizar la continuidad y aportar a la geometría los medios para demostrar teoremas referentes a la continuidad. Uno de estos teoremas es el siguiente: una curva continua que une el centro de un círculo con algún punto exterior al círculo debe cortar la circunferencia. La demostración de teoremas semejantes en la geometría de Euclides es incompleta. Leibniz ya apuntó este problema, al referirse a la primera construcción que aparece en Euclides: la construcción de un triángulo equilátero ABC a partir de dos puntos A y B; Euclides no demuestra que la circunferencia con centro en A que pasa por B y la circunferencia con centro en B que pasa por A tengan un punto en común.

222. Sólo en el s. XIX pudieron los matemáticos sobrepasar a Eudoxo. Otro modo de caracterizar el número real, equivalente a la cortadura de Dedekind, es el encaje infinito de intervalos racionales $a_n b_n \;\; n = 1,2,3,...$ cada uno de los cuales está contenido en el anterior, y tales que su longitud $b_n - a_n$ converge a cero a medida que n crece indefinidamente (tal como en el caso del número π). El problema de cómo fijar una posición en el continuo se articula históricamente de la siguiente forma: los números naturales, como individuos discretos, son objeto de la teoría de números, los conjuntos posibles o las sucesiones infinitas de números naturales son el sujeto de la teoría del continuo. Las fracciones no son más complicadas que los números naturales, ya que están determinadas por dos números naturales, denominador y numerador.

Hegel se refiere al principio arquimediano como el primer antecedente de los métodos para calcular cuadraturas y rectificar curvas[223]. Lo que Hegel define como principio arquimediano se basa en el principio de la exhaución. El principio arquimediano al que Hegel se refiere aparece en los trabajos de Arquímedes sobre las espirales. Arquímedes obtiene primeramente las cuadraturas de áreas relacionadas íntimamente con la espiral. En la proposición X de *Sobre las espirales* obtiene Arquímedes un resultado equivalente a la suma de los n primeros cuadrados de enteros: $1^2+2^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. En el corolario a la proposición X aparece la siguiente expresión que aquí transcribimos traducida del lenguaje geométrico al algebraico: $1^2+2^2+...+(n-1)^2<\frac{n^3}{3}<1^2+2^2+...+n^2$. Este último resultado se puede obtener expresando $1^2+2^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ en la forma $1^2+2^2+...+n^2=\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}$.

Esta es la base con la que Arquímedes acomete los problemas de resolución de figuras inscritas y circunscritas. Las pruebas que emplean los matemáticos del s .XVII en sus cuadraturas aritméticas se basan en las expresiones para la suma de las primeras potencias de enteros. Estas pruebas conducen a las desigualdades descubiertas por Arquímedes $1^k+...+(n-1)^k<\frac{n^{k+1}}{k+1}<1^k+...+n^k$.

Hegel señala que Lagrange, partiendo del principio arquimediano, se ocupó de traducir el método arquimediano al análisis moderno[224]. Lo que Arquímedes obtiene es una desigualdad pero no una ecuación directa de lo dado geométricamente. Por esta razón, para verificar el límite que definen las desigualdades se emplea la doble reducción al absurdo en lugar de la ecuación algebraica. Las desigualdades que definen la exhaución son el germen de las rectificaciones como se puede ver por los trabajos de Saint Vincent, Torricelli, Roberval, Fermat y Pascal. Estos matemáticos realizan la primera aproximación a este problema comparando arcos de espiral con

223. WdL 5, p. 353 y 354.

224. "Die Rektifikation der Kurven, wie sie von Lagrange aufgezeigt wird, indem er von dem arquimedischen Prinzip ausgeht, hat das Interesse, die Übersetzung der arquimedischen Methode in das Prinzip der neuren Analysis einzusehen,...". WdL 5, p. 354.

los de la parábola. Sin embargo, será a partir de 1660 con los trabajos de Neil, Wren y Wallis donde se obtienen resultados equivalentes a la ecuación de la longitud de arco $ds^2 = dx^2 + dy^2$.

Los matemáticos posteriores a Cavalieri emplearán estas desigualdades para sustituir el método intuitivo de los indivisibles. Para ello generalizan las desigualdades de Arquímedes para $k = 2$. Arquímedes había introducido en forma geométrica las expresiones para la suma de enteros y sus cuadrados cuyos resultados son equivalentes a las cuadraturas $\int_0^a x dx = a^2/2$ y $\int_0^a x^2 dx = a^3/3$. Las cuadraturas de Arquímedes, formuladas como límites son iguales a $\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+...+n}{n^2}=\frac{1}{2}$ y a $\lim_{n\to\infty}\frac{1^2+...+n^2}{n^3}=\frac{1}{3}$. Arquímedes descubre, sin saberlo, que la misma estructura, a saber, la integral, se repite en muchos lugares y bajo aspectos geométricos diferentes. Cavalieri generaliza los resultados de Arquímedes con su método de indivisibles. Cavalieri obtiene la cuadratura para los enteros $k = 1,2,3,4,5,6$ y 9.

De las desigualdades descubiertas por Arquímedes se deduce nuestra expresión actual del límite para la expresión $\lim_{n\to\infty}\frac{1^k+...+n^k}{n^{k+1}}=\frac{1}{k+1}$. Este límite es la estructura que se repite, oculto en Arquímedes bajo la doble reducción al absurdo. En los argumentos de los matemáticos del s .XVII se repite la misma estructura para generalizar los resultados de Cavalieri. Así, a partir de 1635, comienzan los intentos de Fermat, Roberval, Pascal, Torricelli y Wallis por determinar el área de la parábola $y = x^k$ para k entero positivo[225].

La noción de *magnitudes infinitesimales* aparece con las interpretaciones dinámicas del Análisis del s. XVII[226]. Posteriormente se vuelve a

225. GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. *Las raíces del cálculo infinitesimal en el s. XVII*. Alianza Universidad. Madrid. 1992.

226. A primera vista parece como si mediante los procesos de límites, el ser rígido (ser de Parménides) se convirtiese definitivamente en un devenir (Heráclito), tal como si se realizara matemáticamente la doctrina aristotélica que enseña que el infinito está siempre en camino de ser y existe tan sólo en potencia (*dinamei*) y no en acto (*energeia*). Sin embargo, esta apariencia es algo engañosa. Una sucesión convergente como la de las sumas parciales de la conocida serie de Leibniz

una interpretación estática de los números reales y del Análisis en el s. XIX. Los manuales contemporáneos consideran que una teoría abstracta y exacta de los números reales se remonta a los trabajos de Dedekind y Weierstraß[227]. Los métodos que éstos siguen son muy similares a los de Eudoxo. Sin embargo hay una diferencia esencial entre las propuestas de Eudoxo y las de Dedekind y Weierstraß[228].

$1/1-1/3+1/5-1/7+\ldots$ que converge a $\pi/4$, no se desarrolla como si fuera un proceso arbitrario, sin ley alguna que tenga que aceptarse ciegamente para encontrar paso a paso lo que produce; sino que está definitivamente fijada por una ley que asigna a cada número natural n el correspondiente valor aproximado; es decir, la enésima suma parcial. La clasificación de la infinidad de los números racionales en las tres clases I, II, III de una cortadura de Dedekind no se realiza tomando una por una las fracciones y asignándolas a su clase, sino de acuerdo con una ley. Así decimos que todos los números racionales con tal propiedad pertenecen a la clase I. Basta definir la clase I, para que las otras dos clases queden automáticamente definidas. Esta ley o propiedad fija exactamente el número real buscado.

227. Una función $f(x)$ es continua en $x=a$ si $f(x)$ converge a $f(a)$ cuando la variable x se aproxima a a. La noción de convergencia se define de la siguiente forma: para toda ε positiva debe existir una δ positiva de tal naturaleza que, para todos los números reales x que satisfacen la condición $a-\delta<x<a+\delta$, también debemos satisfacer $f(a)-\varepsilon<f(x)<f(a)+\varepsilon$. Nuestra definición se caracteriza por la aplicación ilimitada de los términos *existe* y *todo* no sólo a los números naturales sino también a los lugares del continuo; es decir, a las posibles sucesiones o conjuntos de números naturales. Esta es la esencia de la teoría de conjuntos. La teoría de conjuntos considera no sólo las sucesiones de números sino también la totalidad de todos sus subconjuntos como una colección cerrada de objetos que existen de suyo. En este sentido, la teoría de conjuntos se funda en un infinito actual real. Sin embargo, una vez aceptado esto, la estructura del Análisis adquiere una firmeza inquebrantable. El método de la teoría de conjuntos ha impregnado no sólo el Análisis sino también a la matemática primaria, como la teoría de los números naturales. Desde el punto de vista de la teoría de conjuntos, la sucesión de los números es un conjunto completo N, dentro del cual se define una transformación $n \rightarrow n'$ que correlaciona en forma única un elemento n' con todo elemento n del conjunto. El hecho de la existencia de transformaciones uno a uno de N sobre un subconjunto de N que no coincide con la totalidad de N, demuestra que N es un conjunto infinito. Por ejemplo, las correlaciones $n \rightarrow 2n$ o $n \rightarrow n^2$ tienen por efecto lo que acabamos de mencionar. La finitud de un conjunto sólo se establece al demostrar la imposibilidad de tales transformaciones.

228. Para establecer hechos generales que conciernen a la continuidad como los que nos sugiere la intuición se ha necesitado gran esfuerzo matemático. Tenemos varios ejemplos de esto: una función continua toma todos los valores intermedios, o que una curva cerrada plana sin puntos múltiples divide a su plano en dos regiones, o que un dominio bidimensional no puede transformarse en forma continua y uno a uno sobre un dominio de tres dimensiones. Además de todos estos teoremas que confirman nuestra intuición (la intuición no es refutada por la lógica), tenemos también hechos que el Análisis nos revela y que parecen contradecir la intuición: curvas continuas sin tangente en todos sus puntos o que llenan todo un cuadrado. Todo el trabajo del s. XIX desde

En el pensamiento matemático griego, los números reales son objetos dados como propiedades que pertenecen esencialmente al *espacio real*. Estos objetos son dados en términos de razones de magnitudes geométricas. Para los griegos lo esencial es poder describir las magnitudes geométricas en términos aritméticos para su manejo de forma rigurosa. En la matemática ha cambiado el papel de la geometría. Para Eudoxo los números reales eran objetos que se extraían del espacio físico. En la matemática moderna los números reales son más primitivos que la geometría. Esto es precisamente lo que permite construir diferentes tipos de geometrías.

Para todo tipo de geometría se parte de un concepto de número. Con el nacimiento de las geometrías analíticas de coordenadas, por medio de Descartes y Fermat en el s .XVII, se obtiene la posibilidad de definir otros tipos de geometría. La geometría se independiza del mundo de la percepción[229]. De forma paralela, la teoría de los números reales se vuelve abstracta. Este desarrollo de la teoría de los números reales es objeto principal de discusión entre dos escuelas de pensamiento matemático: intuicionista y logicista[230]. Las geometrías requieren ser lógicamente consistentes

Cauchy y Gauss hasta Weierstrass busca demostrar estas proposiciones con base en estos fundamentos.

229. Según lo que se ha apuntado un poco más arriba, para la teoría de conjuntos no hay diferencia fundamental de principio entre *infinito* y *finito*. En teoría de conjuntos, tal como fuera para Descartes, el *infinito* aparece incluso como algo mucho más natural que lo *finito*. Descartes sostenía que el concepto de lo *infinito* precede al concepto de lo *finito* (*Méditations métaphysiques*, tercera meditación, Oeuvres I, pp. 280-281. El axioma de magnitud de Euclides *el todo es mayor que la parte*, en esta forma definida, deja de ser válido para un conjunto infinito. Este hecho había sido advertido ya por Galileo (*Discorsi*, Opere, VIII, p. 79). Leibniz primero (*Math. Schriften* III, p. 536) y Bolzano posteriormente (*Paradoxien des Unendlichen*, 1851, § 20) advierten que el número, o conjunto, de todos los números trae consigo una contradicción si se le concibe como un todo completo. Dedekind ha elevado esta paradoja señalada por Bolzano al rasgo que define el infinito (*Was sind und was sollen die Zahlen?*, 1887).

230. Dedekind define que un conjunto C de números naturales es una cadena si, para todo número x contenido en C, su imagen $x' = x + 1$ también pertenece a C. Cualquier número natural se pueda alcanzar comenzando por 1, pasando a su imagen $1'(= 2)$, obteniendo por repetición $2'(= 3)$, y así sucesivamente. La expresión *y así sucesivamente*, lógicamente irreductible para el intuicionista Brouwer, pero que constituye la esencia de la sucesión de los naturales, la expresa Dedekind de la siguiente forma: toda cadena que contiene al 1 es idéntica con todo N. Por lo tanto, la inducción completa puede basarse en el uso transfinito de los conceptos de *todo* y *existe*; algo inaceptable para el intuicionismo de Brouwer y en parte de Weyl. Para Brouwer la expresión *y así sucesivamente* es lógicamente ireductible y se refiere al tiempo como la forma pura de la conciencia en la sucesión de los naturales. La interpretación lógica de Dedekind hace que la teoría de conjuntos elimine la separación entre las matemáticas y la lógica. Las investigaciones de

pero no precisan de una dependencia directa respecto del espacio físico de nuestra percepción sensible[231].

3. La discusión matemática y filosófica sobre el concepto de infinito en el Análisis superior: Hegel, Lagrange y Cauchy

3.1. *El programa de Lagrange y Cauchy como parámetros de la interpretación hegeliana*

El objetivo de Hegel no se limita a una discusión matemática interna sobre la posibilidad de eliminar el concepto de *infinito* del Análisis (concurso motivado por Lagrange en 1784 y propuesto oficialmente por la *Akademie der Wissenschaften zu Berlin*)[232]. Hegel conoce todas estas dis-

Dedekind, Frege y Rusell tratan de hacer de las matemáticas un residuo completo de la lógica. La cuestión de cuando un número natural n es menor que un número dado m, se decide en teoría de conjuntos por el siguiente criterio transfinito y puramente lógico: *si existe una cadena que contiene a* m *pero no a* n. La matemática intuicionista resuelve esto mediante un criterio aritmético finito: *si la enumeración de los números de* 1 *hasta* m *nos lleva a* n *antes de alcanzar* m. La definición conjuntista es posible una vez que hemos alcanzado el nivel de aplicación de *existe* en el que este término se refiere a conjuntos de números naturales.

231. Frege señala que sólo el pensamiento conceptual puede liberarse de las percepciones sensibles. Así, aceptamos, por ejemplo, un espacio de cuatro dimensiones o una medida de curvatura positiva. Estas consideraciones no son inútiles en absoluto. Sin embargo, se apartan completamente del terreno de la intuición. Frege señala que cuando echamos mano de la intuición, tratamos en cualquier caso con el espacio euclideo, porque es aquél de cuya estructura tenemos intuición. Pero entonces, comenta Frege, no se toma la estructura euclidea por lo que es, sino como símbolo de algo distinto: así llamamos recta o plano lo que se intuye curvo. Para el pensamiento conceptual se puede aceptar siempre el opuesto de este o aquel axioma, sin que uno entre en contradicciones consigo mismo, cuando deducimos conclusiones de las hipótesis contrarias a la intuición. Para Frege esto constituye una demostración de que los axiomas geométricos son independientes entre sí y de las leyes lógicas primitivas; esto es, que son sintéticos. (Frege, parágrafo 14 de *Los fundamentos de la aritmética*).

232. *Nouveaux Mémoires de l'Academie Royale des Sciencies et Belles-Lettres* (Berlín, 1784) 12f. M. Wolff comenta "Es heißt dort in Anspielung auf die bei vielen Mathematikern (Leibniz, Gerdil, Boscovich etc) verbreite Ansicht, daß der Begriff der "Unendlichen Größe" kontradiktorisch sei aufgrund des Archimedischen Prinzips, wonach, wenn eine Größe A gegeben ist, man stets eine Größe B angeben kann, die größer ist als A: "Es ist wohlbekannt, daß die höhere Mathematik fortgesetzt unendlich große und unendlich kleine Größen benutzt, nichtsdestoweniger haben die Geometer, und sogar die älteren Analysten, sorgfältig alles vermieden, was dem Unendlichen nahe-

cusiones. Sin embargo, sus análisis críticos se dirigen contra toda interpretación pitagórica (*pytagoräistische*) o platónica de los objetos abstractos. Hegel centra su crítica en la interpretación *platonizante* a toda posible teoría de conjuntos y series tanto dentro como fuera de las matemáticas.

La crítica de Lagrange a toda interpretación metafísica influye decisivamente en la interpretación hegeliana del cálculo infinitesimal. Una consecuencia fundamental de esta influencia es que Hegel adopta los métodos algebraicos desarrollados por Lagrange en el área del cálculo infinitesimal. Con todo, Hegel no abandona por completo las argumentaciones con valores límites. Su objetivo es introducir una interpretación filosófica (especulativa) con el fin de mantener los procesos de paso al límite (reconciliados con el aspecto algebraico subrayado por Lagrange). Una de las motivaciones de Hegel está guiada por la importancia que el concepto matemático de *límite* (asociado íntimamente al de relación) adopta en su sistema especulativo. La ambivalencia de la posición hegeliana se debe a una doble influencia. Esta doble influencia se aclara perfectamente desde el punto de vista de la investigación matemática: por una parte, de la recepción de Lagrange, y por otra, la toma de contacto con la teoría de los límites de Cauchy.

Entre 1812 y 1832, años en los que aparecen la primera y la segunda edición del primer volumen de la *Wissenschaft der Logik*, se dan a conocer los principales trabajos de Cauchy sobre los principios fundamentales del Análisis. Entre los trabajos de Cauchy publicados en estos años figuran dos de sus obras principales: *Cours d'analyse* de 1821 y *Résumé des lecons sur le calcul infinitesimal* de 1823. Los trabajos de Cauchy suponen la primera reforma rigurosa del Análisis en el s. XIX[233]. Hegel analiza con especial detenimiento los intentos contemporáneos de fundamentación

kommt; auch einige moderne Analysten meinen, daß die Termini des Ausdrucks "unendlich Größe" einander wiedersprechen.-Die Akademie hofft deshalb, daß erklärt werden kann, wie so viele wahre Lehrsätze aus einer kontradiktorischen Annahme hergeleitet werden konnten, und daß ein Prinzip entworfen werden kann, welches sicher, klar und-in einem Wort-wahrhaft mathematisch ist und welches in geeigneter Weise für "das Unendliche" substituirt werden kann". Hegel está al tanto de la pregunta de la academia y del resultado fracasado, tal como se puede testimoniar ya en la lógica de Jena. *Jenaer Systementwürfen* de 1804/05. "das Unendlichkleine soll nicht nichts sein und doch keine Größe mehr haben. Nach hundert Jahren des Gebrauchs dieses Begriffs ist es zu einer Preisaufgebe gemacht worden, ob er wirklich einen Sinn habe, und man sieht, daß die Beantwortungen über ihn nicht im klaren gewesen sind". 7,18.13-17.

233. LAKATOS, I. *Unendlicher Regreß und Grundlagen der Mathematik*, Mathematik, empirische Wissenschaft und Erkenntnistheorie, Philosophische Schriften, Band 2 (Braunschweig/Wiesbaden, 1982), 10.

matemática. Con especial atención sigue los desarrollos y discusiones en el área del Análisis. La segunda edición del tomo primero de la *Wissenschaft der Logik* contiene incluso una toma de posición frente a la doctrina de Cauchy[234]. En la primera edición de la *Wissenschaft der Logik* podemos ya notar una cierta toma de contacto con la teoría de los límites de Cauchy.

Tanto Hegel como Cauchy tienen en cuenta el programa propuesto por Lagrange. La diferencia entre ambos reside en el modo en que éstos se apartan del programa propuesto por éste. La fuente de Hegel respecto a Cauchy se encuentra en las dos recensiones que sobre el programa de Cauchy lleva a cabo E. H. Dirksen. De estas dos recensiones podemos encontrar rastros y referencias en la segunda edición de la *Wissenschaft der Logik*. Uno de los resultados básicos del contacto de Hegel con las obras de Cauchy es la critica a la definición de derivada en el sentido de Lagrange[235].

Cauchy rechaza el álgebra como base de la demostración matemática[236]. Cauchy se niega a tomar el álgebra como una generalización de

234. En la obra de Antonio Moretto *Hegel e la matematica dell'infinito* (Trento, 1984) p. 54, no se tiene en cuenta la toma de contacto de Hegel con Cauchy por la sencilla razón de que en la primera edición del tomo primero no se hace mención directa y explícita de Cauchy. Hay que añadir que Moretto toma únicamente contacto de vez en cuando con la segunda edición de la *Wissenschaft der Logik*. En una obra posterior de Moretto *Questioni di filosofia della matematica nella Scienza della Logica di Hegel* (Trento 1988) rectifica su posición. Allí podemos leer: *Nell'edizione del 1812 Hegel si era riferito in modo particolare a L'Huilier, che invece nella redazione del 1831 non viene nominato. Poiché in questa redazione Hegel prende in considerazione l'articolo di Dirksen, contenente una recensione del Résumé di Cauchy, ove sono riportare varie importanti definizioni di Cauchy, tra cui quella del limite e della derivata, è naturale porsi la domanda se la critica di Hegel sia rivolta proprio a Cauchy*. En su observación se refiere literalmente Moretto al artículo de M. Wolff, *Hegel und Cauchy. Eine Untersuchung zur Philosophie und Geschichte der Mathematik*, in Hegels Philosophie der Natur, hrsg. v. R. P. Horstmann u M. J. Petry, Stuttgart 1986, pp. 197-263. Hay también que decir en contra de B. Russell que Hegel no pertenece a esa clase de pensadores del s. XIX que tomaran el cálculo infinitesimal como escusa para desarrollar sus intereses metafísico-especulativos. Russell no tiene para nada en cuenta que Hegel es un pensador que está al tanto del curso investigador de la matemática de su tiempo y sobre todo que ha tomado conocimiento de la reforma iniciada por Cauchy. Sobre estas observaciones ver la obra *Introduction to Mathematical Philosophy*. London, 1970 p.107.

235. WdL 5, p. 356.

236. CAUCHY, A. L., *Cours d'analyse*, *Oeuvres complètes*, Reihe 2, Band 3 (Paris, 1897) II-III (la traducción alemana que se sigue en esta cita procede de la edición de C. L. B. HUZLER, A. L. *Cauchy's Lehrbuch der algebraischen Analysis* [Königsberg 1828]). "Was die Methode anbelangt, so habe ich ihr dieselbe Strenge zu verschaffen gesucht, welche in der Geometrie gefordert wird, so daß ich niemals zu Beweisgründen meine Zuflucht genommen habe, die von der Allgemeinheit der Algebra entlehnt sind. Beweisgründe dieser Art, obgleich man sie gewöhnlich, und besonders beim Übergange von den reellen Größen zu den imaginären Ausdrücken zuläßt, dürfen meiner Meinung nach nur als Induktionen angesehen werden, welche zuweilen die Wahrheit

expresiones que deben permanecer válidas bajo cualquier interpretación de sus variables. Esto significa, que verdades válidas para los números reales son también generalizables para los complejos, o bien, que verdades válidas para cantidades finitas son igualmente extensibles para las infinitas, o bien, que verdades para series convergentes son igualmente aplicables para series divergentes[237]. El ataque de Cauchy contra las falsas generalizaciones del álgebra tienen como punto de mira, en primer lugar, los trabajos de Lagrange.

Joseph Louis Lagrange emprende sus trabajos de fundamentación del cálculo infinitesimal en 1772 con un artículo[238]. Pero es sobre todo su *Théorie des fonctions analytiques* que publica en 1797 la que tiene una importancia capital en nuestra discusión[239]. Hegel sitúa a Lagrange, junto a Landen, entre los matemáticos que quieren eliminar el concepto de *infinito* del cálculo infinitesimal[240].

Allí desarrolla Lagrange la idea de definir la derivada de una función f en el punto x, como el cociente de h en el desarrollo en serie de potencias de h de la función $f(x+h)$. Hegel alaba el método de Lagrange por haber retomado el método original de las series de Newton[241]. Hegel contempla en la *determinación de potencia* empleada por Lagrange la culminación de los métodos antiguos al mismo tiempo que la verdadera determinación teórica del cálculo infinitesimal.

erraten lassen, sich jedoch mit der so gerühmten Strenge der mathematischen Wissenschaft wenig vertragen. Es muß sogar bemerkt werden, daß dergleichen Induktionen dahin streben, den algebreischen Formeln eine unbegrenzte Ausdehnung zu geben, während der größte Teil derselben, genauer betrachtet, nur unter gewissen Bedingungen und für gewisse Werte der in ihnen enthaltenen Größen stattfindet. Indem ich diese Bedingungen und Werte, sowie auch die Bedeutung der Zeichen, denen ich mich bediene, genau bestimmte, hebe ich alle Ungewißheit auf; und die verschiedenen Formeln bieten alsdann nur noch Relationen zwischen den reellen Größen dar; Relationen, welche man stets durch Substitution von Zahlen für die Größen selbst, mit Leichtigkeit zu prüfen vermag".

237. Este rechazo se puede presentar hoy día como una trivialidad, sin embargo, en la época en que Cauchy publica sus ideas representó ser revolucionario. H. Freudenthal, "Cauchy, Augustin Louis", *Dictionary of Scientific Biografy*, ed. C.C.Gillispie,3 (New York, 1971) 135 f.

238. Nouv.Mém.de l'Acad. de Berlin, 1772, pub. 1774, *Oeuvres*, 3 , 441-476.

239. 1797; 2ed., 1813, *Oeuvres*, 9.

240. "Mehrere haben versucht, den Begriff des Unendlichen ganz zu entbehren und ohne ihn das zu leisten, was an den Gebrauch desselben gebunden shien". WdL 5, p. 305.

241. "Lagrange hat bekanntlich die ursprüngliche Methode Newtons, die Methode der Reihen,...". WdL 5, p. 311.

Sin embargo, este procedimiento algebraico de Lagrange, que elimina el concepto de límite, presenta dos problemas fundamentales. El primero, es el de la convergencia de los desarrollos en series de potencias. El segundo, es la igualdad de estos desarrollos a la función $f(x+h)$. En esta obra de Lagrange aparece, por vez primera, el teorema del valor medio para funciones derivables, así como la primera expresión para el resto en la fórmula de Taylor: expresión de Lagrange del resto.

Lagrange tenía la esperanza de conseguir para el cálculo una fundamentación unificada mediante el álgebra. Con este fin introduce una doctrina completa de series que fundaría el cálculo diferencial e integral. Lagrange parte de la idea de que toda expresión analítica de una función es expresable mediante un sencillo desarrollo como serie de potencias (tesis fundamental de Lagrange)[242]. Según Lagrange toda función analítica se puede desarrollar, de acuerdo con un simple procedimiento, en una serie de potencia. De aquí deduce Lagrange, de forma general, que el cálculo diferencial consiste en encontrar para una función dada $f(x)$ y sustituyendo la variable x por $x+h$ (h puede ser cualquier magnitud) y del desarrollo $f(x+h)=f(x)+ph+qh^2+rh^3+\ldots$ a las funciones $p,q,r,\ldots$. Estas funciones son las funciones derivadas de x de $f(x)$.

La primera función derivada $f'(x)$ es definida por Lagrange como p. La segunda función derivada $f''(x)$ se define como la derivada de p. El significado de la segunda derivada lo obtiene Lagrange como coeficiente de h en el desarrollo de $p(x+h)$. La tercera derivada $f'''(x)$ de $f(x)$ es la correspondiente derivada de q, y así sucesivamente. Lagrange muestra posteriormente que las funciones derivadas $f'(x), f''(x), f'''(x)$,..., etc, son los coeficientes de los términos de una serie de Taylor. Lagrange deduce entonces la validez de la expresión $f(x+h)=f(x)+f'(x)h+f''(x)\left(h^2/1\cdot 2\right)+f'''(x)\left(h^3/1\cdot 2\cdot 3\right)+\ldots$.

Lagrange quiere poner de relieve con la introducción de su método muchas más ventajas. Una de las ventajas residiría en transformar la serie de potencias como una serie de Taylor.

242. LAGRANGE, J. L., *Théorie des fonctions analytiques*, Paris, 1797; Nouvelle edition, révue et augmentée par l'Auteur, Paris 1813) I,1;s.*Oeuvres* de Lagrange, 9 Paris, 1881) 22.

Lagrange fundamenta esta proposición en loc. cit.I, 1 und 2. La fundamentación se puede resumir de la siguiente forma: Lagrange muestra en I, 1 que en la ecuación (1) $f(x+h)=f(x)+ph+qh^2+rh^3+\ldots$ sólo pueden presentarse potencias enteras positivas. La razón que aporta es que las potencias descompuestas no son unívocas con lo que introducirían funciones igualmente no unívocas. Ahora en I, 2 argumenta:

Si en (1) h es sustituida por $h+k$, se obtiene

(2) $f(x+h+k)=f(x)+hp+h^2q+h^3r+\ldots$

$+kp+2hkq+3h^2kr+\ldots$;

Si además en (1) sustituimos x por $x+k$, se obtendría

(3) $f(x+h+k)=f(x+k)+hp(x+k)+h^2q(x+k)+\ldots$

Tanto la ecuación (2) como la (3) expresan lo mismo.

A continuación se desarrolla:

(a) $f(x+k)=f(x)+kf_1(x)+\ldots$

(b) $p(x+k)=p(x)+kp_1(x)+\ldots$

(c) $q(x+k)=q(x)+kq_1(x)+\ldots$

...

Por medio de la introducción de (a),(b),(c) etc. en (3) se obtiene:

(4) $f(x+h+k)=f(x)+hp+h^2q+h^3r+\ldots$

$+kf_1(x)+hkp_1(x)+h^2kq_1(x)\ldots$

De la comparación entre las ecuaciones (2) y (4) se obtienen las siguientes relaciones:

(5) $p=f_1(x), q=\frac{1}{2}p_1(x), r=\frac{1}{3}q_1(x),\ldots$

Lagrange observa que q puede obtenerse de p de la misma forma que p de $f(x)$. De la manera correspondiente se obtienen los coeficientes $r,s\ldots$ en (1). Lagrange menciona que $f_1(x)$ es la primera derivada de $f(x)$ y la define por medio de $f'(x)$. La función $f'(x)$ es el primer coeficiente p en (1) y no un cociente diferencial obtenido por medio de un paso al límite. La función $f'(x)$ tiene, igualmente, una derivada pri-

mera $f''(x)$ etc. Las relaciones de la expresión (5) se constituyen de la manera siguiente:

(6) $p = f'(x), q = f''(x)(1/1 \cdot 2), r = f'''(x)(1/1 \cdot 2 \cdot 3), \ldots$.

De aquí se obtiene, por sustitución en la ecuación (1) $f(x+h) = f(x) + ph + qh^2 + rh^3 + \ldots$ la denominada serie de Taylor

(1') $f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)(h^2/1 \cdot 2) + f'''(x)(h^3/1 \cdot 2 \cdot 3) + \ldots$

Lagrange muestra por este método la forma en que los términos de la serie dependen unos de los otros. Pero la ventaja fundamental del método de Lagrange es que una vez que se aporta la primera función derivada de una cantidad originaria también podemos, a partir de ella, exponer todas las funciones derivadas de todo el resto de la serie[243] Lagrange afirma que todo el que conoce el cálculo diferencial observará de forma simple que las derivadas $f'(x), f''(x), f'''(x)$ etc., tomadas con respecto a x coinciden con los valores de las expresiones dy/dx, d^2y/dx^2, d^3y/dx^3 etc,. (Ibid., 33). Lagrange quiere demostrar que con su método el cálculo diferencial no es otra cosa que un cálculo con funciones primitivas y derivadas para el que no precisamos del concepto de lo *infinitesimal* ni la teoría del límite (Ibid., 16).

El objetivo último que persigue Lagrange con el tratamiento puramente algebraico del cálculo es eliminar toda *teoría metafísica* de fundamentación[244]. Lagrange entiende que la ventaja fundamental de su método se encuentra en lo que él mismo denominó *Teorema fundamental de su teoría*. Este teorema elimina toda *interpretación metafísica*. Lagrange justifica con este teorema el paso desde las funciones primitivas a las derivadas despreciando términos de la serie.

La serie $f(x) + ph + qh^2 + rh^3 \ldots$, se basa en el desarrollo de $f(x+h)$. En este desarrollo podemos tomar h siempre tan pequeña que cualquier término de la serie sea mayor a la suma de todos los posteriores. Este término será mayor conforme h adquiera valores cada vez más pequeños (Ibid., 28). Esto es lo que Lagrange denomina tercer aspecto de su teorema fundamental en su doctrina (Ibid., 29). Este teorema justifica,

243. *Théorie des fonctions analytiques*. I,2 loc.cit. (*OEuvres* de Lagrange, 9) 33.

244. *Ouvres* de Lagrange, 3 (Paris 1869), 443.

según la doctrina de Lagrange, que el resto de términos de la serie puedan despreciarse en el paso de las funciones primitivas a las derivadas. Estos términos contienen potencias superiores de h, razón por la que Lagrange admite que los términos puedan tornarse arbitrariamente pequeños.

3.2. *Análisis hegeliano de las dificultades de Lagrange*

El punto fundamental en el programa de algebraización del cálculo es el método de las series de Lagrange. La crítica de Hegel al teorema fundamental de Lagrange se asemeja a la crítica que realiza Cauchy del mismo teorema. La crítica de Hegel se contiene en la primera edición de la *Wissenschaft der Logik*.

La justificación lagrangiana de la derivada mediante su teorema fundamental envuelve las mismas dificultades que con él se pretendían resolver. Lagrange señala como justificación que podamos despreciar el resto de términos de una serie mediante la consideración de su relativa pequeñez. Esta explicación vuelve a introducir implícitamente el concepto de límite. Sin embargo, esto es precisamente lo que Lagrange buscaba eliminar con su método: el concepto de límite. La inconsistencia del procedimiento de Lagrange hace que sus seguidores intenten exponer los principios del cálculo diferencial y de sus aplicaciones sin recurrir al método de las series[245].

En el *Acta Eruditorum* de 1694 tenemos la igualdad siguiente: $\int ndz = nz - dn\frac{z^2}{1.2.dz} + d^2n\frac{z^3}{1.2.3.dz^2} + \ldots,$ en los manuales contemporáneos su tratamiento es como sigue: $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''\frac{(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots,$ que es lo que conocemos como serie o desarrollo de Taylor. Los trabajos del británico Brook Taylor datan de 1715. Colin Maclaurin realiza en esta línea trabajos sobre este tipo de desarrollos cincuenta años después de Jean Bernoulli, que

245. *Résumé des lecons sur le calcul infinitésimal*. *Oeuvres complétes*, Reihe 2, Band 4, Avertissement, 10.

hacen que el caso $a = 0$ en la serie lleve en nuestros manuales actuales su nombre.

El objetivo de Brook Taylor en su obra *Methodus Incrementorum Directa et Inversa* (1715) era aclarar los conceptos fundamentales sobre el cálculo infinitesimal. Taylor, sin embargo, se limita a trabajar con funciones algebraicas y ecuaciones diferenciales algebraicas. Este tipo de funciones permiten considerar siempre incrementos finitos. El principal problema es la imprecisión con la que Taylor trata la transición de estos incrementos finitos a fluxiones. Este trabajo de Taylor no encuentra eco entre sus contemporáneos, ya que la tradición inglesa trataba de relacionar el cálculo infinitesimal con la geometría de los antiguos (tal como Newton en los *Principia*). La relevancia del método de Taylor proviene de su recepción por parte de Lagrange. La exposición de Taylor se basa en las diferencias finitas de tipo aritmético. La tradición de la matemática británica, centrada en la relación del cálculo con la geometría y su conexión inmediata con la noción de velocidad (Newton) dieron poca importancia al enfoque de Taylor.

La oscuridad y el fracaso de los intentos del s .XVIII por encontrar un fundamento seguro para el cálculo infinitesimal se puede apreciar en la obra de Thomas Simpson *A New Treatise of Fluxions* (1737)[246]. La crítica de George Berkeley al cálculo infinitesimal para defender los misterios de la religión frente a la amenaza mecanicista y determinista, provoca un profundo revisionismo crítico de los procedimientos lógicos del cálculo por parte de los matemáticos. Berkeley señala que los matemáticos estaban procediendo inductivamente sin aportar la lógica de sus pasos. En 1734 publica Berkeley *The Analyst, Or A Discourse Addressed to an Infidel Mathematician. Wherein It is axamied wheder the Objet, Principels and inferences of the modern Analysis are more distinctly conceived, or more evidently deduced, than Religious Mysteries and Points of Faith. "First*

246. Simpson define la fluxión como la magnitud en la que cualquier cantidad fluyente sería uniformemente incrementada en una porción dada de tiempo con la celeridad generadora en una posición o instante dados (si permaneciese invariable desde entonces). Esta sería la fluxión de dicha cantidad en esa posición o instante. Simpson afirma que la derivada es $(dy/dx)\Delta t$. El matemático francés Michel Rolle había llegado al convencimiento de que el cálculo infinitesimal no era más que una colección de falacias ingeniosas.

cast out The beam out of thine Eye; and then shal thou see clearly to cast out the mote of thy brother's Eye[247].

No tenemos certeza de que Hegel conociera la aguda crítica de Berkeley en el *The Analyst* al cálculo con magnitudes infinitesimales. Lo más probable es que Hegel desconociese este trabajo, ya que no existe ni siquiera una referencia indirecta a él en sus escritos. Hegel, sin embargo, no comparte la eliminación absoluta del concepto de infinito. En este sentido se aparta claramente del pensamiento radicalmente empirista de Hume.

Rápidamente se hace pública una réplica al *The Analyst*. James Jurin escribe una replica contra Berkeley en 1734 *Gometry, No Friend to Infidelity*. En este trabajo mantiene Jurin que las fluxiones son claras para aquellos que son entendidos en la geometría. Jurin intenta a continuación explicar los momentos y las fluxiones de Newton. Así por ejemplo define el límite de una cantidad variable como cierta cantidad determinada a la que la cantidad variable se supone que se aproxima continuamente estando más cerca de ella que cualquier diferencia dada. Pero a continuación añadía que la magnitud se aproximaba sin sobrepasarla nunca. Esta definición es aplicada por Jurin a una razón variable, al cociente incremental. La respuesta de Berkeley se contiene en el escrito titulado *A Defense of Freethinking in Mathematics* (1735)[248]. Berkeley replica que Jurin intenta defender lo que no comprende. La respuesta de Jurin no es esclarecedora de la cuestión.

En la discusión entra a participar Benjamin Robins con artículos, pero sobre todo con un libro *A Discourse Concerning the Nature and Certainty of Isaac Newton's Method of Fluxions and Prime and Ultimate Rations*. 1735. Robins daja de lado los *momentos* del primer artículo de Newton y subraya la importancia de las fluxiones y de las razones primeras y últimas. Proporciona la siguiente definición de límite: Definimos un límite como una magnitud última, a la cual una magnitud variable se puede acercar con cualquier grado de aproximación, aunque pueda no llegar a hacerse totalmente igual a ella.

La posición de Robins es que las fluxiones constituyen la idea correcta, mientras que las razones primeras y últimas significaban únicamente

247. BERKELEY, G., *The Works*, G.Bell and Sons, 1898, vol.3, 1-51. En el texto el infiel se refiere al astrónomo Edmond Halley.

248. BERKELEY, G., *The Works*, G.Bell and Sons, 1898, vol.3,53-89.

una explicación. Robins afirma que para establecer el método de fluxiones no se requiere el concepto de límite. Sin embargo, por otro lado, aporta una explicación en términos de variables que se aproximan a un límite para rechazar el concepto de lo infinitesimal.

También Colin Maclaurin argumenta contra Berkeley en su *Treatise of Fluxions* de 1742. Maclaurin intenta fundamentar las fluxiones en la geometría de los griegos y en el método de exhaución. Con la utilización del método de exhaución, tal como lo emplea Arquímedes, guarda Maclaurin la esperanza de poder evitar el concepto de límite. El resultado de su exposición geométrica fué que muchos de los matemáticos se disuadieron de la necesidad de utilizar hábilmente la geometría abandonando el Análisis.

La obra entera de Lagrange debe interpretarse como una continua toma de postura frente a esta tradición. El ambicioso proyecto de su obra tiene por objeto resolver las discusiones brevemente descritas. En la obra de Lagrange aparecen, por vez primera, expresiones tales como función derivada f' para la derivada de la función f. En el subtítulo de la obra se revela el ambicioso proyecto de Lagrange: *Conteniendo los principales teoremas del cálculo diferencial sin hacer uso de lo infinitamente pequeño, ni de cantidades evanescentes ni de límites o fluxiones, y reducido al arte del análisis algebraico de cantidades finitas*.

Lagrange critica el cálculo de Newton en lo que se refiere a la razón de límite del arco de cuerda. Newton considera iguales el arco y la cuerda, no antes o después de desvanecerse, sino cuando se desvanecen. Lagrange comenta que este método tiene el inconveniente de considerar cantidades en el estado en que, por así decirlo, cesan de ser cantidades. Lagrange argumenta que, aunque siempre podamos concebir correctamente las razones de dos cantidades mientras ellas permanecen finitas, la mente no se hace una idea clara y precisa de esa razón cuando sus términos se convierten, ambos al mismo tiempo, en nada. Esta observación crítica de Lagrange es recogida por Hegel[249]. Lagrange quiere con esta argumentación eliminar los conceptos de límites y de relaciones últimas.

249. "Lagrange urteilt über die Vorstellung der Grenzen oder letzten Verhältnisse, daß, wenn man gleich sehr gut das Verhältnis zweier Größen sich vorstellen könne, solange sie endlich bleiben, so gebe dies Verhältnis dem Verstande keinen deutlichen und bestimmten Begriff, sobald seine Glieder zugleich Null werden". WdL 5, p. 303-304.

Hegel replica que, en efecto, el entendimiento debe pasar por admitir este aspecto puramente negativo señalado por Lagrange[250]. Ahora bien, continua Hegel, no para deternerse en este resultado, sino para demostrar lo positivo del mismo; a saber, que los términos cuantitativos de la relación son ceros, en cuanto a la cantidad (no en cuanto a la cualidad que definen la *Grenze*)[251]. La superación de la dimensión negativa, el resultado de la contradicción, no es la nada, sino la relación como *momentos cualitativos*.

Lagrange argumenta fundamentalmente contra el tratado de Maclaurin *Treatise of Fluxions*. Frente a Maclaurin afirma Lagrange que es difícil justificar el método de fluxiones. Muestra igualmente su insatisfacción frente a las doctrinas de Leibniz y Bernoulli[252] de los ceros relativamente pequeños y los infinitesimales. Rechaza también la doctrina de los ceros absolutos de Euler. Sobre éstos comenta que, aunque en realidad son correctos, no son lo suficientemente claros como para servir de fundamento a una ciencia cuya certeza debe reposar en su propia evidencia.

El primer libro de texto sobre el cálculo se debe a Guillaume. F.A.L'Hopital, titulado *Analyse des infinitesiment petits*. Este trabajo es un compendio de las doctrinas de Leibniz y Bernoulli. En este tratado se concibe una curva como formada por trozos rectos de una longitud infinitesimal. *Postulado: Supondremos que una línea curva puede ser considerada como el agregado de un número infinito de líneas infinitamente pequeñas, o (lo que es lo mismo) como un polígono con un número infinito de lados, cada uno de ellos de longitud infinitesimal, que determinan la curvatura de las líneas por los ángulos entre estos lados*[253]. La posición de L'Hopital, siguiendo el pensamiento de las mónadas de Leibniz, defiende un universo discreto. En esta obra existe un procedimiento para calcular el límite al que se aproxima una fracción cuyo numerador y denominador se aproximan a cero. Este resultado, que se debe a Jean Bernoulli, se conoce en los manuales contemporáneos como regla de L'Hopital.

250. "In der Tat muß der Verstand über diese bloß negative Seite, daß die Verhältnisglieder Nullen als Quanta sind,...". WdL 5, p. 304.

251. "Hinausgehen und sie positiv, als qualitative Momente auffassen". WdL 5, p. 304.

252. Los hermanos Jacques y Jean Bernoulli, discípulos de Leibniz, son las figuras más importantes de comienzos del s .XVIII. Jacques Bernoulli estudia las ecuaciones diferenciales del tipo $y' + p(x)y = q(x)y^n$, que en los manuales contemporáneos llevan su nombre.

253. STRUIK DIRK, J., *A Concise History of Mathematics*, New York, Dover, 1948. p. 314.

El primer gran debate sobre la fundamentación lógica del cálculo se produce en la *Académie des Sciences* de París a principios del s .XVIII. Michel Rolle ataca la contradicción ontológica que supone el comportamiento patológico defendido por L. Euler. Euler defiende que aquellas cantidades infinitesimales algunas veces deben ser cantidades diferentes de cero, y otras, deben ser tomadas por cero. Euler se fija, sin más, en una descripción fenomenológica del procedimiento de paso al límite renunciando a la fundamentación de la naturaleza ontológica de las magnitudes. La lógica, sin embargo, repudia el comportamiento patológico de semejantes magnitudes por enfrentarse a uno de sus principios fundamentales: el principio de tercio excluso. Desde este principio el cálculo no tiene fundamento. Rolle, además de criticar la interpretación de Euler, propone el teorema que lleva su nombre: entre dos ceros consecutivos de una función, su derivada necesariamente se anula.

3.3. *La revisión crítica de Lagrange frente a los trabajos de Euler*

El pensador clave del s. XVIII, después de los hermanos Bernoulli, en relación con el cálculo y toda la matemática es Leonard Euler. Newton y Leibniz son considerados como los fundadores del cálculo. Euler es considerado como el fundador del Análisis: rama de la matemática que engloba y abarca los métodos infinitesimales del cálculo diferencial e integral.

Sus obras principales *Introductio in analysin infinitorum* (1748), *Institutiones Calculi differentialis* (1755) e *Institutiones Calculi integralis* (1768-70) instauran una nueva disciplina. En su trabajo *Introductio in analisin infinitorum* (1748), Euler situa a la función como el objeto de estudio del Análisis. Euler sistematiza los trabajos de sus antecesores sobre las funciones elementales. Estas funciones son introducidas sin recurrir al cálculo diferencial e integral y evitando los argumentos geométricos en favor de los analíticos (teoría numérica o de funciones). En lo que se refiere a esta cuestión encontramos la relación entre las funciones trigonométricas y la exponencial por medio de los números complejos.

Sobre el cálculo diferencial lleva a cabo una segunda obra dentro de su trilogía. En *Institutiones Calculi differentialis* adopta la diferencial y la interpreta como diferencia introduciendo un cambio en el cálculo de

Leibniz. Este cambio hace aproximar su interpretación del diferencial a la interpretación de los incrementos evanescentes de Newton.

Desde el punto de vista de su comportamiento, las cantidades infinitesimales son cero, o son aquellas que terminarían siendo cero. Estas cantidades son además susceptibles de tener cocientes unas con otras. Estos cocientes, que en principio son $\frac{0}{0}$, pueden representar en principio una cantidad finita perfectamente determinada. Así los diferenciales dx, dy son importantes en cuanto definen un cociente $\frac{dy}{dx}$ que puede ser determinado. La determinación surge, en sentido hegeliano, de la desaparición de las magnitudes tal como lo expresa $\frac{0}{0}$, para permanecer la pura relación $\frac{dy}{dx}$: (la nada de la reflexión en Hegel). En el paso no hay nada que pase ni nada que deba ser ya pensado (equivalencia de pasado-pensado en Hegel). La síntesis del diferencial de Leibniz con la interpretación de Newton conduce a una buena aproximación de lo que significa el cálculo en el sistema de Hegel. Euler es el que lleva a cabo esta síntesis proponiendo un método para determinar este cociente $\frac{0}{0}$ cuando los incrementos se desvanecen.

Así comenta en sus *Institutiones calculi differentialis*: *[...] un método para determinar la proporción de los incrementos evanescentes, estos que las funciones toman cuando la variable de la función se modifica por uno de tales incrementos*[254]. Con Euler se introduce el cociente de incrementos $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$. Esto es lo que da origen a la derivada de una función, sustituyendo a las diferenciales dy, dx, que ocupaban un puesto fundamental en el cálculo de Leibniz.

La introducción de la derivada implica un cambio en el concepto de función. La función se pensaba como una relación entre las variables x,

254. Bos, H. J., *Newton, Leibniz and the Leibnizian Tradition*, From the Calculus to set Theory, 1630-1910, ed. I. Grattan-Guiness, loc. Cit., p. 67.

y, por lo que los conceptos básicos serían en tal caso los diferenciales dy, dx. Cuando la función empieza a pensarse como una aplicación que a un número x, asocia otro $f(x)$, el concepto básico es la derivada. La primera concepción correspondía a Leibniz. La nueva perspectiva a Euler en la síntesis con los conceptos newtonianos. Euler empieza por ello a escribir $f(x)$ para denotar una función de la variable x, con lo que pone de relieve la asociación entre x y el valor que a x le asigna la función $f(x)$. Con este cambio se aproxima Euler a introducir el concepto de límite al cálculo diferencial de Leibniz.

La última obra de la trilogía de Euler está dedicada al cálculo integral *Institutiones calculi integralis*. Euler interpreta éste como la explícita operación inversa de la diferenciación. La integración pierde el carácter autónomo que Leibniz le había otorgado por considerarla como una suma de infinitésimos.

La postura de Euler se caracteriza por un rechazo de la geometría como base del cálculo infinitesimal. Desde aquí, sustituye todo el procedimiento geométrico por un análisis de funciones tratadas desde un aspecto puramente formal, esto es, razonando desde una representación algebraica o analítica. Euler en sus *Institutiones* de 1755 rechaza el concepto de infinitesimal como una cantidad menor que cualquier cantidad fijada y sin embargo no nula. Así sostiene que cualquier cantidad puede disminuirse hasta tal punto que se anule completamente y desaparezca. Pero una cantidad infinitamente pequeña no es otra cosa que una cantidad evanescente y, por tanto, ella misma ha de ser igual a 0. Ello está también en armonía con esa definición de cosas infinitamente pequeñas según la cual se dice que son menores que cualquier cantidad fijada; ciertamente, debería ser nula, pues si no fuese igual a 0 se le podría asignar una cantidad igual, lo que es contrario a la hipótesis[255]. En el capítulo tercero de sus *Institu-*

255. EULER, L., *Opera Omnia*, (1), 10, 69. G.Teubner y Orell Füssli, 1911. Euler intenta explicar como dy/dx, que para él es $0/0$, podía ser igual a un número bien definido sin referirse a las diferenciales. El procedimiento de Euler es el siguiente: Dado que para cualquier número n se tiene que $n \cdot 0 = 0$, entonces $n = 0/0$, con lo que la derivada es simplemente un método útil para determinar $0/0$. Para justificar que $(dx)^2$ en presencia de dx se puede despreciar, afirma Euler que $(dx)^2$ se anula antes que lo haga dx. Así, por ejemplo, la razón de $dx + (dx)^2$ a dx es igual a 1. Euler acepta ∞ como número, como la suma de $1 + 2 + \ldots$, y también distingue órdenes de ∞. Así, $a/0 = 0$, pero $a/(dx)^2$ es un infinito de segundo orden, y así suce-

tiones, se encuentran razonamientos con el fin de desterrar las diferenciales de su misterio oculto, que es lo que producía las sospechas sobre el cálculo infinitesimal[256]. El enfoque formalista de Euler contribuye a la liberación del cálculo infinitesimal de la geometría para basarlo en la aritmética y en el álgebra. Este paso prepara una justificación final del cálculo infinitesimal sobre la base del sistema de los números reales.

La propuesta de Lagrange es introducir el rigor en sus demostraciones al modo de los antiguos griegos[257]. Hegel reconoce en este proyecto una expresión que introduce por vez primera el método de Lagrange (*Ausdrücke von Lagrange*)[258]. Los analíticos anteriores a Lagrange, comenta Hegel, tenían pocos escrúpulos en reconducir el cálculo del infinito a la evidencia[259]. Para Hegel, es mérito de Lagrange, el haber querido introdu-

sivamente. Euler procede a obtener la derivada de $y = x^2$ como sigue: Da a x un incremento ω; el correspondiente incremento de y es $\eta = 2x\omega + \varpi^2$ donde la razón η/ω tiene el valor $2x + \omega$. Euler afirma entonces que esta razón se aproxima tanto más a $2x$ cuanto más pequeño se toma ω, poniendo de relieve que estas diferenciales η y ω son cero absolutamente y que no se puede deducir de ellas otra cosa que su razón mutua. La razón mutua se reduce al final a una cantidad finita. Euler acepta que existen cantidades que son de manera absoluta cero, pero cuyas razones son números finitos.

256. Como ejemplo adicional de los razonamientos de Euler tenemos la consideración de la derivación de la diferencial de $y = \log x$, expuesta por Euler en la sección 180 de sus *Institutiones* de 1775. Reemplaza x por $x + dx$ y obtiene $dy = \log(x + dx) - \log x = \log\left(1 + \frac{dx}{x}\right)$. Euler se apoya aquí en un resultado del capítulo séptimo del volumen primero de su *Introductio* de 1748. Apelando a él como $\log_e(1+z) = z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \ldots$. Euler procede entonces reemplazando x por dx/x, de donde obtiene $dy = \frac{dx}{x} - \frac{dx^2}{2x^2} + \frac{dx^3}{3x^3} - \ldots$. Euler observa que como todos los términos después del primero son evanescentes, tenemos que $d(\log x) = \frac{dx}{x}$.

257. “Es wird sich demnach nur um die Bemühung handeln, die Strenge der Beweise der Alten zu erreichen”. WdL 5, p. 305.

258. WdL 5, p. 305.

259. “Die älteren Analytiker machten sich hierüber weniger Skrupel; aber die Bemühungen der Neuren gingen vornehmlich dahin, den Kalkül des Unendlichen zur Evidenz der eigentlich

cir el rigor de las demostraciones de los antiguos griegos en el cálculo infinitesimal. Lagrange propone, para alcanzar la evidencia demostrativa, reducir el cálculo infinitesimal al álgebra. La teoría de las funciones es, para Lagrange, la parte del álgebra referida a las derivadas de funciones. Lagrange incluía además las series como extensiones de los polinomios. Lagrange se dispone con todo a utilizar series de potencias[260].

geometrischen Methode zurückzubringen und in ihr die Strenge der Beweise der Alten in der Mathematik zu erreichen". WdL 5, p. 305.

260. Lagrange hace notar su extrañeza de que a Newton no se le hubiera podido ocurrir este método. Toda función $f(x)$ se puede expresar en la forma $f(x+h)=f(x)+ph+ph^2+rh^3+sh^4+...,$. Lagrange se propone entonces hacer uso de esta exposición donde los coeficientes $p,q,r,...$ contienen x pero son independientes de h. Sin embargo, primero quiere asegurarse Lagrange, antes de continuar, que tal desarrollo en serie de potencias es posible. Lagrange admite que existen casos excepcionales para los que alguna derivada de $f(x)$ se hace infinita, así como aquellos casos en los que la función y sus derivadas se hacen infinitas. Estas excepciones acontecen, según Lagrange, únicamente en puntos aislados. El conocimiento de este hecho se adquiere por numerosos ejemplos. Después de esto, hace frente Lagrange a la segunda gran dificultad. Tanto Lagrange como Euler están seguros de que es perfectamente posible un desarrollo en serie conteniendo potencias enteras y fraccionarias de h. Sin embargo, Lagrange quiere eliminar la necesidad de las potencias fraccionarias. Las potencias fraccionarias surgen, según decía Lagrange, solamente si $f(x)$ contiene radicales. Lagrange obtiene con esto otro argumento para descartarlas y situarlas entre los casos excepcionales como los puntos aislados en que surgían funciones y derivadas de $f(x)$ que se hacían infinitas. La argumentación de Lagrange es puramente formal y un tanto complicada para alcanzar la conclusión de que se puede obtener $2q$ de p de la misma manera que obtenemos p de $f(x)$. Una conclusión análoga se obtiene para los demás coeficientes $r,s,...$ de la forma en que se expresa la función más arriba. De aquí, si denotamos p por $f'(x)$ y designamos por $f''(x)$ una función derivada de $f'(x)$, como $f'(x)$ se deriva de $f(x)$, entonces $p=f'(x),q=\frac{1}{2!}f''(x),r=\frac{1}{3!}f'''(x),...,$ de donde aplicando la expresión de la función como una serie de potencias se tiene $f(x+h)=f(x)+hf'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)+...$. La conclusión de Lagrange es que esta última expresión tiene la ventaja de mostrar la forma en que los términos de la serie dependen uno de otro. Especialmente muestra cómo, cuando se sabe formar la primera función derivada, se pueden formar todas las funciones derivadas que intervienen en la serie. Por ello, para el que conoce los rudimentos del cálculo infinitesimal, concluye Lagrange que también le será fácil advertir que estas funciones derivadas coinciden con $dy/dx, d^2y/d^2x,...$

El punto débil de la argumentación de Lagrange es precisamente la suposición de que una función se puede desarrollar en serie de potencias. El moderno criterio para tal suposición requiere la existencia de aquello que Lagrange pretendía repudiar desde el principio: la derivada. En el moderno criterio para que el desarrollo sea posible, de la manera en que Lagrange lo exigía, se requiere la existencia de derivadas. Pero esto es precisamente lo que Lagrange quería evitar rigurosamente. Los argumentos que Lagrange introduce para justificar las series de potencias sirvieron para añadir más confusión sobre qué funciones admitían tal desarrollo[261].

Hegel contempla las dificultades del método de Lagrange no tanto en el empleo de las series de potencias como en el significado que la relación de potencia adquiere en el método de Lagrange. Hegel comprende la relación de potencia como la determinación teórica que constituye el núcleo de los problemas del cálculo infinitesimal desde los antiguos[262]. Lagrange piensa, como contrapartida, haber prescindido del concepto de límite. Lagrange piensa haber superado con su método el concepto de lo infinitamente pequeño y el de límite[263]. El error de Lagrange consiste, para Hegel, precisamente en querer eliminar el concepto newtoniano de límite por medio del desarrollo en serie de potencias.

Hegel observa que el desarrollo en serie de potencias supone un concepto de límite. La interpretación de Lagrange del concepto de límite es el de una relación cuantitativa. Lagrange contempla los términos de la serie

A Lagrange le resta únicamente mostrar cómo deriva p o $f'(x)$ de $f(x)$ Para ello, utiliza nuevamente la expresión de arriba despreciando todos los términos después del segundo. Así pues, $f(x+h)-f(x)=ph$, divide por h y concluye que $p=f'(x)$.

261. El problema radica más bien en que aún cuando este desarrollo sea posible, Lagrange muestra únicamente cómo calcular los coeficientes bajo el supuesto en que se conozca el primero, es decir, $f'(x)$. En cuanto a éste, utiliza los mismos argumentos que sus antecesores. La cuestión de la convergencia de la serie no la plantea en rigor (en concreto de la serie expuesta más arriba). Prueba que para h suficientemente pequeño el último término que se conserva es mayor que lo que se desprecia y también da en este libro, cap. 20, sec.7, la forma de Lagrange del resto en un desarrollo de Taylor. Sin embargo, esto último no desempeña ningún papel en los argumentos arriba mencionados.

262. "Hierauf beruht bei ihnen (die Älteren) allein der Fundamentalsatz, nämlich die Bestimmung dessen, was das Differential eines Produkts oder einer Potenz sei, denn hierauf reduziert sich die ganze Theoretische Lehre". WdL 5, p. 306.

263. "..., die Methode der Reihen,..., welche die Vorstellung des Unendlichkleinen, sowie derjenigen, welche die Methode der ersten und letzten Verhältnisse und Grenzen mit sich führt, überhoben zu sein". WdL 5, p. 311.

que se desprecian como elementos de una suma[264]. De esta forma, el principio fundamental del método de Lagrange consiste en definir una diferencia que sin ser cero puede hacerse cada vez menor[265]. Cada uno de los términos de la serie constituida supera en magnitud la suma de todos los que siguen[266]. Por otra parte, el mismo Lagrange acepta que el cálculo infinitesimal puede justificarse sobre una teoría de los límites. El pensamiento de Lagrange, sin embargo, se opone a esto por considerar que una teoría de límites entrañaría una metafísica ajena a la naturaleza del Análisis[267].

Hegel acepta precisamente esta sugerencia de Lagrange. Lo que Hegel define como determinación cualitativa de la relación de potencia se apoya en el método de Lagrange pero al mismo tiempo adquiere un sentido más amplio. Hegel quiere hacer ver que Lagrange termina argumentando y recurriendo a aquello que con la introducción de su método pretendía evitar: la eliminación de términos por su relativa importancia cuantitativa[268]. A pesar de las insuficiencias de su método, el pensamiento de Lagrange, al igual que el de Euler, contribuye a separar la fundamentación del Análisis en la geometría y la mecánica. Desde esta perspectiva, su influencia es decisiva. La postura de Lagrange deja claro que el Análisis debía desarrollarse por sus propios medios desde el punto de vista lógico.

3.4. *La propuesta crítica de Cauchy al programa de Lagrange*

La nueva exposición del cálculo diferencial debe tener en cuenta el concepto de paso al límite que Lagrange no admite en su reflexión sobre el cálculo. La crítica de Cauchy analiza no sólo la insuficiente fuerza demostrativa del teorema fundamental de Lagrange, sino que, más bien, se detiene en su defectuosa generalidad. Lagrange no menciona siquiera una palabra sobre el concepto de convergencia dentro de su teorema funda-

264. "So wie im Verfolg die wegzulassenden Glieder der Reihe nur in der Rücksicht, daß sie eine Summe konstituieren,...". WdL 5, p. 312.

265. "Daß er auf dem Fundamentalsatze beruht, daß die Differenz, ohne daß sie Null werde, so klein angenommen werden könne,...". WdL 5, p. 312.

266. "..., daß jedes Glied der Reihe die Summe aller folgenden an Größe übertreffe". WdL 5, p. 312.

267. *OEuvres*, 1, 325.

268. "Die weglassung ist also hier auch nicht für das allgemeine auf den Gesichtspunkt zurückgeführt, der teils in einigen Anwendungen vorkommt,...". WdL 5, p. 312.

mental. El concepto de convergencia es necesario para que el teorema fundamental de Lagrange tenga validez. El teorema fundamental es válido en cuanto la serie que se considera converge.

Cauchy entiende que debemos investigar primeramente las condiciones bajo las cuales una serie tiene la propiedad de ser convergente. Esta investigación debe anteponerse a las series infinitas mismas. Cauchy desarrolla varios criterios para la convergencia de las series. Cauchy introduce el concepto de límite debido a esta nueva exigencia. Al estudio de los criterios de convergencia dedica Cauchy gran parte de su *Cours d'analyse*. Allí afirma Cauchy que si para valores crecientes de n, la enésima suma parcial s_n se aproxima de forma ilimitada a un límite determinado s, se define entonces que la serie es convergente y que el límite en cuestión es la suma de la serie mencionada[269]. En este mismo contexto introduce Cauchy reflexiones en torno a lo infinitesimal. Para la convergencia de una serie es condición necesaria y suficiente, que para infinitos valores cuantitativos de n, las sumas $s_n, s_{n+1}, s_{n+2}, \ldots$ del límite s, diferirán igualmente también unas de otras en magnitudes infinitamente pequeñas.

Cauchy, a pesar de sus críticas, adopta en algunos puntos ideas de Lagrange. Encontramos rastros de ello en la postura que Hegel expone en la primera edición de la *Wissenschaft der Logik*. A pesar de que Cauchy no acepta el programa de algebraización y el método en series de Taylor de Lagrange, acepta, por otro lado, el caracter funcional de las derivadas. El carácter funcional de las derivadas lo introduce Lagrange con su método. El concepto de función es, desde entonces, tanto para Cauchy como para sus continuadores, un concepto fundamental. El cálculo diferencial estudia funciones cuyos valores límite son de nuevo funciones. El así denominado cociente diferencial dy/dx no es una relación entre cantidades y tampoco es una relación entre infinitesimales, sino que es la relación entre una función primitiva $f(x)$ y su derivada $f'(x)$. Esta interpretación sobre la esencia del cálculo diferencial es compartida también por (las observaciones de) Hegel.

En la primera edición de la *Wissenschaft der Logik* se encuentran ya estas ideas con anterioridad a su sistematización por obra de Cauchy. En primer lugar, Hegel señala que el cálculo diferencial tiene por objeto las funciones y no sencillamente cantidades variables con sus relaciones co-

269. *Cours d'analyse*, loc.cit., 114.

rrespondientes[270]. En segundo lugar, percibe Hegel, que los diferenciales dx y dy no son otra cosa que partes tipográficas de un todo. Los diferenciales en el pensamiento de Hegel son símbolos indivisibles que, tomados en sí mismos, carecen de significado[271]. En tercer lugar, la interpretación de Hegel pone de manifiesto que el cociente diferencial dy/dx de ninguna manera muestra una relación entre cantidades en general y mucho menos entre cantidades infinitesimales, sino que más bien es el límite de una relación[272]. Los tres elementos que en Hegel muestran la esencia del cálculo diferencial están en la línea de la postura moderna sin coincidir de forma plena con las posiciones de Lagrange y de Cauchy. La consideración de dy/dx como signo indivisible la toma Hegel de Simón de Lhuilier[273].

En este sentido determinado coinciden las posiciones de Hegel y de Cauchy. Tanto Hegel como Cauchy interpretan las operaciones fundamentales del cálculo diferencial como procesos no-algebraicos de paso al límite. Hegel deduce además, de acuerdo con la concepción de Lagrange, la existencia de una condición fundamental. La suposición que se encuentra en la base de las operaciones fundamentales del cálculo es que el paso de una función primitiva a la derivada es el paso a una nueva ecuación.

Lagrange había interpretado las operaciones del cálculo diferencial como procesos puramente algebraicos. Las operaciones algebraicas son aquellas que esencialmente tienen que ver con la solución de ecuaciones. Las resoluciones de estas ecuaciones tienen como resultado nuevas ecuaciones que ordenan los valores a las incógnitas de las ecuaciones primitivas. El procedimiento algebraico se dirige, en definitiva, a averiguar cuales son las raíces que tienen las ecuaciones primitivas.

270. WdL 11,163.6 hasta 164.34.

271. WdL 11,164.35-165.5.

272. WdL 11,166.19-33.

273. DE LHUILIER, S., *Principiorum calculi differentialis et integralis expositio elementaris*, Tübingen, 1795, 36: § 24.

4. ANÁLISIS HEGELIANO DEL CONCEPTO DE DERIVADA

4.1. *Análisis general*

Hegel entiende que la derivada de una función primitiva $f(x) = y = x^n$ conduce a una nueva ecuación: $dy/dx = nx^{n-1}$. Sin embargo, para Hegel, esta nueva ecuación es una ecuación sólo desde el punto de vista formal. La interpretación de la derivada como una ecuación procede de interpretar el denominado cociente diferencial dy/dx como una especie de cociente o bien, desde la interpretación de Lagrange y Euler, como una especie de variables independientes.

La expresión $dy/dx = nx^{n-1}$ se entiende, desde Lagrange, como una ecuación funcional (*Funktionsgleichung*) ordinaria. En esta expresión el cociente diferencial se sustituye por la variable dependiente y'. La variable dependiente y' se diferencia de la variable dependiente y de la ecuación de la función primitiva sólo por medio de las diferentes formas de relación. Hegel considera que este procedimiento no puede ser justificado por nada. El significado de la expresión $dy/dx = nx^{n-1}$ tiene que proceder de otra parte (*anderswoher gewußt werden*).

Hegel considera que la relación igual a P (*Verhältnis=P*)[274] no es una relación como cociente entre diferenciales o entre magnitudes infinitamente pequeñas. Hegel interpreta dy/dx como un símbolo indivisible. Hegel entiende bajo esta relación un conjunto de funciones potenciales (*Potenzfunktionen*) derivadas. La expresión $dy/dx = P$ no representa algo distinto de lo que es; a saber, que las reglas de derivación establecen una relación en la que se construyen funciones potenciales derivadas. El cociente que representa la relación definida no representa nada fuera de lo

274. "Die Gleichung $\frac{dy}{dx} = P$ drückt gar nichts weiter aus, als daß P ein Verhältnis ist, und es ist dem $\frac{dy}{dx}$ sonst kein reeller Sinn zuzuschreiben. Von diesem Verhältnis $= P$ ist es aber ebenso noch unbekannt, welchem anderen Verhältnisse es gleich sei; solche Gleichung, die Proportionalität, gibt demselben erst einen Wert und Bedeutung". WdL 5, p. 344.

que la relación es, esto es, no expresa la magnitud determinada o las magnitudes variables a las que es igual la relación.

Hegel, siguiendo en esto a Newton, observa que las longitudes infinitesimales dx no designan explícitamente partes indivisibles o trozos fijos de las líneas en torno a cada uno de los puntos x. Esta había sido la interpretación de la escuela de Leibniz. Hegel argumenta que en todo caso se tratarían de quasimagnitudes divisibles y aditivas. Por ello, la relación dy/dx entre la diferencia o incremento de los valores funcionales dy y la diferencia infinitesimal de los argumentos dx no puede definir proporción alguna en el sentido de los antiguos. Hegel afirma que lo que define lo había expresado Newton primeramente de forma correcta como el límite de relaciones.

El límite es la relación con la que desaparecen los cocientes $< y(x) - y(t)(x - t)$; en expresión de Newton, *quacum evanescunt*. Newton había comprendido que los símbolos no designan magnitudes infinitesimales. Hegel mantiene que Newton había comprendido el significado de las expresiones dy/dx como una totalidad significativa y no como una proporción según la definición clásica. Las expresiones dy y dx, a diferencia de las magnitudes de los verdaderos cocientes del tipo a/b, carecen de significado autónomo. Para el cociente diferencial no existe igualdad alguna definida con anterioridad. No existe relación de equivalencia o de indiferencia (*Gleichgültigkeitsrelation*), esto es, no existe una identidad para los infinitesimales porque no hay definidas ecuaciones entre dx y dy.

Las expresiones tales como $dx = dy$ o bien $dx = dy/2$ no son falsas sino simplemente sin sentido. Un df o un dy son siempre momentos significativos de una determinación cualitativa (*qualitative Bestimmtheit*) en el seno de la expresión completa. Así tenemos, que la parte f de la expresión df indica indeterminadamente la función concreta dada para diferenciar. La y en la expresión dy, indica el valor de la función. La x en dx el punto en el que la función $f(t)$ o $y(t)$ tiene que ser diferenciada. Las expresiones df/dx o bien dy/dx indican indeterminadamente y con variables el valor de la diferenciación de f en este punto. Existen otras infinitas posibles expresiones $df_1, df_2, \ldots$ para las cuales es válida la expre-

sión $df_i/dx = df_j/dx$. Para estas infinitas expresiones posibles emplea Hegel el concepto de infinitud del *ser-para-sí* (*Unendlichkeit des Fürsichseins*), donde las f_i designan las funciones. Hegel considera que la comprensión correcta reside en comprender la y como el valor funcional de la x sin precisar la función f designada. Hegel anuncia con esta observación la eliminación del *Dasein* como *Etwas*, es decir, de la existencia concreta y finita[275].

Hegel, trabajando bajo la guía de Lagrange, aporta una solución filosófica para todo discurso sobre magnitudes infinitesimales del cálculo diferencial e integral. Esta solución, sin embargo, precisa de una definición más general de diferenciación e integración que supera lo expuesto por Lagrange. Las sucesivas reflexiones de Cauchy y de Weierstraß amplían la clase de funciones que se consideraban anteriormente. La investigación se encamina determinada por la pregunta: cuáles son la funciones diferenciables de todas las posibles funciones definidas en el punto x o en el intervalo (a,b).

Para Hegel, en la diferenciación df/dx de una función, aplicación f de magnitudes en magnitudes, se trata de determinar el primer coeficiente de un desarrollo de potencia para la función dada f en un punto dado x. Hegel cita la *Theorie des fonctions analytiques* de Lagrange[276].

Hegel se refiere, aunque no lo menciona explícitamente, primera y exclusivamente a la diferenciación de polinomios $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x^1 + a_0$ o más sencillamente a la diferenciación de una función de potencia $f(x) = a_n x^n$. Estas funciones constituyen el punto de partida y el caso más simple del cálculo diferencial. Según Hegel, el objeto de diferenciar un polinomio dado f en el punto x con-

275. "dx und ay sind keine Quanta mehr... sondern haben allein in ihrer Beziehung eine Bedeutung, einen Sinn bloß als Momente. Sie sind nicht mehr Etwas, das Etwas als Quantum genommen, nicht endliche Differenzen; aber auch nicht Nichts, nicht die bestimmungslose Null". WdL 5, p. 295.

276. "Wenn $y = fx$, soll fx, wenn y in $y+k$ übergeht, sich in $fx + ph + qh^2 + rh^3$ usf. Verändern, hiermit ist $k = ph + qh^2$ usf., und $k/h = p + qh + rh^2$ usf. Wenn nun k und h verschwinden, so verschwindet das zweite Glied außer p, welches p nun die Grenze des Verhältnisses der beiden Zusätze sei". WdL 5, p. 313.

siste únicamente en hallar los coeficientes $p, q, r, \dots$ para que con las magnitudes h se puedan representar los diferentes valores de la función $k = f(x+h) - f(x)$ de manera exacta en la forma $k = ph + qh^2 + rh^3 + \dots$. Las magnitudes de h pueden ser negativas o positivas, longitudes, números reales.

De forma común ponemos $h = 0$ con el fin de determinar $df/dx = p$. En tal caso el valor correspondiente del coeficiente sería $k = 0$. La respuesta que Hegel considera correcta a la pregunta sobre el significado df/dx es la dada por Lagrange: df/dx es para los polinomios, sin más, el primer coeficiente p de la representación dada y definida para la función $k(h)$[277]. El resultado de este procedimiento analítico determina un valor cuantitativamente (*ein ganz bestimmter quantitativer Wert ist*). El procedimiento de Lagrange es una crítica a todo discurso metafísico sobre magnitudes infinitesimales.

A cerca de este procedimiento aparecen cuestiones que Hegel se plantea de forma inmediata. En primer lugar, sobre la univocidad de los coeficientes. En segundo lugar, se refiere al modo de hallarlos. Finalmente, se pregunta por el significado de la definición dada. La última cuestión la aborda Hegel bajo la pregunta sobre la finalidad y la aplicabilidad del cálculo diferencial (*Zweck und Anwendung*). Hegel lleva a cabo una investigación de estas cuestiones para demostrar que el concepto de una aproximación infinitesimal (*infinitesimale Nährung*) y de su aplicación son algo innecesario. La segunda cuestión planteada la resuelve Hegel en el cálculo diferencial de los polinomios[278]. Sólo se requiere aplicar la propiedad de la derivación para obtener la regla conocida $dx^n/dx = nx^{n-1}$. La regla se deduce de forma inmediata de la fórmula para el binomio: $(x+h)^n - x^n = nx^{n-1}h + (n-1)x^{n-2}h^2 + \dots + h^n$[279].

Hegel se refiere al binomio para mostrar clara y sencillamente que podemos prescindir de la mistificación de los cocientes diferenciales df/dx. Las reglas del cálculo se deducen de la forma precisa en que se define la forma por la que se puede obtener una derivada de una función

277. WdL 5, p. 314.

278. "...in wenig Zeit... vielleicht in einer halben Stunde... kann man die ganze Theorie innehaben". WdL 5, p. 322.

279. WdL 5, p. 331.

dada. Las reglas fijan sencillamente las funciones potenciales. Esto significa para Hegel que se fija el modo en que es tomada una derivada dentro de un desarrollo potencial cerrado[280]. La regla determina, para Hegel, la forma en que se obtiene una función potencial derivada a partir de las funciones potenciales (*Potenzierungsfunktionen*). En este mismo sentido interpreta Hegel el objeto del cálculo diferencial contenido en las expresiones generales de Leibniz y de Lagrange[281].

Hegel, sin embargo, no reduce la definición de derivada df/dx como una nueva función en x a los polinomios o a las funciones analíticas como es el caso de Lagrange. Hegel tiene en cuenta que la definición puede extenderse a cualquier función diferenciable en el punto x. Este punto de vista conduce prácticamente a la definición moderna expuesta en nuestros manuales. Por otro lado, y a pesar de tener en cuenta este último aspecto, Hegel se limita en sus ejemplos a los polinomios[282]. El caso general aparece descrito verbalmente en diversos pasajes[283].

El caso general de la diferenciación $df/dx = c$ de una función f con el punto x como argumento consiste en descomponer la función $f(x+h)$ con la variable h. La función se descompone, primeramente como lineal en h, en la función $f(x)+c\times h$ y, en segundo lugar, en una segunda función resto $R(h)$. La función resto $R(h)$ desaparece en el punto $h=0$ como potencia superior (*höherer Potenz*).

280. "Auf welche Weise die Ableitung als innerhalb einer Potenz eingeschlossene Entwicklung genommen wird". WdL 5, p. 333.

281. "Die ganze Methode der Differentialrechnung ist in dem Satze, daß $dx^n = nx^{n-1}dx$, oder $\dfrac{f(x+i)-fx}{i} = P$, d.i. gleich dem koeffizienten des ersten Gliedes des nach den Potenzen von dx oder i entwickelten Binomiums $x+d$, $x+i$, absolviert". WdL 5, p. 322.

282. "Das Bisherige hat den Zweck gehabt, die einfache spezifische Bestimmung des Differentialkalküls herauszuheben und in einigen der elementarischen Beispielen nachzuweisen. Diese Bestimmung hat sich ergeben, darin zu bestehen, daß aus einer Gleichung von Potenzfunktionen [polinomios] der Koeffizient des Entwicklungsgliedes, die sogenannte erste Funktion gefunden wird...". WdL 5, p. 348.

283. "Diese Anführungen konnten sich auf einfache Probleme und deren Auflösungsweisen beschränken; und weder wäre es für die Begriffsbestimmung, um die es hier allein zu tun war, zwäckmäßig gewesen, noch hätte es in dem Vermögen des Verfassers gestanden, den gesamten Umfang der sogenannten Anwendung der Differential und Integralrechnung vorzunehmen und die Induktion [demostración de la generalidad], daß das aufgezeigte Prinzip derselben zugrunde liegt...zu vervollständigen". WdL 5, p. 356.

Comparando el caso general con el de los polinomios se puede afirmar que $R(h)$ desaparece en la $(n+1)$ potencia en el punto a. La potencia se *desvanece* si los cocientes de la función $R(h)/h^n$ tienden a 0, cuando h tiende al punto a. Ahora es cuando c se determina unívocamente como número real del valor límite de $[f(x+h)-f(x)]/h$ para h tendiendo a 0, esto es, cuando existe en general un c y un $R(h)$ con la propiedad mencionada si f es diferenciable en x. Está claro, por lo demás, que sólo son relevantes las propiedades de f en las proximidades de x para definir c.

Por otra parte, la crítica de Hegel a todo discurso sobre límites de un cociente tales como k_h/h o $R(h)/h$ con h que tiende a 0, depende sólo de la forma en que se interprete la aproximación[284]. Hegel critica la representación de una aproximación infinitesimal de h a 0, pero no la consideración de valores funcionales de cualquier serie convergente de números, longitudes o auténticas magnitudes frente a 0. Sin abandonar la finitud de las magnitudes (finitas) se puede aclarar el significado de las proposiciones matemáticas que se refieren a los incrementos infinitesimales dx. En la definición hegeliana de df/dx, la h no designa un incremento semejante, sino una variable para números reales y verdaderas magnitudes.

No siempre debemos representar la derivada de una función en x como el desarrollo de una serie de Taylor, esto es, como el valor de la función $f(x+h)$, para h suficientemente pequeña, representada en la suma infinita $f(x)+f(x)h+...$. Siempre que sea posible es útil aproximar, como un instrumento, la función resto $R(h)$ por medio de cada una de las potencias superiores $p_m h^m$. El procedimiento sería $R(h)=R_1(h)=p_2h^2+p_3h^3+...+R_n(h)$ de tal forma que cada una de las funciones resto $R_n(h)$ desaparezca o se desvanezca en la $n+1$ potencia para el punto 0. Con ello obtenemos las determinaciones para los coefi-

284. “Der bestimmtere Sinn der Näherung in Rücksicht dessen, was sich eigentlich einander nähern soll, wird unten betrachtet werden”. WdL 5, p. 314.

cientes p_m de la serie de potencia con las derivadas superiores (*höheren Ableitungen*) $f^{(m)}: p_m = f^{(m)}(x)/m!$ si existiesen[285].

El predicado de *infinitud*, que Hegel reserva para la serie de potencia, consiste en la posibilidad fundamental de realizar el desarrollo de las potencias hasta cualquier término del resto $R_n(h)$ que se desvanece por definición en la $n+1$ potencia del punto 0[286]. La *verdadera infinitud* de la serie de potencia es la expresión finita $R(h) = R_1(h) = p_2h^2 + p_3h^3 + ... + R_n(h)$ con cuantificación sobre todo n si hay x y un h para la función dada f.

La serie de potencia, sin la regla que determina el desarrollo, o bien, sin la indicación que define los coeficientes, contiene la mala infinitud o infinitud prematuramente entendida (*schlechte Unendlichkeit*). La serie de potencia con sus tres puntos se comportaría igual que cualquier serie infinita, permanece como mera forma o variable indeterminada. Lagrange afirma demasiado al limitar todo el sentido de la diferenciación exclusivamente en el desarrollo en serie de Taylor.

Sobre los problemas esenciales de fundamentación del cálculo diferencial se expresa Cauchy de modo detallado en su *Resume* de 1823. En el discurso introductorio de esta obra advierte Cauchy sobre los defectos del programa de Lagrange. El defecto que señala Cauchy es el de intentar fundamentar la teoría de las funciones derivadas en la fórmula de Taylor. La razón fundamental para rechazar esta doctrina, que expone en el discurso introductorio, tiene un especial significado para Cauchy[287]. En ciertos casos parece que la fórmula de Taylor aporta una serie convergente

285. WdL 5, p. 309.

286. "Die Reihe, da sie in der Tat es nicht ist, die verlangt wird, führt ein zuviel herbei, welches wieder wegzubringen überflüssige Mühe macht,..., die Form der Reihe ist hier nicht das..., um das es sich handelt,..". WdL 5, p. 356.

287. Este ejemplo es por vez primera mencionado por Cauchy en su artículo *Sur le développement des fonctions en série etc*. Bull.sci Soc.Philom. (Paris, 1822), 49-54 (*Oeuvres complétes*, Reihe 2, Band 2, 276-282). Cf.I.Grattan-Guiness, *The Emergence of Mathematical Analysis and ist Foundational Progress, 1780-1880*, From the Calculus to set Theory, 1630-1910, ed.I.Grattan-Guiness London, 1980, 111.

para el desarrollo de una función, a pesar de que la suma de la serie de la función dada es esencialmente diferente[288].

Hegel encuentra la forma más segura para definir el significado de la derivada en la geometría (analítica). Esta idea es la que se encuentra detrás de la expresión (*anderswoher gewusst werden*). Hegel se apoya en Descartes para resolver el caso sencillo de los polinomios y definir la derivada $f'(x)=c$ como la verdadera magnitud que determina la pendiente de la tangente[289]. Hegel admira del procedimiento cartesiano su innecesaria referencia a operaciones con magnitudes infinitesimales.

Hegel menciona a Descartes, junto a Landen y Lagrange, entre aquellos matemáticos que intentan obtener los mismos resultados que parecen estar íntimamente unidos al uso del concepto del infinito[290]. En este contexto habla Hegel de un método puramente analítico que no emplea las diferencias infinitamente pequeñas. Hegel señala la semejanza entre los procedimientos de Landen y Descartes tal como se puede constatar por las referencias de Lagrange. Landen introduce diferentes valores a las variables para luego igualar las magnitudes. El procedimiento analítico para determinar la tangente en Descartes se corresponde con esta idea[291].

El método de Descartes para trazar tangentes se conoce como el método del círculo. Descartes desarrolla en el libro II de su *Geometría* un método para trazar tangentes a líneas curvas construyendo previamente la recta normal. La técnica de Descartes se puede interpretar en lenguaje moderno de la forma siguiente: Se tiene la curva $y=f(x)$ y P como un punto cualquiera de la curva en la abscisa x en donde se quiere trazar la normal. Descartes supone con su método analítico que el problema está resuelto

288. En la lección 38 de las *Résumé* introduce Cauchy el siguiente ejemplo: La función $\exp\left(-1/x^2\right)$ no tiene, a pesar de su convergencia en una serie de Taylor, ningún desarrollo de tipo Taylor para el punto $x=0$. Cuando la función se completa de forma continua en torno al punto 0, tal como advierte Cauchy, y sabe Hegel por Dirksen, la función carece de desarrollo de Taylor en el punto 0 a pesar de que aquí existen todas las derivadas, esto es, todas igual a 0.

289. WdL 5, p. 341.

290. “Mehrere haben versucht, den Begriff des Unendlichen ganz zu entbehren und ohne ihn das zu leisten, was an den gebrauch desselben gebunden schien”. WdL 5, p. 305.

291. “Es ist wohl ein Verfahren, das mit demjenigen etwas Entsprechendes hat, von welchem Descartes’Tangentenmethode ausgeht, die weiterhin noch näher zu erwähnen ist”. WdL 5, p. 306.

desde el principio. La solución del problema es la recta CP, donde $C=(v,0)$ es la intersección de la normal con el eje de las abscisas[292].

Descartes parte de que en general un círculo con centro en un punto D cercano a C y que pase por P, corta a la curva no sólo en P sino también en otro punto Q próximo a P. Ahora bien, como CP es la normal a la curva en el punto P, este punto será un punto doble de la intersección de la curva $y=f(x)$ y el círculo $(x-v)^2+y^2=r^2$ [293]. Se elimina la y de ambas ecuaciones para que la ecuación que resulta como $[f(x)]^2+(v-x)^2=r^2$ tenga como raíz doble la abscisa x de P con v,r fijos. Con esto se tiene que una función algebraica con una raíz doble $x=e$ debe tener la forma $(x-e)^2\cdot\sum b_n x^n$.

La condición de ser raíz doble tiene ahora la siguiente forma: $[f(x)]^2+(v-x)^2-r^2=(x-e)^2\cdot\sum b_n x^n$. El valor de v en términos de la raíz doble e se encuentra identificando los coeficientes. El método de Descartes lo que halla es la subnormal $v-x$ [294]. A partir de aquí, se puede hallar la pendiente de la normal $-f(x)/(v-x)$. La pendiente de la normal es el punto de partida para hallar finalmente la pendiente de la tangente $(v-x)/f(x)$ [295].

292. "Er legt für die Auflösung die analytische Gleichung des rechtwinkligen Dreiecks zugrunde, das durch die Ordinate des Punktes der Kurve, auf welchem die im Probleme verlangte gerade Linie senkrecht sein soll,...". WdL 5, p. 342.

293. "Dann durch diese selbst [die gerade Linie] die Normale,...". WdL 5, p. 342.

294. "Und drittens durch den Teil der Achse, der durch die Ordinate und Normale abgeschnitten wird, durch die subnormale, gebildet wird". WdL 5, p. 342.

295. GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. *Las raíces del cálculo infinitesimal en el s. XVII*, p 191.

4.2. *Relevancia de ciertas observaciones histórico-críticas de Hegel referentes a algunos procedimientos inconsistentes de diferenciación en Newton*

Hegel considera que ha sido Newton el primero que ha definido correctamente la esencia del cálculo diferencial[296]. Advierte, al mismo tiempo, que Newton no ha conseguido mantener el concepto en su pureza. Hegel observa que en el término mismo de *fluxión*, empleado por Newton, existen remanentes tomados de la representación del movimiento (de donde Newton toma el concepto de *fluxión*)[297]. Hegel quiere separar el pensamiento de las connotaciones de movimiento y de la velocidad tomadas de la representación exterior[298]. La mezcla de los conceptos abstractos con la representación es lo que, a juicio de Hegel, impidió a Newton mostrar la verdadera necesidad de los conceptos empleados por el cálculo[299].

El objeto del cálculo diferencial (cálculo de fluxiones en Newton) no tiene que ver con elementos indivisibles o átomos. Hegel indica que los matemáticos anteriores a Newton se sirvieron de los átomos o de lo indivisible por considerar que la cantidad matemática era un concepto absolutamente determinado en sí mismo[300]. Hegel define el objeto del cálculo como lo divisible que desaparece (*das verschwindende Teilbare*). Newton describe precisamente de esta misma forma el cálculo infinitesimal.

El objeto del cálculo diferencial no son las realidades discontinuas indivisibles o atómicas. Tampoco lo son las realidades continuas en un sentido ordinario de la palabra. La continuidad es, para Hegel, una propiedad del concepto y no de la cantidad. La continuidad, tal como la entiende Hegel, elimina tanto la discontinuidad como la continuidad dentro de la cantidad. La continuidad es el desaparecer o desvanecerse de lo siempre divisible. Ahora bien, con ello mismo desaparece igualmente lo que es siempre divisible, a saber, el continuo mismo. Newton entiende que su

296. "Der Gedanke kann nicht richtiger bestimmt werden, als Newton ihn gegeben hat". WdL 5, p. 298.

297. "Von welcher er vornehmlich den Namen Fluxionen nahm". WdL 5, p. 298.

298. "Ich trenne dabei die Bestimmungen ab, die der Vorstellung der Bewegung und der Geschwindigkeit angehören,..., weil der Gedanke hierin nicht in der gehörigen Abstraktion, sondern konkret, vermischt mit außerwesentlichen Formen erscheint". WdL 5, p. 298.

299. "Wobei nicht gezeigt wird, daß ein solcher Begriff an und für sich notwendig ist und innere Wahrheit hat". WdL 5, p. 298.

300. "Welche den Begriff eines an sich bestimmten Quantums enthält". WdL 5, p. 298.

cálculo de fluxiones no tiene por objeto las sumas y las relaciones de partes determinadas, sino que, más bien, el límites de sumas y de relaciones[301].

Lo que Hegel pone de manifiesto es la naturaleza de la relación que introduce el cálculo de Newton. Lo que Hegel entiende por continuidad no es la propiedad de una función (tal como la entiende el análisis moderno). La continuidad es en Hegel un predicado reflexivo tomado como resultado de los análisis predicativo cuantitativos[302]. Hegel entiende por continuidad la relación del concepto consigo mismo: de una función a su derivada y la inversión de esta operación. Esta relación es la que define la verdadera naturaleza del infinito[303].

Hegel advierte ciertas deficiencias en los procedimientos demostrativos de Newton. Así, considera Hegel como defecto principal la justificación aritmética para eliminar los productos de diferencias infinitas o de potencias superiores con el fin de hallar los diferenciales[304]. Hegel cita el procedimiento empleado por Newton en su *Philosophie naturalis principia matemática*, Lib. II, Lemma II, Propos. VII. Newton obtiene el diferencial del producto, para deducir posteriormente los diferenciales de los cocientes, de las potencias y demás, de la siguiente forma.

Newton, frente a la geometría euclídea, establece de nuevo los conceptos e ideas de incrementos evanescentes con el fin de identificarlos más con la noción de límite. En el primer lema del libro I: *Las cantidades y las razones de cantidades, que en cualquier tiempo finito tienden continuamente a la igualdad, y antes de terminar se aproximan una a otra más que por ninguna diferencia dada, acaban haciéndose en última instancia iguales*[305]. La expresión de Newton *antes de terminar* se refiere, tomando por ejemplo sus desarrollos en series infinitas, a la no necesidad de comprobar los infinitos términos de la serie: basta con advertir que la razón última entre las cantidades es la misma. La demostración de Newton es como sigue:

301. "Ferner nicht Summen und Verhältnisse bestimmter Teile, sondern die Grenzen (limites) der Summen und Verhältnisse". WdL 5, p. 298.

302. "...Darstellung aus der Reflexion des Quantums in sich ergab". WdL 5, p. 298.

303. "...das wahrhafte Unendliche gemacht wird, ist das Verhältnis das stetige". WdL 5, p. 300.

304. "...-die Erfindung eines sinnreichen Kunststücks, um das arithmetisch unrichtige Weglassen der Produkte unendlicher Differenzen oder höherer Ordnungen derselben bei dem Finden der Differentialien zu beseitigen". WdL 5, p. 307.

305. NEWTON, I, *Principios matemáticos de la filosofía natural y un sistema del mundo*. Edición de Antonio Escohotado, Editora nacional, Madrid, 1982. p. 257.

Si lo niego, supón que son en última instancia desiguales, siendo D *su diferencia última. Así pues, no pueden acercarse más a la igualdad que por esa diferencia dada,* D*, cosa contraria a la hipótesis*[306]. La demostración de Newton por reducción al absurdo consiste en afirmar que la razón de la diferencia permanecería la misma.

En el lema II de la sección II del libro II, ofrece Newton algunos algoritmos para el cálculo. Entre ellos cabe destacar la regla de derivación de un producto y la regla de derivación para potencias. *Lema II. El momento de cualquier generada es igual a los momentos de cada uno de los lados generadores multiplicados por los índices de las potencias de dichos lados y por sus coeficientes continuamente. Llamo generada a cualquier cantidad no formada por adición o substracción de diversas partes, sino generada o producida en aritmética por multiplicación, división o extracción de raíz de cualquier término, y en geometría por la determinación de contenidos y lados, o de los extremos y medios proporcionales. Las cantidades de esta índole son productos, cocientes, raíces, rectángulos, cubos, cuadrados y cubos de lados, etc [...]. Doy a su incremento o disminución momentáneos el nombre de momento [...]. Por esta razón, el lema significa que si los momentos de cualquiera cantidades* A, B, C*, etc., que aumenten o disminuyen en flujo continuo, o las velocidades de las mutaciones proporcionales a aquéllas son llamadas* a, b, c*, etc..., el momento o mutación del rectángulo* AB *será* $aB + bA$*, el momento del contenido generado* ABC*, será* $aBC + bAC + cAB$*,..., el momento de cualquier potencia* $A^{\frac{n}{m}}$ *será* $\frac{n}{m}aA^{\frac{n-m}{m}}$ [307].

La fórmula para el producto $(AB)' = A'B + AB'$. Cualquier rectángulo, como AB, aumentado por un flujo continuo, faltando de los lados A y B la mitad de sus momentos $\frac{1}{2}a$ y $\frac{1}{2}b$, era $A - \frac{1}{2}a$ por $B - \frac{1}{2}b$, o $AB - \frac{1}{2}aB - \frac{1}{2}bA + \frac{1}{4}ab$. Pero tan pronto como los lados A y B son aumentados por la otra mitad de los momentos, el rectángulo se convierte

306. P. 257.
307. Pp. 495-496.

en $A+\frac{1}{2}$ por $B+\frac{1}{2}b$, o $AB+\frac{1}{2}aB+\frac{1}{2}bA+\frac{1}{4}ab$. Substrayendo de este rectángulo el rectángulo anterior quedará el exceso $aB+bA$. En consecuencia, el incremento $aB+bA$ del rectángulo es generado con la totalidad de los incrementos a y b de los lados[308].

Newton aumenta los lados primero y los disminuye después en $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}b$, evitando así la necesidad de desvanecer el infinitésimo ab, tal como hubiese sido necesario de incrementar los lados a y b para luego restar el área AB. Precisamente este punto de la argumentación será objeto específico de crítica por parte de Berkeley en su *The Analyst*.

Berkeley critica muchos de los argumentos de Newton, así como también, el método de diferenciales según la exposición de L'Hospital secundada por los discípulos de Leibniz en el continente[309]. Berkeley afirma que una derivada, la razón de los incrementos evanescentes, no es ni cantidad finita, ni infinitamente pequeña, ni nada en absoluto. Estas razones de cambio y variación no son sino los espectros de las cantidades difuntas.

308. Pp. 495-496.

309. Berkeley estudia sobre todo el tardío *De Quadratura* en que Newton mantiene haber abandonado o evitado el concepto oscuro de lo infinitamente pequeño. Newton da a x un incremento denotado por o. Después desarrolla $(x+o)^n$, resta x^n y divide por o para hallar la razón de los incrementos de x^n y x. A continuación, desprecia los términos que contienen o obteniendo así la fluxión de x^n. La crítica de Berkeley al procedimiento se centra en considerar que Newton da primero a x un incremento para después hacerlo cero, esto es eliminarlo. En este procedimiento, considera Berkeley, se desafía a la ley de contradicción. Lo que Berkeley observa es que la fluxión obtenida es en realidad $0/0$. Berkeley critica la interpretación de L'Hospital centrándose en el concepto de razón entre las diferenciales. La razón de las diferenciales, dice Berkeley, determinaría la secante y no la tangente. El error se anula al despreciar diferenciales de orden superior. Por lo que en virtud de un doble error, que no debido a una ciencia, se llega a pesar de todo a la verdad, ya que los errores se compensan uno a otro. Critica además el concepto de segunda diferencial. La segunda diferencial $d(dx)$, por ser la derivación de una cantidad, dx, ya por sí misma, poco menos que imperceptible. Berkeley afirma que en cualquier otra ciencia el entendimiento parte de los principios para demostrar las conclusiones y no desde las conclusiones a los principios. En lo que respecta a los diferenciales contemplados como la razón de los incrementos evanescentes en y y x, o sea, dy y dx, no son ni cantidades finitas, ni cantidades infinitamente pequeñas ni siquiera nada.

Berkeley argumenta que aquél que esté dispuesto a admitir una segunda o tercera fluxión no tiene porqué mostrarse escéptico a argumento alguno procedente de la teología. Los principios de las fluxiones no son más claros que los misterios del cristianismo.

Berkeley parte en su argumentación de la forma en que Newton calculó la derivada de un producto en los *Principia*. Tras exponer la prueba de Newton de manera íntegra, repone, sin embargo, que es claro que el método directo y verdadero para obtener el momento o incremento del rectángulo AB, es tomar los lados incrementados por sus incrementos enteros, y multiplicarlos juntos, $A+a$ por $B+b$, siendo entonces el producto, $AB+aB+bA$, el rectángulo aumentado; de esta forma, si restamos AB, el resto $aB+bA+ab$ será el incremento verdadero del rectángulo, que excede al que fue calculado, por un método ilegítimo e indirecto, en la cantidad ab. Y esto es universalmente cierto sean las cantidades a y b lo que sean, grandes o pequeños, finitos o infinitésimos incrementos, momentos o velocidades.

Refiriéndose al método de calcular fluxiones empleando incrementos evanescentes comenta que Newton usaba las fluxiones como el andamiaje para su edificio, para deshacerse o para librarse de aquellas tan pronto como las cantidades finitas proporcionales a ellas fueran encontradas. Pero siendo entonces estas cantidades finitas encontradas con la ayuda de fluxiones, cualquier cosa que siga de tales cantidades y proporciones debe ser adscrito a las fluxiones y, por tanto, éstas deben ser previamente comprendidas. ¿Y qué son estas fluxiones? Las velocidades de incrementos evanescentes. ¿Y qué son estos mismos incrementos evanescentes? No son ni cantidades finitas ni cantidades infinitamente pequeñas, ni tampoco se reducen a nada. ¿No podríamos llamarlos fantasmas de cantidades desaparecidas?

Estas cuestiones aparecen en el *The Analyst* (*discurso dirigido a un matemático infiel*) en 1734. La argumentación de Berkeley es perfectamente correcta. Berkeley exige la lógica, pero no para fundamentar el cálculo, sino para demostrar que todo lo que el entendimiento conoce con verdad debe reducirse a la fe (tanto en el sentido de creencia como en el de verdad sobrenatural). Berkeley quiere mostrar el absurdo de semejantes procedimientos. Siguiendo los principios de su filosofía, Berkeley afirma

que únicamente se puede acceder a la realidad cuando ésta se conoce por la fe[310].

Traducido a nuestra notación común, lo que Newton busca es deducir la expresión para el diferencial del producto. Así, tenemos primeramente la ecuación $xy + dxy = (x + dx)(y + dy)$. De aquí pasamos a la expresión $(x + dx)(y + dy) - xy$. Si desarrollamos la última expresión obtenemos $xy + ydx + xdy + dxdy - xy$. Tras operar en esta última expresión, Newton obtendría $xdy + ydx + dxdy$. El problema reside precisamente en el último término de este enunciado; es decir, en el producto $dxdy$. Para eliminar este término introduce Newton un argumento sumamente ingenioso.

La diferencia, en la expresión $(x + dx)(y + dy) - xy$, entre el primer término $(x + dx)(y + dy)$ y el segundo xy, es de un diferencial. Ahora bien, ¿cuánto mide un diferencial, y qué tipo de magnitud es esta?. La respuesta de Hegel es que aquí no tratamos de una magnitud, sino de una relación entre magnitudes, y que como tal relación, ser es una referencia no cuantitativa. La relación, diferencial, es la verdadera infinitud hegeliana, por cuya mediación se obtiene un resultado finito: lo infinito es la relación entre dos expresiones finitas que tiene como resultado una expresión finita. Aquí entran en juego dos conceptos fundamentales del sistema de Hegel: por un lado, el concepto de infinitud, y por otro, el de contradicción. El resultado finito, en nuestro caso una magnitud que puede ser medida (podemos poner por caso cualquier magnitud que puede ser medida en el mundo de la experiencia con respecto a algún patrón real), oculta la verdadera naturaleza del objeto que se nos presenta de forma inmediata. Hegel comenta que el diferencial oculta la contradicción o que tiene la aproximación a la espalda. Esto significa a su vez, que el diferencial, o más correctamente, el resultado que con ello designamos, oculta una rela-

310. BOYER, C., *Historia de la matemática*, Alianza editorial, Madrid, 1986. p. 539, 630, 633. El subtítulo de la obra de Berkeley reza: donde se examina si el objeto, principios e inferencias del Análisis moderno se pueden entender de manera más clara, o deducir de manera más evidente que los misterios de la religión y las cuestiones de la fe. Y añadía: Saca en primer lugar la viga de tu propio ojo (referido a los matemáticos), y entonces podrás ver claramente para sacar la mota del ojo de tu hermano (el hombre de fe). Como interrogantes aparecen: Interrogante 62. Si no deben los misterios ser permitidos con más derecho a la divina fe que a la ciencia humana. Interrogante 63. Si los matemáticos que vociferan contra los misterios han examinado sus propios principios. F. G, p. 557.

ción o mediación. Este es un punto fundamental en todo el sistema de Hegel: toda experiencia inmediata, por ello, finita de algo, carece de ser propio, ya que hay que referirlo siempre al camino de donde procede. Este camino, el proceso constitutivo objetivo, es el conjunto de condiciones y criterios que constituyen la definición del objeto.

Este planteamiento general del sistema lo vamos a ver aplicado en este caso concreto. Así, primeramente tenemos x e y. La expresión $(x+dx)(y+dy)$ representa el valor de las magnitudes tras el incremento al que han sido sometidas. Empleando la imagen de Newton diríamos que es el valor de las magnitudes una vez que han terminado de fluir. La x e y representarían los valores de las magnitudes antes de comenzar a fluir. Ahora bien, lo que a Newton le interesa es justificar el procedimiento por el que eliminamos un término en la expresión del producto, o lo que es igual, la razón por la que dicho término no añade nada cuantitativamente (a lo que cualitativamente se reduce la operación, no añade nada significativamente). Newton recurre a la objetivación de las magnitudes, no antes de desaparecer o de comenzar a desaparecer, ni después de que lo hayan hecho, sino sólo en tanto y en cuanto desaparecen.

A esto último es a lo que Hegel llama contradicción tipificada como un cambio. La objetivación de lo que Hegel entiende por contradicción tiene lugar si atendemos al curso mismo de la argumentación newtoniana para eliminar $dxdy$ en la expresión $xdy+ydx+dxdy$. Newton parte de que el incremento es constante. Así, procede quitando del incremento la mitad del valor infinita o infinitamente mínimo en que se puede incrementar una magnitud, esto es, trata de considerar el valor de una magnitud justo una vez que está comenzando a ser tal. Al mismo tiempo, aumenta a la mitad el mínimo en que una magnitud puede variar, es decir, considera la magnitud justo antes de comenzar a que la magnitud sea tal. Por tanto, la maniobra consiste en intentar dar con el instante, límite de razones primeras y últimas, en que puede variar una magnitud.

Por este procedimiento obtenemos la siguiente expresión $\left(x+\frac{dx}{2}\right)\left(y+\frac{dy}{2}\right)-\left(x-\frac{dx}{2}\right)\left(y-\frac{dy}{2}\right)$. Desarrollando tenemos $xy-\frac{xdy}{2}-\frac{ydx}{2}+\frac{dxdy}{4}$ y $xy+\frac{xdy}{2}+\frac{ydx}{2}+\frac{dxdy}{4}$. Newton resta del segundo producto el primero, permaneciendo $ydx+xdy$ como sobrante,

ya que el primer término xy y el último $\frac{dxdy}{4}$ se desvanecen al restar. Newton interpreta este sobrante como el crecimiento en todo un dx y dy.

Los dos productos, es decir, $xdy + ydx + dxdy$ y $ydx + xdy$ se diferencian precisamente en ese sobrante que permanece. De aquí deduce Newton el diferencial de xy. Sin embargo, Hegel observa que por este procedimiento consigue Newton eliminar el término que constituye la dificultad principal: a saber, el producto de las dos diferencias infinitas $dxdy$[311]. Hegel afirma que, a pesar de lo elemental de la operación, se puede afirmar que el procedimiento es falso[312]. La incorrección reside en la afirmación de esta identidad: $\left(x+\frac{dx}{2}\right)\left(y+\frac{dy}{2}\right)-\left(x-\frac{dx}{2}\right)\left(y-\frac{dy}{2}\right)=(x+dx)(y+dy)-xy$.

La incorrección de la operación consiste en producir la apariencia de ser una demostración[313]. La igualdad es incorrecta, ya que bajo la equivalencia entre $xdy + ydx + dxdy$ y $ydx + xdy$ se oculta simplemente una aproximación[314].

Pese a la apariencia de demostración, el procedimiento de Newton muestra no sólo una ingeniosa habilidad técnica, sino también un valor altamente especulativo reconocido y continuado por Hegel. La eliminación del término, del que para Hegel depende todo el procedimiento, no queda sin más eliminado, sino que le sirve a Hegel para explicar lo que éste entiende por un desaparecer del mismo desaparecer (*Verschwinden des*

311. "Man sieht, in diesem Verfahren fällt das Glied, welches die Hauptschwierigkeiten ausmacht, das Produkt der beiden unendlichen Differenzen, $dxdy$, durch sich selbst hinweg". WdL 5, p. 308.

312. "Unrichtig ist; es ist unrichtig". WdL 5, p. 308.

313. "Die Täuschung solchen Beweisens" WdL 5, p. 308.

314. En realidad x e y se deben considerar como funciones en t, y por ello $x = f(t)$ e $y = g(t)$. La verdadera demostración sería, con las suposiciones correspondientes, la función $f(t+h)\times g(t+h)$. Esta función puede ser representada como una suma $f(t)\times g(t)+\left[f'(t)g(t)+g'(t)f(t)\right]\times h+R(h)$ en la que $R(h)/h$ desaparezca progresivamente en 0.

Verschwindens selbst)[315] cuando se refiere al *devenir*: la huella o la marca que permanece de los diferencia es la memoria del saber. Lo finito, lo mostrable deícticamente (*Dasein*), es el primer término que resulta de eliminar la diferencia infinita. Por ello mismo, en Hegel la diferencia infinita, no se elimina, sino que desaparece, se oculta detrás del objeto, del resultado finito y numerable. La diferencia infinita se conserva, como eliminada oculta, al mismo tiempo que el mismo ocultamiento se oculta; es decir, no percibimos que lo que desaparece es el desaparecer.

La confusión newtoniana constituye un momento inspirador para Hegel a la hora de aclarar lo que entiende por *devenir*. En la demostración podemos ver como Newton procede a quitar la mitad del mínimo de una magnitud que comienza, y a aumentar a la mitad el mínimo de una magnitud que termina[316]. Ahora bien, como Newton trata de objetivar, por ejemplo, la magnitud de un área que existe en cuanto que ésta empieza y termina de crecer (variar o aumentar), se ve obligado a recurrir a esta ingeniosa demostración y a introducir el concepto de momento[317].

Hegel nota, apoyándose en las *Équations numériques* de Lagrange, las dificultades demostrativas de Newton. Newton, para deducir los diferenciales, emplea un recurso a la intuición. Newton quiere introducir un significado a sus procedimientos relacionándolos con el movimiento físico. El movimiento determina el significado de sus elementos y de sus potencias. Para ello, desde el punto de vista analítico se sirve Newton del método de las series[318]. Hegel mismo señala que este método de las series es el método que Lagrange adopta para corregir los errores cometidos por Newton. Con la forma de las series es siempre posible añadir nuevos términos y tomar la magnitud de forma tan exacta como se precise. Lagrange detecta

315. WdL 5, p. 113.

316. Ahora bien, Newton no parece tener escrúpulo alguno a la hora de quitar y añadir cantidades a magnitudes propiamente indeterminadas. Este término xy puede representar magnitudes claramente determinadas y finitas (arquimedianas). Sin embargo, no está tan claro que $(x+dx)(y+dy)$ puedan representar lo mismo.

317. Las antinomias matemáticas kantianas sobre la finitud e infinitud del mundo en el espacio y el tiempo, esto es, la dialéctica en torno a la posibilidad de un comienzo y de un fin para el mundo, está íntimamente relacionada en Hegel con la existencia del movimiento y con el concepto de lo infinitamente pequeño en el cálculo.

318. "Beim Gebrauche der Reihenform, der sonst seine Methode auszeichnet". WdL 5, p. 308.

que con la eliminación de términos por su relativa significación lo que se obtiene como resultado es una mera aproximación[319].

Hegel, siguiendo a Lagrange, recrimina igualmente el infundado procedimiento de Newton en el método de resolución de ecuaciones de grados superiores. Newton obtiene el resultado por sustitución de cada uno de los valores no exactos en la ecuación dada. De esta forma desarrolla una aproximación de potencias superiores que luego es eliminada[320]. Los valores inexactos que surgen de la ecuación dada son despreciados debido simplemente a su relativa pequeñez: la aproximación por medio de las potencias superiores. Hegel califica con Lagrange este razonamiento como de un crudo y tosco procedimiento[321].

El error (*der Fehler*) cometido por Newton para solucionar el problema de eliminar esenciales potencias superiores es lo que proporciona un triunfo a los enemigos de su método. Hegel detecta la fuente del error tal como expone Lagrange en su investigación *Théorie des fonctions analytiques*. Hegel piensa que Lagrange ha demostrado el carácter formal y la inseguridad[322] que reina en el empleo de este instrumento de cálculo. Lagrange muestra que el error de Newton consiste en despreciar el término de la serie que, precisamente y a su entender, contiene la potencia de la que depende la resolución del problema[323]. Del término eliminado depende, a entender de Lagrange, el desarrollo determinado. El procedimiento de eliminar términos, dada su relativa pequeñez, es un procedimiento formal y superficial[324].

4.3. *El problema de las magnitudes relativamente pequeñas*

La operación que desprecia términos de la serie por su relativa pequeñez cuantitativa introduce una sospecha fundamental: la existencia de un error o una incorrección de principio que debe ser compensada y mejo-

319. "Nur eine Näherung sei". WdL 5, p. 308.

320. "Durch Nährung die höheren Potenzen". WdL 5, p. 308.

321. "Aus dem rohen Grunde ihrer Kleinigkeit wegläßt". WdL 5, p. 308.

322. "Beweist das Formelle und die Unsicherheit". WdL 5, p. 308.

323. "Lagrange zeigt, daß in den Fehler fiel, weil er das Glied der Reihe vernachlässigte, das die Potenz enthielt, auf welche es in der bestimmten Aufgabe ankam". WdL 5, p. 309.

324. "Jenes oberflächliche Prinzip". WdL 5, p. 309.

rada con la eliminación de las cantidades mencionadas al finalizar el procedimiento. Hegel menciona a L. N. M. Carnot para referirse a este modo proceder. Carnot había escrito una obra de gran recepción popular *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitesimal* (1797). El fundamento lógico del cálculo infinitesimal reside para Carnot en el método exhaustivo. Todas las demás maneras de tratar el asunto no eran sino simplificaciones o atajos de un único método lógico.

Hegel critica los razonamientos de Carnot que justificaban la eliminación de cantidades debido a su pequeñez relativa. Carnot fundamenta la lógica del procedimiento en la determinación cuantitativa de un error de principio. Carnot supone que el cálculo infinitesimal tiene que ver con una inexactitud que se debe compensar con otro error después de la operación[325].

Los términos del desarrollo en serie de potencias que no se tienen en cuenta lo justifica Hegel con su interpretación de la relación cualitativa. La argumentación de Carnot se funda en la imposibilidad de determinar lo que Hegel entiende por relación cualitativa. En este sentido, contrapone Hegel la interpretación de Newton a la de Carnot[326]. El método de Carnot trata simplemente de justificar los resultados correctos[327]. Hegel continua diciendo que esta es la razón por la cual Carnot se ve obligado a introducir ecuaciones imperfectas (*unvollkommener Gleichungen*). Carnot introduce lo que denomina ecuaciones imperfectas para justificar la eliminación aritmética de magnitudes. Hegel señala que esta supresión de magnitudes está guiada por la utilidad (*durch den Nutzen*). Pero, por ello mismo, es un proceder incorrecto desde el punto de vista aritmético (*arithmetisch unrichtige Weglassung*)[328]. Esto es, Carnot aplica el procedimiento una vez que ya sabe de otra parte el resultado correcto.

Para Hegel, la intención de Carnot es simplificar el método del cálculo pero sin atender a la naturaleza de la cosa[329]. En definitiva, Carnot

325. "Ein Fehler oder Irrtum vorausgesetzt, der durch einen anderen Irrtum ausgeglichen und verbessert würde; eine Ansicht, von welcher, aus Carnot vornehmlich die gewöhnliche Methode der Infinitesimalrechnung rechtfertigt". WdL 5, p. 310.

326. "In Rücksicht der Erhaltung des Verhältnisses im Verschwinden der Quantorum findet sich (anderwärts, wie bei Carnot,... ". WdL 5, p. 299.

327. "Er rechfertigt die Methode viel mehr durch die Tatsache, daß die Resultate richtig werden,...". WdL 5, p. 311.

328. WdL 5, p. 311.

329. "Für die Vereinfachung und Abkürzung des Kalküls..., als durch die Natur der Sache selbst". WdL 5, p. 311.

acepta con Berkeley que los errores en los razonamientos habituales del cálculo infinitesimal se compensan unos con otros.

Por el contrario, Hegel entiende que el desarrollo en serie de Lagrange elimina las dificultades. Ahora bien, las dificultades quedan resueltas siempre y cuando no interpretemos el desarrollo en serie como una simple suma[330]. El método del cálculo diferencial no tiene como principio un error o una incorrección[331]. Lo que ocurre es que en el desarrollo en serie de potencia el diferencial se encuentra de forma perfecta en el primer término del desarrollo[332]. Los demás términos que requieren diferenciales de orden superior no tienen como determinación el ser la continuación de una serie como suma[333]. La obtención del diferencial se contiene ya de forma perfecta en el primer término del desarrollo. En este sentido, no se puede añadir nada esencial, tal como hace suponer una progresión en forma suma. Lo que se contiene en el primer término es la relación que elimina la consideración de la serie como la continuación aditiva de términos cuantitativos. Lo que Hegel entiende por continuidad es precisamente la repetición de una y de la misma relación[334]. La repetición es de la relación que se contiene de forma perfecta ya en el primer término de la serie[335] (ya presente y perfectamente obtenida como un *Dasein* concreto en el primer coeficiente p). Para Hegel no existen términos del desarrollo de la serie que se puedan despreciar ya que estos términos tienen, según su interpretación, un significado cualitativo determinado[336].

La solución de Hegel a este problema es de naturaleza filosófica y no matemática; esto es, de naturaleza lógica. Allí donde el entendimiento (*Verstand*) topa con dificultades y contradicciones (*Widerspruch*), debemos introducir el proceder de la razón (*Vernunft*) con objeto de resolverlas (*Aufhebung*). La resolución no consiste en olvidar las contradicciones, sino en eliminarlas tras haber pasado por ellas. La respuesta de Hegel consiste

330. "Indem es sich nicht um eine Summe, sondern um ein Verhältnis handelt,...". WdL 5, p. 310.

331. "Es wird dabei nicht eine Ungenauigkeit, ein Fehler oder Irrtum vorausgesetzt". WdL 5, p. 310.

332. "So ist das Differential vollkommen durch das erste Glied gefunden". WdL 5, p. 311.

333. "So liegt in ihrer Bestimmung nicht die Fortsetzung einer Reihe als Summe". WdL 5, p. 311.

334. "Die Wiederholung eines und desselben Verhältnisses". WdL 5, p. 311.

335. "Im ersten Glied bereits vollkommen ist". WdL 5, p. 311.

336. "Die Glieder der Reihe eine bestimmte qualitative Bedeutung haben sollen". WdL 5, p. 312.

en atender a la naturaleza de lo que estamos sumando en un desarrollo en serie como el de Lagrange. Los términos que constituyen los sumandos de esta serie son cualitativamente distintos. Esta es la razón básica por la que no pueden ser eliminados sin más. Cada término tiene un significado irreductible. No se trata de una suma, porque estamos sumando cosas tan distintas como sería sumar *peras* con *manzanas*. Cada término adquiere aquí una identidad perfecta. La individualidad de los términos de los desarrollos en serie de Lagrange es comparable a la identidad de cada uno de los números que forman la serie de los naturales. La diferencia radical está aquí en que los términos que definen el desarrollo en serie de Lagrange no son *cuantos*, sino relaciones. Por ello, lo que estamos sumando serían relaciones de magnitudes y no propiamente magnitudes o cuantos. Pero de esta forma abandona Hegel el terreno de las matemáticas y asciende a la *Lógica*.

El cálculo infinitesimal introduce en la interpretación de Hegel también un cambio de perspectiva en la mirada de la *Lógica*. Al principio tratamos de la *cantidad pura*; esto es, la dimensión homogénea de nuestras diferenciaciones conceptuales. La cantidad pura representa el elemento inercial de la *Lógica*, esto es, aquello que es susceptible de división sin dejar de ser lo que es. Esto es lo que define la homogeneidad del espacio y del tiempo, y en consecuencia, la condición de posibilidad de una exteriorización material de la *Idea* al final de la *Lógica* con objeto de autointuirse. La función del cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel es la superación de la materia corpórea. Esto significa que el *límite* que define la relación de las magnitudes es así mismo un *límite* de carácter lógico que define el paso desde la cantidad a la cualidad en el curso expositivo de la *Lógica*.

5. Análisis hegeliano de la integración

5.1 *Análisis general*

La integral definida $\int_a^b f(x)dx$, era interpretada en la época de Hegel como la suma infinitesimal de una superficie infinita de magnitudes $\sum_x f(1)\times dx$. Esta consideración ha prevalecido hasta nuestros días. Para Hegel, la integral no está definida una suma sobre un número infinito de puntos x o segmentos de una superficie[337]. Hegel no duda del éxito que ha tenido interpretar la suma como una operación que trata de *distancias infinitesimales* entre dos puntos próximos sobre una línea de circunferencia o entre dos números reales. Lo que a Hegel preocupa, sin embargo, es que el éxito se debe a la experiencia heurística para obtener reglas de cálculo y demostraciones. En cambio, se ha hecho bastante poco por aclarar la naturaleza del objeto definido.

La interpretación de la integral como suma se remonta, según Hegel, a los trabajos de Kepler[338]. Lo mismo vale para la identificación de longitudes con rectángulos y superficies infinitesimales en el procedimiento de Cavalieri. Hegel critica como algo superficial (*oberflächlich*)[339] la interpretación moderna de la integración como la inversión de la diferenciación[340].

El teorema fundamental del cálculo diferencial e integral permite interpretar toda función primitiva $f(t)$ como el área o la función de superficie de la función derivada $f'(t)$. Para Hegel no es tan simple y mecánico

337. WdL 5, pp. 348 y 360.

338. "Daß die Peripherie des Kreises ebenso viele Teile hat als Punkte, deren jeder als die Grundlinie eines gleichschenklichten Dreiecks betrachtet werden könne". WdL 5, p. 359.

339. WdL 5, p. 353.

340. "Indem... sich ergeben hat, daß durch die erste Funktion der Gleichung einer Kurve das Verhältnis, welches ein lineares ist, erhalten worden, so weiß man damit auch, daß die Integration dieses Verhältnisses die Gleichung der Kurve im Verhältnis der Abszisse und Ordinate gibt; oder wenn die Gleichung für die Ebene einer Kurve gegeben wäre, so würde die Differentialrechnung über die Bedeutung der ersten Funktion seiner Gleichung bereits gelehrt haben sollen, daß diese Funktion die Ordinate als Funktion der Abszisse, hiermit die Gleichung der Kurve darstellte". WdL 5, p. 350.

demostrar que esto tiene lugar en el cálculo infinitesimal[341]. Hegel explica verbalmente que el valor finito de una suma infinita $\sum_x (df/dx) \times dx$ para x tomado en el intervalo $[a,b]$ es igual a la diferencia $f(b)-f(a)$, precisamente porque la suma que se obtiene tras su simplificación $\sum_x df(x) = \sum_x f(x+dx) - f(x)$ es igual a $F(b)-F(a)$. Esta última igualdad se toma, según la representación kepleriana de dx, como la distancia de un punto respecto a uno próximo. Este es el motivo, a los ojos de Hegel, por el que Lagrange no se ha ocupado de esta parte del cálculo[342].

Lagrange se ocupa fundamentalmente de demostrar la existencia de la relación entre una función primitiva y su derivada. Esto no puede tener lugar de forma directa. La existencia de esta relación supone una mediación que se revela como un término medio entre un mayor y un menor, esto es, como una aproximación[343]. El fundamento de esta consideración aproximativa reside en que el cálculo establece una relación entre funciones de formas cualitativas distintas[344]. La geometría elemental define la igualdad de longitudes en un segmento. Por el contrario, la longitud de una línea curva, por ejemplo de una circunferencia, no puede llevarse a cabo más que como una aproximación[345].

El simple desarrollo en serie demuestra completamente el teorema fundamental del cálculo. Hegel piensa que la definición general de derivada $f'(x)$ en un intervalo $[a,b]$ proporciona para las magnitudes o los números reales x y h: $f(x+h)-f(x) = f'(x) \times h + R_x(h)$ cuando la

341. "Die gewöhnliche Methode nun, welche die Vorstellung der Differenzen als des Unendlichkleinen gebraucht, macht sich die Sache leicht. Für die Quadratur der Kurven... nimmt sie einen unendlich kleinen Rektangel, ein Produkt der Ordinate in das Element... das Produkt wird... in dem Sinne integriert, daß das Integral die Summe der unendlich vielen Trapeze, die Ebene, deren Bestimmung verlangt wird, nämlich die endliche Größe jenes Elements der Ebene gebe".

342. "Lagrange ist ebensowenig in diesem Teil des Kalküls darauf eingegangen, die Schwierigkeiten... auf die glatte Weise... abzutun". WdL 5, p. 353.

343. "Zu beweisen, daß... ein Verhältnis von der ursprünglichen zu der abgeleiteten Funktion stattfinde. Dies kann... nicht auf direkte Weise bewerkstelligt werden; die Bestimmung läßt sich so nur als die Mitte zwischen einem Grössern und kleinern auffassen".

344. "Krumme mit geraden Linien, linerare Dimensionen und Funktionen derselben mit Ebenen-Flächen-Dimensionen und deren Funktion usf., also qualitativ verschiedene in Beziehung".

345. "Hiermit tritt von selbst wohl wieder die Form des Zwachses mit Plus und Minus ein; und das rüstige Dévéloppons, ist an seiner stelle; aber wie die Zuwächse hier nur arithmetisch, endliche Bedeutung haben, davon ist vorhin gesprochen worden". WdL 5, p. 341.

función resto $R_x(h)/h$ tiende a cero, si h tiende a cero. Si dividimos $[a,b]$ por los puntos x_i en n partes iguales y ponemos $a = x_0, b = x_n, h = (b-a)/n$ entonces se verifica

$$f(b) - f(a) = \sum_{xi} f(x_{i+1}) - f(x_i) = \sum_{xi} f'(x_i) \times h + \sum_{xi} R_{xi}(h).$$

Para n suficientemente grande, h suficientemente pequeño, el segundo término de la suma se va haciendo arbitrariamente pequeño. Esto significa que el primer término del sumando será, para n cada vez mayor, una siempre mejor aproximación a la magnitud de la superficie buscada y de la integral. Lo fundamental para Hegel es que esta demostración no salga de la dimensión de las magnitudes finitas. Este es el sentido que tiene descomponer la función incremento $f(x+h) - f(x)$. Por un lado tenemos el componente lineal $f'(x)xh$, que ahora se interpreta como la magnitud de la superficie. Por otro lado, tenemos una parte que desaparece en una potencia superior (*in höherer Potenz*).

Los exponentes son, de forma completamente general, el número n de veces en que se realiza repetidamente una única operación. Las diferentes realizaciones particulares de la operación tienen el mismo valor. Hegel se refiere sobre todo a la aplicación de un segmento de longitud a sobre el segmento a, o a la adición o multiplicación de un número m consigo mismo. La operación o^n realizada n-veces, o su resultado, es lo que Hegel define como la n-ésima potencia de la operación. La n-ésima potencia de la adición con el número m de base sería el simple resultado de la multiplicación de m con n. En este caso definimos la base y el exponente como factores, ya que son intercambiables. Para cuadrar o potenciar, la diferencia entre la base y el exponente es unívoca. La relación de potencia entre objetos tales como números o magnitudes es una relación numérica por la mediación de los exponentes de la operación. La relación funcional entre el argumento x y el valor x^n es de otro tipo. Hegel define los polinomios como potencias, al mismo tiempo que son funciones cualquiera.

El caso particular de la n-ésima multiplicación de un número a consigo mismo representa en Hegel el concepto general de potenciación. La potenciación cuenta, en primer lugar, los exponentes de la operación. La relación de la n-ésima potencia m^n respecto al número base m no es una proporción cuantitativa (de valor numérico) $m^n/m = m^{n-1}$, sino una re-

lación cualitativa[346]. Esta relación cualitativa es una relación funcional definida independientemente del número base m. Al cuadrar $m \times m$ puede observarse que los números son, por un lado, unidades, y por otro, exponentes de la operación. En nuestro caso tenemos que comprender la m-ésima adición realizada (Hegel define los exponentes como una pluralidad *vielfachheiten*). Hegel lo expresa diciendo que al poner la segunda potencia, esto es, el cuadrado, viene el número m para sí mismo (*zu sich selbst kommen*).

En la aritmética tenemos que el concepto de número presenta un doble sentido: en primer lugar, empleamos signos numéricos para contar los pasos de operaciones, cuando los utilizamos como índices o exponentes, y en segundo lugar, tenemos los signos numéricos como nombres para objetos abstractos, esto es, las unidades y cantidades. Esto implica que siempre tenemos números como exponentes de operaciones, números que numeran, al mismo tiempo que como objetos abstractos: numerados. Estos objetos vienen definidos por medio de igualdades numéricas que determinan una relación de equivalencia entre los diferentes tipos de representaciones numéricas.

Una relación funcional $y = f(x)$ no es una simple proporción o magnitud $f(x):x$. La relación está determinada por la función completa f independiente de todo argumento determinado x. La relación general R_f es una de las formas de expresar qué pares de magnitudes a,b y c,d se encuentran exactamente en la misma relación R_f cuando $a = f(b)$ y $c = f(d)$. Este tipo de dependencia funcional no la comprende Hegel bajo la categoría de la cantidad, sino que la ve determinada cualitativamente (*qualitativ*), tal como en el caso de las relaciones de potencias[347]. Hegel concibe las relaciones y las funciones entre objetos abstractos determinados sólo de forma concreta; es decir, por operaciones o por el control principial que indica ciertas condiciones de satisfacción para proposiciones relacionales entre x e y $A_f(x,y)$ (*Ser-para-sí*). Esta forma de comprender las relaciones y las funciones supera la prematura comprensión

346. "Das Verhältnis einer Größe zur Potenz ist nicht ein Quantum, sondern wesentlich qualitatives Verhältnis; das Potenzverhältnis ist der Umstand, der als Grundbestimmung anzusehen ist". WdL 5, p. 294.

347. WdL 5, p. 326.

extensional de las relaciones y funciones como conjuntos de pares. La comprensión extensional pura de las relaciones se debe a que la expresión $f(x)$ es interpretada como variable meramente esquemática: el *Ser-en-sí* de una función indeterminada.

Los coeficientes de la serie de potencia que representan una función en el entorno de x son, en cierta forma, igualdades de relaciones potenciales de funciones. Los coeficientes representados de forma simple como parte lineal y no-lineal son los que definen igualdades con relaciones potenciales de funciones f y g en un punto o argumento x. Con ello definimos ciertas clases cualitativas de equivalencias para funciones de variable real sobre x. Dos funciones f y g se asimilan o se igualan sobre el punto argumento real x cuando tienen la misma derivada: su tangente tiene la misma pendiente. Estas relaciones cualitativas para curvas tienen su expresión adecuada en aritmética por medio de las representaciones potenciales de la función incremento en las proximidades de x, y no en una proporción entre longitudes infinitesimales.

Hegel caracteriza consecuentemente la parte aritmética del cálculo diferencial en curvas planas (una aplicación de números reales por medio de funciones en números reales) representadas por series de potencia. De aquí, la diferenciación estaría interesada en la exposición correspondiente de los incrementos. Hegel entiende que sólo las funciones que contienen potencias superiores, son diferenciables[348]. Lo que quiere decir es que las definiciones de derivadas $f'(x) = O$ o bien $f'(x) = a$ para constantes o funciones lineales $f(x) = c$ y $f(x) = ax + b$ son ampliaciones esquemáticas del cálculo diferencial para polinomios[349]. En el segundo caso desaparece completamente la función resto $R(h)$, esto es $y/x = dy/dx = a$. En el primer caso desaparece también la primera función.

La operación que determina la magnitud de la superficie a^2 de un cuadrado por medio de su transformación geométrica en un rectángulo de igual magnitud con el lado e previamente dado se define entre los griegos como *potencia* (*dynamis*). Esta operación es la base que indica el contenido cuantitativo $(a-b)/2$ del triángulo rectángulo con catetos a,b y con

348. WdL 5, p. 294.
349. WdL 5, p. 348.

ello, de toda definición general completa de la magnitud de una superficie. Esta multiplicación está definida no sólo para números enteros o racionales sino para todas las longitudes que pueden ser construidas por la geometría elemental. Descartes identifica primeramente magnitudes de superficies así como también proporciones con magnitudes: identifica una unidad de longitud con la unidad de superficie e^2. El núcleo de la matemática antigua y de la geometría analítica moderna es la representación, primero aritmética y luego algebraica, de todas las formas geométricas.

Las formas geométricas no pueden tomarse por formas empíricas[350]. La operación de cuadrar una unidad de longitud es la base misma de toda aritmetización y cuantificación en las relaciones cualitativas de magnitudes (longitudes, superficies, volúmenes) respecto a una forma geométrica. Las ecuaciones de curvas y la determinación esquemática de las longitudes de curvas (por integración) o pendientes (por diferenciación) se fundan en la operación de cuadrar. Esto lo muestran las demostraciones en geometría fundamental del teorema de Desargues y de Pappus. A partir de la comparación entre las magnitudes de superficies podemos expresar la igualdad formal de los triángulos como igualdades proporcionales de los lados. De la percepción se puede inferir la indiferencia en la elección de las unidades de longitud.

El carácter técnico y la pluralidad de sistemas de fundamentación abren el panorama a nuevas preguntas[351]. Las dificultades en torno al concepto del infinito no han desaparecido en ningún modo. Más bien, se han sustituido por conceptos más generales: consistencia, predicatividad y constructividad. En realidad, tras los nuevos conceptos, se oculta la antigua dificultad inherente al concepto de infinito. La posición de Hegel, en cuanto a los problemas de fundamentación matemática, contrasta con todos los anteriores intentos, además de con todos los posteriores.

350. "Das mathematische Messen durch Operationen des Kalküls oder durch Konstruktionen, und Beweise der Geometrie gänzlich vom... Messen empirischer Linien, Figuren usf. Unterschieden ist". WdL 5, p. 302.

351. Estas nuevas preguntas, desde el punto de vista de M. Wolff serían "Zum Beispiel: Sollte man sich mit den Ideen des aktual Unendlichkleinen und -großen nur als theoretisch nützlichen Fiktionen zufrieden geben oder sollte man ihnen vielmehr eine gewisse Realität zuschreiben? Welche Vorzüge und Nachteile boten die einzelnen Systeme im Vergleich miteinander? Welche formalen Bedingungen sollten für mathematisch einwandfreie Definitionen und strenge Begründungen verbindlich sein?". M. Wolff, p. 199. Muchas de las nuevas preguntas no resultan en realidad ser tan nuevas. El mismo Leibniz justificaba la utilización de los infinitesimales como ficciones útiles para el cálculo.

Russell critica la filosofía de Hegel desde la perspectiva ortodoxa que representa Weierstraß[352]. Sin embargo, también los tiempos de Russell han cambiado. Basta con atender a la nueva revolución introducida en el campo del Análisis por nuevas teorías *heterodoxas*. Nos referimos, por poner un ejemplo, a la doctrina de A. Robinson y su *Non-Standard Analysis* o a la aplicación de la matemática intuicionista en la demostración de proposiciones consideradas como evidentes según criterios tradicionales. Los criterios intuicionistas quieren reconstruir la evidencia matemática: dentro del Análisis los teoremas tradicionales[353].

352. Russell se refiere más bien a los denominados hegelianos.

353. LAKATOS, I, "Cauchy und das Kontinuum: Die Bedeutung der heterodoxen Analysis für die Gesischte und die Philosophie der Mathematik", Mathematik, empirische Wissenschaft und Erkenntnistheorie, loc.cit.42-59. Abgesehen von den heterodoxen Grundlegungssystemen ist auch neuerdings der Ruf nach einer *Mathematik ohne Fundament* laut geworden; PUTNAM, H., *Mathematics without Foundations*, Journal of Philosophy 64 (1967) 5-22.

Capítulo III
La función del cálculo infinitesimal en la Lógica de Hegel

> "Die Philosophie des lebendigen Geistes, der tatvollen Liebe, der verehrenden Gottinnigkeit, deren allgemeinste Richtpunkte nur angedeutet werden konnten, insonderheit eine von ihren Grundtendenzen geleitete Kategorienlehre steht vor der großen Aufgabe einer prinzipiellen Ausseinandersetzung mit dem an Fülle wie Tiefe, Erlebnisreichtum und Begriffsbildung gewaltigsten System einer historischen Weltanschauung, als welches es alle vorausgegangenen fundamentalen philosophischen Problemmotive in sich aufgehoben hat, mit Hegel".
>
> "Die Kategorienlehre und Bedeutungslehre des Duns Scotus".
>
> M. Heidegger

1. La articulación lógica de la filosofía

La filosofía consta, según Hegel, de tres partes fundamentales. Cada una de estas partes define una temática relativamente clausurada[1]. El primer tema de la filosofía lo constituye la *Lógica*. La *Lógica* de Hegel tiene por objeto una semántica general. La *Lógica* de Hegel es una doctrina sobre el método del análisis de sentido. El segundo tema de la filosofía es una *filosofía de la naturaleza*. La *filosofía de la naturaleza* de

1. "Jeder der Teile der Philosophie ist ein philosophisches Ganzes, ein sich in sich schliessender Kreis,…". Enz 8, § 15.

Hegel incluye una teoría de la ciencia cuyo objeto es el análisis reflexivo sobre las denominadas ciencias de la naturaleza. El tercer tema es la *filosofía del espíritu*. El objeto de una *filosofía del espíritu* es una doctrina de la ciencia sobre las ciencias humanas. La *filosofía del espíritu* incluye el análisis de las ciencias sociales normativas y descriptivas, la jurisprudencia y las ciencias del espíritu de naturaleza histórico hermenéutica.

Lo que Hegel llama la *Idea* (*Idee*) es la forma general común que constituye el mundo de los contenidos significativos. La *Idea* es lo espiritual objetivado en las tres partes de la filosofía. Cada una de las partes es la Idea tomada (manifestándose) desde diferentes puntos de vista, aspectos o perspectivas[2]. Este carácter manifestativo de la Idea es heredero de la *Monadología* de Leibniz y de la *Ética* de Spinoza[3].

El tema fundamental de la *Lógica* son las formas generales internas o externas del significado. Hegel llama a esto *Concepto* (*Begriff*). El significado es resultado de conceptualizar la *Idea* (*Idee an und für sich sein*)[4].

El tema de la *filosofía de la naturaleza* son las distintas formas de representación teorética de la experiencia natural. Hegel sintetiza todos estos análisis bajo la noción de *Idea en su ser otro* (*die Idee in ihrem Anderssein*)[5].

El tema de una *filosofía natural* es una forma abstracta o estructura oculta tras la superficie de los fenómenos. El objetivo de la filosofía natural es establecer un orden teleológico entre los fenómenos. En cuanto nuestras teorías se adecuan a los fenómenos descritos, entonces hablamos de las estructuras en nuestra representación de la naturaleza y del espíritu. Esto define a la totalidad del mundo humano[6]. Este momento constitutivo fluyente es definitorio de cada ciencia así como de la filosofía.

El tema de la *filosofía del espíritu* son las formas de las acciones e instituciones. Las acciones e instituciones son producto de una autoexperiencia. La autoexperiencia es la manifestación misma de la *Idea* como desarrollo interno de la humanidad. Esta autoexperiencia viene resumida

2. "Die philosophische Idee ist darin in einer besonderen Bestimmtheit oder Elemente". Enz 8, § 15.

3. DELEUZE, G., *Spinoza et le problème de l´expression*. Éditions de Minuit, París, 1968.

4. El método dialéctico es un proceso: se busca un logro o término al que hay que llegar. Enz 8, § 18.

5. Enz 8, § 18.

6. "Im Geiste ebendieselbe als für sich seiend und an und für sich werdend". Enz 8, § 18.

por Hegel bajo el título de *la vuelta de la idea desde su exteriorización en lo otro* (*Idee, die aus dem Anderssein in sich zurückkehrt*)[7].

El término *Idea*, empleado en singular, sintetiza la forma general de la vida humana. La *Idea* es la humanidad tomada en su totalidad[8]. Las formas semánticas, los significados, penetran cada una de las actividades humanas. Las ciencias de la naturaleza no son más que un hablar, atender, pensar y entender condicionados por las posibilidades naturales y capacidades reales. Cada autoexperiencia del espíritu comienza con lo externo, con las exteriorizaciones del espíritu. Por otra parte, todo conocimiento experimental de la naturaleza es un conocimiento formado por nosotros. Este conocimiento se instaura en el contexto de una actividad humana común. La experiencia de la naturaleza es resultado de una actividad espiritual desarrollada. Hegel llama a la experiencia natural *la Idea en la forma de exteriorización* (*die Idee in der Form der Entäusserung*)[9].

1.1. *Las categorías fundamentales de la Lógica*

Hegel formula de forma general el programa de la *Lógica*. Este programa se concreta por la enunciación explícita de una secuencia de términos o palabras centrales. Esta lista de palabras son el objeto del análisis de sentido. Hegel emplea estos términos a modo de títulos para nombrar una determinada articulación o esquema en el curso expositivo de la *Lógica*.

La secuencia comenzaría con títulos como *Ser* y *Nada* (*Sein und Nichts*). A esto se añaden *verdad* (*Wahrheit*), *falsedad* (*Falschheit*) y *realidad* (*Wirklichkeit*). Con estos términos nos referimos al sentido de lo que son significados, referencia de nombres y proposiciones, así como a su uso a nivel objetivo (discurso objeto) según sus expresiones o formas enunciativas (exteriorizaciones). A este tema pertenece el empleo de expresiones metaobjetivas (discurso meta-objeto) tales como *es verdadero* o *es propia y realmente así*.

7. Enz 8, § 18.
8. “Das schlechthin mit sich identische Denken”. Enz 8, § 18.
9. Enz 8, § 18.

Las proposiciones; o bien, sus expresiones, pueden enunciar algo. Atendiendo a la tradición decimos que son manifestación de un *Ser* o de un *no-Ser*. La condición necesaria para una diferenciación plena; esto es, no meramente formal, son propiamente los criterios comunes de diferenciación entre expresiones correctas y falsas. La diferencia meramente formal es la establecida generalmente entre la afirmación (*Sein*) y negación (*Nichtsein*).

Tan sólo en principio podemos esperar que toda proposición aporte una verdadera diferencia con su expresión. Una verdadera diferenciación significa que la proposición diga o manifieste que un *algo se muestra así y no así*. Sin embargo, también cabe la posibilidad de que la expresión de una proposición carezca en realidad de significado o de sentido. Si no disponemos de condiciones veritativas generales, o bien, no tenemos una referencia empírica[10], la proposición carece de significado y de sentido.

10. La imagen de la ciencia elaborada por el empirismo clásico, y resucitada en parte por Bertrand Russell y Rudolf Carnap, considera que los conceptos científicos son simples resultados de métodos inductivos basados en datos de los sentidos. La reelaboración de esta tesis, propuesta por Russell y que Carnap lleva a cabo, se traduce en el programa fenomenista. Russell expone los resultados de sus investigaciones y un esbozo a grandes rasgos del programa en su publicación de 1914 *Ouer Knowledge of the External World*. La tesis de Russell es la actualización técnicamente precisada del empirismo clásico: nuestro conocimiento no formal es reducible a los datos de la experiencia inmediata. Russell quería aplicar su método de análisis lógico al dominio de las ciencias empíricas y de los objetos físicos. De la misma forma en que Russell había querido reducir la matemática a la lógica, redefiniendo todos nuestros conceptos matemáticos en función de conceptos puramente lógicos, así también, al tratar el conocimiento empírico intentaba reducirlo a sus elementos más evidentes y seguros; a los datos sensibles inmediatos. Este programa tropieza con grandes dificultades: Russell pasa de tomar como base los datos sensibles de un solo individuo a tomar los de todos los seres humanos, e incluso todos los datos sensibles posibles. Finalmente termina por abandonar los datos sensibles por un sistema en que se toman como base las cualidades simples (*An Inquiry into Meaning und Thruth* 1940, *Human Knowledge: Its Scope and Limits* 1948. Carnap en 1921, adivinando las dificultades, reformula el principio de Russell adoptando en parte la *Gestalttheorie*: más que los datos sensibles aislados, se trata de tomar como base las vivencias elementales (totalidades de la percepción sensible en un instante determinado) y la relación de semejanza recordada entre vivencias elementales. Carnap, haciendo uso del aparato lógico de los Principia de Russell, construye el mundo de la sensación y el mundo de los objetos físicos. Carnap acabará por renunciar al programa fenomenista a favor de una base fisicista o materialista como el fundamento más adecuado del lenguaje científico y de la comprobación intersubjetiva de sus resultados. Nelson Goodman presenta el tratamiento más refinado de la tesis fenomenista en 1951 con su obra *The Structure of Appearance*. Goodman rechaza la teoría conjuntista y la sustituye por un cálculo mereológico de individuos como herramienta formal. Los individuos son los *qualia*; las características sensibles atemporales (color, sonido,...) percibidas por el observador. Hegel ya había advertido, frente a estos proyectos, que no existe tal cosa como los datos de los sentidos independientemente y aislados de toda idea teorética, así como métodos puramente inductivos que nos permitan proceder desde casos particulares a leyes generales. Las demostraciones científicas incluyen multitud de elementos convencionales. Esto explica que las teorías siempre están sujetas a reformulaciones en el

La negación es equivalente a la afirmación de una proposición negada. Para Hegel el análisis del *no-Ser* es lo mismo que el análisis de la negación proposicional *no* (*nicht*).

La serie de términos definida dada por *determinación* (*Bestimmtheit*), *magnitud* (*Größe*)... tiene por objeto asumir la constitución expresiva de esferas y objetos del discurso. En este contexto se tematiza la distinción entre el discurso cualitativo y el cuantitativo. Hegel aborda la constitución de los conjuntos, los números y las medidas.

Los términos tales como *Ser-en-sí* (*Ansichsein*), *Ser-para-sí* (*Fürsichsein*), *lo uno* (*Eines*), *los muchos* (*Vieles*),... pertenecen a palabras centrales y fundamentales del análisis lógico tales como *identidad* (*Identität*), *objeto* (*Gegenstand*), *esencia* (*Wesen*), *existencia* (*Existenz*), *sustancia* (*Substanz*), *sujeto* (*Subjeckt*). Todas estas palabras deben ser interpretadas como términos lógico formales. Las cuestiones que se aclaran con estos términos responden a las siguientes preguntas: cómo se definen concretamente las cosas; esto es, los objetos abstractos como posibles referencias a designaciones en su identidad y número; o bien, qué debemos entender bajo la relación tradicional de sustancia-accidentes; o bien, qué significado tiene lo que se enuncia cuando decimos que lo afirmado *existe* o que *algo es verdadero*; cómo determinar criterios o condiciones veritativas para este tipo de metapredicados, los presupuestos correspondientes del uso a nivel objeto de nombres y proposiciones.

La respuesta de Hegel a todas estas cuestiones es la siguiente: toda afirmación plena de sentido de existencia y verdad se refiere siempre implícitamente a una esfera del discurso previamente establecida por nosotros. Esta esfera está dotada de diferenciaciones como presupuesto fundamental. Así, por ejemplo, decimos que *los números existen* sólo en el sistema y marco definido por el discurso aritmético. El enunciado *Dios existe* tiene en Hegel un sentido determinado: *Dios* es el punto de vista de nuestra consideración ideal del mundo. No existe un concepto de existencia y verdad general: no existe nada fuera del contexto previamente establecido.

La noción de existencia y verdad como algo general y vago es lo referido por el *Ser* del comienzo de la *Lógica*. El proceso dialéctico busca dotar de interioridad a este *Ser* puramente genérico definiendo los contextos correspondientes. Los conceptos que hemos mencionado última-

futuro. La ciencia empírica, incluso matemática, es un trabajo hermeneútico que como cualquier actividad humana requiere de la inventiva y la interpretación.

mente son sólo conceptos formales. No se trata propiamente de conceptos, sino de categorías en la *Lógica del ser* (*Seinslogik*) y de determinaciones de la reflexión en la *Lógica de la esencia* (*Wesenslogik*). Los conceptos formales no dividen una esfera fija previamente establecida y delimitada de *existencias posibles* o de *verdades posibles*. Las categorías y las determinaciones de la reflexión no dividen una esfera previamente estipulada en dos partes claramente diferenciadas; a saber, la que define las existencias *reales* y las *irreales*.

Estas listas de palabras o de temas son el objeto principal de la *Lógica del Ser* (*Seinslogik*), la primera parte de la *Lógica*. Los términos lógico formales como *Ser-en-sí*, *Ser-para-sí*, *lo uno*, *los muchos*,... se introducen con el fin de anticipar el análisis de cuestiones tales como *identidad*, *objeto*, *esencia*, *existencia*, *sustancia*, *sujeto* que son el objeto propio y específico de la segunda parte de la *Lógica*; esto es, *la doctrina de la esencia* (*die Lehre vom Wesen*).

La *Lógica* de Hegel se configura precisamente como teología por el objetivo mismo de su tarea: venir formulada como una gramática pura o doctrina fundamental de las categorías. Esto es precisamente lo que Nietzsche contempla como la propiedad definitoria de toda teología. La *Lógica* es un discurso sobre estructuras acrónicas básicas o fundamentales, y por ello precisamente es teología[11].

Lo que define esencialmente al saber es su carácter manifestativo: expresividad y transmitibilidad. Todo aquello que puede ser dicho se refleja en la *Lógica*. La *Lógica* es el reflejo especular de todo lo articulable. El mundo mismo es imagen, y la *Lógica* es la imagen de esa misma imagen; es decir, su articulación. El carácter manifestativo del saber nos permite independizarnos de la situación concreta. Esta *liberación* (*Befreiung*) posibilita transmitir la información o el contenido significativo de forma invariante más allá de la situación concreta.

La *Lógica* de Hegel explicita el contexto constitutivo y necesario de las determinaciones generales presentes en las teorías científicas. Estas determinaciones son los *noumenos* significativos internos. Estos noumenos son los objetos teoréticos y los enunciados en los que viene expresada

11. "In Rücksicht auf die Bildung und das Verhältnis des Individuums zur Logik merke ich schließlich noch an, daß diese Wissenschaft wie die Grammatik in zwei verschiedenen Ansichten oder Werten erscheint". WdL 5, p 53. "Ich fürchte, wir werden Gott nicht los, weil wir noch an die Grammatik glauben...". NIETZSCHE, F. *Götzen-Dämmerung*, de Greyter, Kritische Studienausgabe, Herausgegeben von Giorgio Colli und Mazzino Montinari. 1988, p. 78.

la teoría. Estas determinaciones generales se distinguen de las particularidades propias de cada una de las aplicaciones específicas de la teoría en cuestión. Hegel aborda el problema de la representación y explicación de un fenómeno concreto y de una orientación operativa concreta de nuestra acción.

El objeto del pensamiento especulativo lleva por título general la noción de *Concepto*. El concepto se instaura sobre las ciencias susceptibles de ser conceptualizadas. Este conceptualizar descansa, él mismo, en comprender la secuencia de las formas lógicas (conceptuales) del discurso científico. Todo verdadero saber tiene que ser completa y significativamente comprendido en el papel concreto que juega en el seno de nuestra propia actividad vital. Al mismo tiempo, esta actividad vital no difiere en nada de la vida de las categorías expuestas por la *Lógica*.

Hegel subraya la diferencia fundamental entre la filosofía; entendida como la ciencia especulativa (*Lógica*), y cada una de las ciencias del así llamado nivel objeto. Hegel distingue el uso común del término *Concepto* y *Lógica* del uso especulativo. Con este fin, introduce nuevas categorías lógicas: designaciones explícitas, títulos sintácticos y expresiones semánticas o formas de pensamiento. El objetivo de Hegel es conceptualizar mejor las representaciones formales de las ciencias empíricas. Al mismo tiempo, asume las formas de la lógica y de la metafísica tradicional. El tratamiento de estas formas como tales busca una ubicación general en el papel que adoptan dentro del sistema general de la ciencia[12].

La *Lógica* es una teoría general de la ciencia y crítica de la esencia. El método y los resultados son evidentemente distintos. Lo fundamental en la *Lógica* de Hegel es, primeramente, exponer el modo en que es posible un método general de reflexión sobre las formas del saber humano en general. Para ello, esta *Lógica* se sirve de palabras categoriales: los conceptos especulativos. Estos conceptos especulativos no son de la misma especie que los géneros de la tradición aristotélica (*horoi*). Los géneros (*horoi*) son extensiones finitas limitadas por criterios esquemáticos y semánticos; es decir, clases generales de cosas que son susceptibles de ser más y detenidamente analizadas.

Las categorías; a diferencia de los géneros, operan como las formas de especie titular. Los modos de empleo de estas categorías se conceptualizan

12. La *Lógica* especulativa de Hegel es una metaciencia general. La lógica de Hegel se opone en este proceder a las reglas que definen la moderna lógica formal clásica no-intuicionista, la aristotélica y de lo que en la tradición fregeana se llama metalógica.

en cierta medida de manera abierta y desarrollable. El problema es tratar de comprender los enunciados sobre estas formas. Aquí es donde entra la dimensión fenomenológico descriptiva de la *Lógica*: el acceso a estos términos es puramente analítico descriptivo. La estructura sintáctica "sujeto-predicado" de nuestras proposiciones nos pueden conducir a considerar analogías demasiado generales dentro de los análisis significativos. El discurso sobre cosas y sus propiedades son la imagen originaria de una semántica general. Hegel advierte que nuestra tendencia más natural es cosificar lo nombrado por los sujetos proposicionales en la estructura sintáctica mencionada.

No existe una cosa llamada *afirmación*. Tampoco existe algo como *Ser*. Hegel trata en todo momento de comprender las palabras tales como *Dios*, *Sustancia*, etc. desde una perspectiva completamente descosificada: con estos términos no nombramos propiedades de objetos transcendentes. Se trata de conceptos operativo funcionales de nuestros análisis.

1.2. *La función lógica de las categorías*

Las categorías son las determinaciones lógicas que designan las formas expresivas fundamentales atendiendo a su empleo dotado de sentido. El objetivo de Hegel es aclarar concretamente lo que propiamente debemos entender cuando empleamos los esquemas proposicionales del tipo *A es lo mismo que B*. Para Hegel no está en modo alguno claro lo que en la proposición *A es B* significa la cópula *es*. Tampoco es claro lo que queremos decir con el sujeto proposicional *A* y con el predicado *B*. La cópula *es* no siempre está por la identidad. La unión gramatical de sujeto-predicado valora aquello a lo que se refieren como formando parte de una unidad. La expresión de esta unidad la encontramos en la imagen tradicional que define la inclusión: identidad parcial de sujeto y predicado. Sin embargo, tampoco se trata de tomar esta imagen en su sentido literal; sino más bien, como una guía analógica.

Las expresiones en singular; por ejemplo, *Ser* o *Concepto*, no son nombres propios de una cosa[13]. Estos términos no se refieren a un su-

13. El *Ser*, en sentido genérico, es algo que no existe. El proceso dialéctico tiene que proseguir; desde el "Ser" del comienzo hacia delante con objeto de superar el vacío de contenidos.

puesto cósico. Estas expresiones indican, a modo de especie titular, a la totalidad de las posibles diferenciaciones sintácticas y semánticas. Estas expresiones operan de la misma forma en que cada una de las acciones justas de la vida común refieren a la palabra titular de *justicia* (*Gerechtigkeit*)[14]. La generalidad tiene la ventaja para Hegel de evitar el esquematismo propio de las definiciones. Estas palabras titulares marcan una dirección más o menos vaga. La ventaja que presenta esta vaguedad es la de evitar un enunciado definitivo que a la postre sería prematuro. Hegel no opera lógico-deductivamente.

La esencia (*das Wesen*) es la respuesta a una contradicción (*Widerspruch*). Siempre que afirmamos que esto u aquello es la esencia de una cosa, en todo caso estamos presuponiendo un cierto conocimiento previo de la cosa (o de lo que era la cosa en un principio). Este conocimiento inmediato de la cosa viene a ser cuestionado y reflexionado como resultado de una dificultad. El resultado de la reflexión que se formula como respuesta al problema es la esencia: la cosa resulta ser una *apariencia* (*Schein*). El antiguo *Ser* de la cosa viene a ser explicado (explicitado) por la esencia y tomado por apariencia.

Hegel escribe y piensa sustantivizando[15]. Esto resulta un claro inconveniente a la hora de describir las formas características de los substantivos. El procedimiento; sin embargo, responde a una profunda motivación: por un lado, no podemos presuponer los significados de las palabras titulares de la *Lógica* y de las proposiciones como si se trataran de cosas ya suficientemente evidenciadas, conceptualizadas y comprendidas. Por otra parte, Hegel tampoco puede definirlas desde el principio. Las aclaraciones de lo que queremos pensar con los términos titulares (las categorías de la *Lógica*) resultan de un desarrollo crítico de *pre-conceptos*, *pre-supuestos* y *pre-comprensiones*. El procedimiento de Hegel es la búsqueda paso a paso de los problemas resultantes de una *pre-comprensión* demasiado vaga[16]. En consecuencia, los análisis *epagógicos* de Hegel no son demostraciones en el sentido ordinario del término[17].

14. En Hegel no existe la *justicia* (en el sentido de *Ansich*), sino que lo que existe es la función objetivada institucionalmente y en las acciones que la definen. Lo que sea la *justicia* no se puede definir fuera del curso mismo y actividad dialógica (tal como en los diálogos platónicos).

15. Esto es igualmente propio del idioma en el que escribe.

16. Al mismo tiempo, Hegel aprovecha el significado un tanto vago y un uso paronímico de los términos para evitar un fijismo esquematizante.

17. El término *deducción* (*Deduktion*) en Hegel, al igual que en muchas ocasiones Kant, es la explicitación analítica conceptual de un uso lingüístico desarrollado. “Die Deduktion ihrer Einheit

Únicamente en el progreso del análisis nos resultará claro hasta qué punto son adecuadas las palabras titulares, las categorías, los principios categoriales fundamentales y los temas. Hablar sobre las formas generales del significado, del discurso racional o de los esquemas conceptuales es algo sumamente difícil. La dificultad principal radica en que se disuelven en una aparente diversidad ilimitada. La dificultad a la que Hegel se enfrenta es aquella que lleva consigo toda generalidad: parece que no hay nada general que no sea o bien trivial o bien falso.

Aristóteles caracteriza la *Metafísica* como una disciplina que apunta a hallar las causas. Se trata de las causas últimas: aquellas que dan razón de mayor número de cosas. Pero Aristóteles caracteriza también a la metafísica, en el IV libro de su *Metafísica*, como una ciencia que contempla el ente en cuanto ente y lo que le corresponde de suyo[18]. Existe, por tanto, un vínculo explícito entre la ciencia que tiene que ver con las primeras causas y principios, y aquella que tiene que ver con el ente en cuanto ente. Este vínculo es el paso de una *etiología* a una *ontología*[19].

Hasta aquí, Hegel sigue a Aristóteles. Ahora bien, Aristóteles no entiende el *Ser* como una totalidad que engloba una pluralidad. Apuntar a las causas y principios incondicionados; en concreto, aprehender la causa o razón del *caballo*, diferente de la causa o razón del *perro*; no consiste en aprehender en definitiva más genéricamente la causa común a ambas esferas como la de la *animalidad*. Este camino de la ascensión máxima no es el camino que Aristóteles toma para aprehender la causa o la razón de todos y cada uno de los entes. El *Ser* no es como la *animalidad* que engloba la pluralidad de los animales como a sus casos. También hay que decir, que la dialéctica de Hegel por lo que se pregunta es por el *Ser* de este *Ser*. Está claro que el *Ser* de la *animalidad* no es *el mismo* que el *Ser* de ese otro *Ser* que corresponde al comienzo de la *Lógica*. En Aristóteles

ist insofern ganz analytisch; wie überhaupt der ganze Fortgang des Philosophierens als methodisches, d.h. als notwendiger nichts anderes ist als bloß das Setzen desjenigen, was in einem Begriffe schon enthalten ist". Enz 8, § 88.

18. "Y esta ciencia no se identifica con ninguna de las que llamamos particulares, pues ninguna de las otras ciencias especula en general acerca del ente en cuanto ente, sino que, habiendo separado alguna parte de él, considera, los accidentes de ésta: por ejemplo las ciencias matemáticas". *Met* IV, 1003a: 21-25. Trad. García Yebra.

19. "Y puesto que buscamos los principios y las causas más altas, es evidente que serán necesariamente principios y causas de cierta naturaleza en cuanto tal. Por consiguiente, si también los que buscaban los elementos de los entes buscaban estos principios, también los elementos tenían que ser del ente no accidental, sino en cuanto ente. Por eso también nosotros debemos comprender las primeras causas del ente en cuanto ente".

el ente se dice de muchas maneras[20], de tal forma que buscar los elementos de los entes sin haber distinguido sus varias acepciones hace imposible el hallarlos[21].

Las causas es también una preocupación en Hegel. Sin embargo, dada la reformulación del sentido de la causalidad en la dialéctica, esta *etiología* fundamental se encamina o está supeditada, más bien, a una *cateriología* fundamental. La preocupación por la causa es ontológica, ya que el *Ser* es lo implícito a toda determinación. Hegel busca hacer explícito el *Ser* implícito también en la noción misma de causa. En Hegel la *Lógica* es metafísica porque las modalidades de clasificación en que se manifiesta el *Ser* es la filosofía. El listado de estas modalidades no es simplemente propedéutico. El *Ser* no está pluralizado de manera inmediata sino intrínsecamente y de acuerdo a los distintos niveles de la reflexión: las diferentes esferas y niveles del discurso racional[22].

Hegel investiga cada categoría por separado pero atendiendo a un orden gradual. Por ello, rompe con el principio de incomunicabilidad entre los géneros. Sin embargo, no reduce todas las categorías a un género supremo. Hegel, más bien, muestra un vínculo generativo entre las categorías. La vida en las categorías es nuestra propia vida: la vida de la humanidad en el esfuerzo común de autocomprensión. Hegel acepta la existencia de una jerarquía en la interiorización reflexiva que busca lo que queremos decir bajo el término *Ser*. Por esta razón, no puede admitir la existencia de una o varias categorías privilegiadas. La crítica de Hegel a la matemática se concentra en este punto: Galileo parece dar prioridad a la categoría de la cantidad (magnitud) cuando se refiere a la naturaleza como *el libro escrito en caracteres matemáticos*.

1.3. *El concepto de experiencia lógica*

En Hegel *referencia empírica* requiere de una reconstrucción significativa. La experiencia viene definida por aquello que previamente hayamos dispuesto desde nuestra estructura teórica lo que tiene que ser *refe-*

20. *Met*, IV, 1003a: 33.

21. *Met*, I, 992b: 18.

22. En Leibniz los distintos grados de reflexión responden objetivamente a distintas realidades. Hegel tiene aquí un claro precedente.

rencia empírica. Hegel interpreta por experiencia la articulación completa del sistema teórico. La impresión directa de los sentidos no es experiencia alguna. El concepto de experiencia es eso, precisamente un concepto. Por tanto, tomar las primeras impresiones de los sentidos como impresión de mundo o realidad, no ha conducido más que al escepticismo de una metafísica nominalista.

Aunque existan semejantes primeras impresiones de los sentidos, no podemos llamar a esto experiencia: los estímulos no son transmitibles u articulables genéricamente. La *referencia empírica* está mediada por una estructura de experiencia que trasciende la noción de experiencia simplemente empírica. Todos los datos empíricos, por muy observacionales que sean, están impregnados por la teoría. Toda observación científica exige emplear supuestos teóricos para definir los conceptos implicados en ella. Por tanto, incluso la contrastación empírica más estricta usa ciertos supuestos e interpretaciones. Por esta vía, piensa Hegel hacer desaparecer la diferencia entre las ciencias naturales y las ciencias del espíritu. La crítica de Hegel al empirismo se va a centrar en esta cuestión: no existe un método científico que permita obtener automáticamente conocimiento fiable a partir de la experiencia.

Jacobi y Hamann habían desarrollado una teoría de la verdad como evidencia. Esta teoría se define a sí misma como una filosofía de lo inmediato (*Unmittelbarkeitphilosophie*). Esta filosofía declara que todo saber y pensar son producto completo de una actividad del individuo[23]. Para Hegel, en cambio, el sujeto de este saber se reduce a la creencia y la opinión. La evidencia, intuición inmediata o certeza, es la base de este saber[24]. La razón filosófica se transforma en creencia y el concepto de verdad en un sentimiento común.

Hegel es consciente de que sin educación ni formación no podría darse el derecho ni la costumbre moral. Sin el concepto de formación no es posible desarrollar ningún saber ni capacidad técnica alguna. La religión, y todo discurso sobre *Dios*, tiene que reconocer un fuerte componente cultural. La dimensión escéptica de la *Lógica* de Hegel reside en conceptualizar la relatividad de la inmediatez en las intuiciones, al mismo tiempo que la relatividad de las mediaciones.

23. "Der entgegengesetzte Standpunkt ist, das Denken als Fähigkeit nur des Besonderen aufzufassen und es auf diese Weise gleichfalls für unfähig zu erklären, Wahrheit zu fassen". Enz 8, § 61.

24. "Wissen, Glauben, Denken, Anschauungen sind die auf diesem Standpunkte vorkommenden Kategorien, die, indem sie als bekannt vorausgesetzt werden,...". Enz 8, § 63.

Todo saber descansa sobre certezas relativamente inmediatas. Estas certezas constituyen, a su vez, la base de todo posible saber. Ahora bien, Hegel interpreta la *sensibilidad* (*Sinnlichkeit*) misma como una forma lógica de operar. Al aprender las formas de articulación lógica del saber, se nos transmite igualmente el estado sobre los conocimientos materiales relativamente inmediatos. Lo problemático reside en que los conocimientos materiales se modifican. Estos conocimientos materiales son modificados por nosotros en el curso histórico.

La *doctrina sobre la esencia* desarrolla ampliamente esta idea en la *Lógica* de Hegel. La base de todo saber, así como de todo pensar racional, viene mediado por: 1) la evidencia inmediata a la que atiende especialmente Descartes, 2) las llamadas intuiciones sensibles inmediatas, los hábitos convencionales de Hume, 3) todo tipo de formas constitutivas en el sentido de Kant, 4) las denominadas tradiciones y costumbres fácticas de Herder y 5) las adecuaciones en los juicios o el sentido común de Hume y Jacobi. Hegel retoma todos estos conocimientos para advertir que no basta con el saber inmediato. Los resultados del saber inmediato son puros esquemas de comportamiento externo. El uso y la costumbre no contienen todavía el concepto de su significado.

La negación de la realidad inmediata de las cosas (*Aufhebung der Unmittelbarkeit*) por medio de la reflexión hace posible la elección libre de un uso o costumbre. Este uso se diferencia de esta forma de las posibilidades alternativas. Lo que Hegel entiende por *razón* se constituye por referencia a las experiencias históricas y a los juicios de otros hombres. La razón reflexiva y especulativa hegeliana es evidencia en la relación dada por el desarrollo del saber y el poder práctico de la humanidad. La *Lógica* de Hegel es empirismo y racionalismo simultáneamente: es la síntesis de dos momentos; autonomía y tradición.

Hegel percibe una dimensión positiva en la teoría de la evidencia cartesiana: el paso de la idea subjetiva *cogito* al ser *sum*. La realidad de la idea aparece aquí por vez primera como forma de actividad intelectual. El *cogito* no quiere permanecer como una utopía vacía de una mera pretensión significativa. No existe saber, idea o formas prácticas sin expresión o manifestación externa; es decir, sin *referencia real*. No existe nada concreto; esto es, con un ser diferente de cualquier otro, que no venga determinado por la satisfacción de las condiciones inteligibles impuestas por el *Espíritu* (*nosotros*). La determinación de inteligibilidad, la posibilidad de renovar siempre el acceso al objeto, es conceptualmente anterior a

todo discurso sobre la verdad de una afirmación o juicio. No es posible discurso alguno con sentido sobre verdades que no sea un discurso mediado (*Vermittelt*) por criterios para valorar las proposiciones, los pensamientos o las ideas, como verdaderos. Aquí se incluye también implícitamente el uso fáctico.

Estas diferencias vienen dadas por ejemplos, costumbres, representaciones y, sobre todo, explícitamente por caracterizaciones y juicios articulados linguísticamente. Los pensamientos y los significados son lo generalmente identificable e independiente de la situación concreta. En este sentido, la designación del instrumento, del hablar, del oír, del procesamiento cerebral, no aporta nada respecto a lo captado[25]. Los objetos de la percepción son, en su identidad, siempre genéricos. Si lo percibido no puede ser conceptualizable como lo mismo o como lo diferente de otro, entonces no existe percepción alguna. Lo único que tendríamos es una percepción inconsciente, un mero comportamiento como respuesta a un estímulo o reacción instintiva.

En una práxis desarrollada de la vida consciente y de la acción tenemos, en principio, que ser capaces de conceptualizar el objeto: lingüística o generalmente representable[26]. El objeto concreto de la percepción es siempre lo individual. Ahora bien, un individual como tal no existe nunca sin ser determinación, sin ser caso individual de lo general[27]. Comprendemos nuestros discursos sobre lo individual o sobre nuestras percepciones individuales desde la diferenciación lógico lingüística entre lo general y lo individual. El significado y referencia de los pronombres *aquí* (*Hier*), *ahora* (*Jetzt*), *esto* (*dies*) sólo los podemos comprender en el marco general de nuestro uso de los mismos.

Pero no sólo es general el objeto del pensamiento, de la representación o de la intuición, sino también el *Yo* (*das Ich*) mismo es algo general. Este *Yo* designa todos los posibles sujetos activos. Kant llama a

25. "Die Nennung des Werkzeuges gibt keine Bestimmung für das, was damit erfaßt wird". Enz 8, § 20.

26. "Was Ich nur meine, ist mein, gehört mir als diesem besonderen Individuum an; wenn aber die Sprache nur Allgemeines ausdrückt, so kann Ich nicht sagen, was Ich meine. Und das Unsagbare, Gefühl, Empfindung, ist nicht das Vortrefflichste, Wahrste, sondern das Unbedeutendste, Unwahrste". Enz 8, § 20.

27. "Wenn Ich sage: "das Einzelne", "dieses Einzelne", "Hier", "Jetzt", so sind dies alles Allgemeinheiten, Alles und Jedes ist ein Einzelnes, Dieses, auch wenn es sinnlich ist, Hier, Jetzt". Enz 8, § 20.

este sujeto un *noumeno*[28]. Todos los *noumenos* son meros objetos del discurso reflexivo sobre nuestro pensamiento u acción. Son objetos lógicos puros constituidos necesariamente por los nombres gramaticales (nominalización) y predicados gramaticales (verbalización) de las formas expresivas articuladas del análisis lógico o de la reflexión.

La expresión kantiana sobre el *Yo* que acompaña a todas mis representaciones es inadecuada a los ojos de Hegel. Lo inadecuado de esta expresión es la falsa idea de un *alma* observadora de la totalidad. El sentido profundo de la *apercepción transcendental* (*Transzendentalen Apperzeption*) viene dado por dos cuestiones: primera; la unidad de los recuerdos viene sustentada por nuestra propia corporalidad. Segundo; el sujeto que percibe algo, hace algo que cualquier otro podría hacer. Este sujeto participa de una praxis general ya constituida, lo quiera o no, por la imitación, la educación y la formación: lo comprendido es algo así y así, como esto o aquello del percibir y tratar. Su hacer (del sujeto) es formado, pero no viene acompañado (*begleitet*) por nada.

El pronombre *Yo* expresa que en cada percepción, el sujeto que percibe adopta el papel general. Hegel reconstruye de esta forma lo que Kant quiere decir: Cada uno de nosotros individualmente puede percibir con su aparato de sensibilidad, recordar o pensar con su cerebro, etc. Sin embargo, ninguna parte corporal percibe un *algo* como *algo*. La expresión nominal *Yo*, al igual que todos los demás objetos abstractos (los números por ejemplo), nombra algo abstracto y general, no espacial y atemporal. Pero todos los objetos abstractos; por ejemplo, los números, presentan las mismas propiedades. El *Yo* concretamente es el *hombre individual*. Abstractos son los papeles que puede adoptar un sujeto al percibir, actuar, etc, en cuanto puede ser realizado por cualquier otro. Los papeles o funciones generales son abstractos; es decir, lo que el hombre genérico hace puede ser realizado por cualquier otro[29].

El *Yo* nouménico nombra una categoría como variable puramente lógica. Este sujeto formal de la forma proposicional *Yo hago esto*, *Yo pienso en esto*, adopta en Hegel el significado de una *relación pura respecto de sí mismo* (*reine Beziehung auf sich selbst*), *lo abstractamente libre* (*das abstrackt Freie*) y *el pensar como sujeto* (*das Denken als Subjekt*).

28. "Kant hat sich des ungeschickten Ausdrucks bedient, daß Ich alle meine Vorstellungen, auch Empfindungen, Begierden, Handlungen usw. Begleite". Enz 8, § 20.

29. "...wenn Ich sage ; "Ich" meine Ich mich als diesen alle Andern Ausschließenden; aber was Ich sage, Ich ist eben Jeder". Enz 8, § 20.

Principalmente desde Locke se instaura en la teoría del conocimiento filosófico el supuesto fundamental de que el objeto de la filosofía es describir los rendimientos y los límites de ciertos instrumentos del conocimiento. Según esta teoría, estamos dotados de un aparato perceptivo corporal y de un cerebro como aparato de representación y pensamiento. Las formas funcionales son *entendimiento* (*Verstand*) e *intelecto* (*Intellekt*). Kant critica esta posición como de *fisiología metafísica* del entendimiento. La exigencia del saber sobre un aparato tal presupone la forma en que adquirimos, articulamos y controlamos el saber empírico. Estas formas no son susceptibles de ser investigadas desde un punto de vista puramente empírico. Aquí ocurre tal como con los números y otros objetos abstractos[30].

Lo único accesible a la observación son los hechos externos. Las representaciones como condiciones reales del conocimiento no son objeto de observación. La forma práctica activa del conocer y del saber mismos no están sujetos a la observación. A la introspección empírica de Locke, propone Kant otro método: partiendo de nuestro saber y poder fácticos, disponemos frente a las condiciones previas empíricas y a las manifestaciones que les acompañan, las condiciones necesarias formales lógico-semánticas. Una investigación de este tipo y de sus resultados lo denomina Kant transcendental.

Los discursos de Locke sobre distintos tipos o especies de impresiones, conexiones de ideas y abstracciones, no aportan un significado concreto más allá de la imagen que con ellos mismos estamos describiendo. Las tesis de Locke deberían poderse comprobar con nuestros métodos de control de saber empírico. En otro caso, no estarían mejor fundamentadas que cualquiera de las hipótesis planteadas por una metafísica dogmática

30. La tesis de una experiencia transcendental apoya el proyecto hegeliano de reconstruir una teoría lógica general de la experiencia que configure una síntesis de lógica trascendental y formal. Hegel tiene que criticar primero la instauración del modelo matemático de lógica como el único válido, y en segundo lugar, tiene que revisar la postura empirista que empobrece la naturaleza de la lógica. Con H. Weyl diríamos que el matemático que quisiera penetrar en filosofía con definiciones y deducciones matemáticas no se comportaría de manera más inteligente que un zoólogo que rechazara los números por la sola razón de no ser seres vivos. El objetivo de la lógica de Hegel es explicitar los distintos substratos del discurso, diferenciarlos e identificarlos. "Wer als Mathematiker an andere Wissenschaften, etwa an die Philosophie, mit der Forderung nach Definitionen und Deduktionen mathematischen Stils herantritt, handelt nicht klüger, als wenn ein Zoologe die Zahlen ablehnte, weil sie keine lebenden Wesen sind". Weyl. H. *Das Kontinuum*. Berlin, 1918, p. 11.

con sus discursos y predicados sobre la inmaterialidad del alma, sus propiedades y sus efectos.

Berkeley, obsesionado por su aguda crítica al materialismo, pasa por alto el problema de cómo el conocimiento, el saber y la razón son realmente constituidos en el actuar y en el hablar común. Berkeley permanece en una idea abstracta sobre la naturaleza del saber y del conocer propia del idealismo subjetivista.

Hume, por el contrario, reconoce que son las percepciones reales y las experiencias la única base, prueba y punto de apoyo en la vida de todo saber. El saber sobre el modo y la manera en que trabaja nuestro entendimiento es un conocimiento o saber experimental. Este conocimiento sería igual que todo saber sobre el mundo externo, sobre el comportamiento de las cosas, de los animales o de otros hombres. Kant está de acuerdo con Hume. El problema es que Hume no ha prestado la suficiente atención a la importancia y significatividad de la forma de articulación y de la revisión común del conocimiento en general. Tal es así, que el empirismo de Hume corre el peligro de quedarse en un mero subjetivismo solipsista.

Frente al racionalismo, el empirismo reivindica que todo sentido se constituye por referencia real a la esfera de la experiencia sensible[31]. Esta referencia debe ser comprendida teleológicamente: lo que adoptamos receptivamente está primeramente clasificado en general, y en segundo lugar, estas clasificaciones se encuentran fácticamente en una referencia dada a nuestras posibilidades de vida y actuación. Las percepciones de *algo* en cuanto *algo* sólo son posibles si, por un lado, éstas son unidas de forma general, y por otro, son heredadas explícitamente por medio de las formas de vida, ciertos comportamientos y actuaciones. En Hegel, frente a Hume, no se trata de costumbres subjetivas. La satisfacción de sentido no es mera sensibilidad satisfecha, sino siempre y al mismo tiempo un fín satisfecho, satisfacción de determinaciones finales.

Entre las condiciones que genéricamente satisfacen las acciones, menciona Hegel las condiciones impuestas de satisfacción conscientes y

31. "Das Bedürfnis teils eines konkreten Inhalts gegen die abstrakten theorien des Verstandes, der nicht für sich selbst aus seinen Allgemeinheiten zur Besonderung und Bestimmung fortgehen kann, teils eines festen Halts gegen die Möglichkeit , auf dem Felde und nach der Methode der endlichen Bestimmungen alles beweisen zu können, führte zunächst auf den Empirismus,..." Enz 8, § 37.

subconscientes: (*Trieb*)[32], el deseo que el saber tiene de satisfacerse a sí mismo; su realización (*Realisierung*)[33]. La realización es un acontecimiento, evento o frecuentemente resultado de nuestro propio hacer. Esta sería la reformulación hegeliana de la doctrina kantiana del juicio (*Kritik der Urteilskraft*). Hegel toma del empirismo la referencia determinante de las proposiciones a la vida propia del espíritu. En caso contrario, toda proposición es simplemente sin sentido, tal como en el subjetivismo dogmático en el que los significados de los juicios no son comprensibles. Lo que permanece expresado es, en tal caso, una impotencia manifiesta en una mera pretensión o deber (*Sollen*) significar algo[34]. El residuo objetivado en la forma de impotencia de saber es substrato material constituido al margen del proceso.

Newton es consciente de que las determinaciones generales, tales como las expresadas en los conceptos de *fuerza* (*Kraft*) o *causalidad* (*kausale Ursache*)[35], carecen de significado y validez si se toman simplemente como percepciones sensibles. No se trata de percepciones sensibles en las que aparecen únicamente las costumbres subjetivas y los sentimientos de certeza[36]. Kant había percibido, con más claridad que Hume, que la generalidad de una mera costumbre de comportamiento no es suficiente. Todo saber de experiencia debe ser universalmente articulable. Con esto estamos obligados a distinguir la regularidad observada de los casos típicos y de una regla: las reglas concretas deben articularse explícitamente[37].

32. “Bedürfnis, Trieb sind die am nächsten liegenden Beispiele vom Zweck”. Enz 8, § 204.

33. “Dies ist das Realisieren des Zwecks,...”. Enz 8, § 204.

34. Enz 8, § 38. “Es liegt im Empirismus dies große Prinzip, daß, was wahr ist, in der Wirklichkeit sein und für die Wahrnehmung da sein muß. Dies Prinzip ist dem Sollen entgegengesetzt”.

35. “Dies geschieht jedoch nur in dem Sinne, daß diese allgemeinen Bestimmungen (z.B. kraft) keine weitere Bedeutung und Gültigkeit für sich haben sollen als die aus der Wahrnehmung genommene, und kein als in der Erscheinung nachzuweisender Zusammenhang Berechtigung haben soll”. Enz 8, § 38.

36. “Keine weitere Bedeutung für sich haben...als die aus der Wahrnehmung genommene”. Enz 8, § 38. “Die Grundtäuschung im wissenschaftlichen Empirismus ist immer diese, daß er die metaphysischen Kategorien von Materie, Kraft... gebraucht..., am Faden solcher Kategorien... fortschliesst, dabei die Formen des Schließens voraussetzt und anwendet... und bei allem nicht weiß, daß er so selbst Metaphysik enthält und treibt”. “Den festen Halt nach der subjektiven Seite hat das empirische Erkennen darin, daß das Bewußtsein in der Wahrnehmung seine eigene unmittelbare Gegenwart und Gewißheit hat”.

37. “... dabei die Formen des Schließens voraussetzt und anwendet... und bei allem nicht weiß... und deren Verbindungen auf eine völlig unkritische und bewußtlose weise gebraucht”. Enz 8, § 38.

La proposición condicional humaniana *siempre que se alcance el estado X, acontecerá Y* es uno de los ejemplos y una de las reglas que mencionamos. Hume argumenta que una regla semejante no puede justificarse como una verdad absoluta. Para Hume, este tipo de proposiciones cuantificacionales sólo pueden ser verificadas por la experiencia finita. La posición escéptica de Hume afirma que tales leyes generales son siempre y fundamentalmente certezas falibles. Kant pone de relieve la existencia de leyes generales para articular el saber de experiencia. Estas formas son aquellas que debemos suponer como ciertas siempre que queramos entender algo. Hegel reconoce; con Hume y frente a Kant, que estas determinaciones del entendimiento no son formas absolutas *a priori* de la conciencia subjetiva. Hegel considera que estas determinaciones están igualmente sometidas, en cuanto a su contenido, a presupuestos significativos.

El empirismo científico opera de la misma forma a como operan los predicados sobre los objetos corpóreos. La física de Newton no trata, de ninguna menera, con proposiciones generales humenianas sobre la esfera de la mera descripción en los fenómenos perceptibles. Las explicaciones de los fenómenos por medio de *masas*, *fuerzas* e *impulsos* no son del tipo humeniano. Estos conceptos de *masas* o *fuerzas* son precisamente entidades teóricas no inmediatas[38]. Esto significa que estas entidades teóricas no pueden ser independientes de sus efectos. Además, los efectos no son experimentables o perceptibles sin la constitución de nuestras medidas. Hegel critica la postura newtoniana de explicar las entidades abstractas como las supuestas *causas* de los fenómenos reales[39]. Para Hegel, las entidades teoréticas son *causa* en un sentido arquetípico. No se trata de *causas* en sentido estrictamente fenoménico.

En la física teórica moderna consideramos frecuentemente las magnitudes matemáticas con un carácter causal. Este carácter lo introducimos nosotros con la descripción de los movimientos y de las trayectorias perceptibles. De manera semejante, Newton les otorgaba un significado similar: los vectores representan las fuerzas centrífuga y centrípeta y los mate-

38. “Dies geschieht jedoch nur in dem Sinne, daß diese allgemeinen Bestimmungen (z.B. Kraft) keine weitere Bedeutung und Gültigkeit für sich haben sollen als die aus der Wahrnehmung genommene, und kein als in der Erscheinung nachzuweisender Zusammenhang Berechtigung haben soll”. Enz 8 § 38.

39. “Ebenso gewähr die Empirie wohl Wahrnehmungen von aufeinander folgenden Veränderungen oder von nebeneinander liegenden Gegenständen, aber nicht einen Zusammenhang der Notwendigkeit... eine bloße Gewohnheit, deren Inhalt so oder anders beschaffen sein kann”. Enz 8, § 39.

riales vienen designados por un número de masa[40]. Por otra parte, Hegel está de acuerdo con Newton frente al planteamiento de Hume. En la postura de Hume no se tiene para nada en cuenta que las entidades teóricas no se ajustan al esquema condicional. El saber no se limita sólo a la esfera de los eventos descriptibles. El saber desarrollado supone, a partir de nuestros resultados, una actividad teleológica siempre ejecutable por la acción de la subjetividad[41]. Esto se manifiesta en las indicaciones precisas para que nuestra actividad técnica pueda reproducir un resultado, tal como es el caso de los experimentos.

Kant expone en su lógica trascendental las formas y esquemas lógico-semánticos en que articulamos y comprobamos nuestro saber general como condiciones *a priori* de todo conocimiento de objetos. Hegel, por su parte, critica a Kant el no haber puesto suficientemente en claro la realidad externa de estas formas; esto es, su contexto junto con las formas sintáctico semánticas del enunciado proposicional. Esta crítica radicalmente empirista se dirige contra las hipóstasis de la lógica formal clásica.

La diferencia entre la lógica empirista de Hume y la doctrina crítica de Kant reside en que, para éste último, la filosofía reflexiona sobre el significado general y sobre las categorías. Esto significa que Kant analiza las formas expresivas sintácticas y semánticas. Las formas expresivas designan objetos sustanciales que permanecen idénticos a pesar de sufrir ciertas modificaciones. Este fenómeno tiene lugar en las formas predicativas proposicionales por las que adscribimos propiedades cualitativas o cuantitativas a un objeto. Kant consigue cubrir algunas condiciones formales necesarias para todo saber objetivo de experiencia: esto implica, que por lo menos su contenido es comprensible intersubjetivamente y relativamente articulado como algo situacionalmente independiente. Kant considera imprescindible someter a crítica las determinaciones del entendimiento (*Verstandesbestimmungen*) empleadas en la metafísica racionalista[42].

40. El problema de las constantes de la naturaleza es aquí bastante relevante: ¿Porqué existen constantes en la naturaleza y por qué tienen el valor numérico que tienen?

41. "Ebenso gewährt die Empirie wohl Wahrnehmungen von aufeinander folgenden Veränderungen oder von nebeneinanderliegenden Gegenständen, aber nicht einen Zusammenhang der Notwendigkeit. Enz 8, § 38. ... eine bloße Gewohnheit, deren Inhalt so oder anders beschaffen sein kann".

42. "Die kritische Philosophie unterwirft nun den Wert der in der Metaphysik-übrigens auch in den anderen Wissenschaften und im gewöhnlichen Vorstellen-gebrauchten Verstandesbegriffe zunächst der Untersuchung". Enz 8, § 41.

La lógica trascendental de Kant investiga la forma general en nuestra representación de la experiencia. El término *experiencia* (*Erfahrung*) lo emplea Kant en el sentido de un saber que exige objetividad universal. El contenido y validez de este saber se refiere siempre a las percepciones y experiencias posibles. Hegel critica de la posición kantiana el modo que éste tiene de oscilar entre el idealismo subjetivo, o una teoría subjetiva de la conciencia, y un crudo materialismo o fisicalismo[43]. La interpretación del sistema crítico kantiano como teoría subjetiva de la conciencia aparece bajo el término de *apercepción transcendental*. El fundamento de los conceptos del entendimiento es la *unidad trascendental de la conciencia* (*transzendentale Einheit des Selbstbewußtseins*). Esta unidad de la conciencia es la identidad originaria que debe ser supuesta para el *Yo* en el pensar. Este *Yo* kantiano unifica las intuiciones de la sensibilidad ya ordenadas en el espacio y el tiempo, así como las representaciones internas provocadas por estas intuiciones según reglas *a priori* (*Kategorien*) para las percepciones sensibles de determinadas cualidades (*Qualitäten* o propiedades *Eigenschaften*) y cosas corpóreas (*körperlichen*). Kant no explica, sin embargo, lo que es el *Yo* y cómo se conecta con las categorías[44]. Los datos de los sentidos son elaborados según formas *a priori* en el entendimiento. Esta elaboración alcanza un orden primeramente en el contexto de una infinita pluralidad de impresiones de los sentidos.

Hegel advierte en las condiciones *a priori* una cierta relatividad[45]. Las formas dependen de la diferencia relativa entre forma y contenido, texto y contexto. El contenido de la lógica significa: cada una de las diferenciaciones y clasificaciones lógicas propuestas deben contemplarse como adecuadas respecto del fin. El fin consiste siempre en conceptualizar mejor una praxis ya establecida. El fin del análisis lógico es el concepto (lo que Hegel califica de *Fürsichsein*); esto es, *ser sí mismo*. Hegel entiende que al final, la crítica de Kant no se diferencia de la fisiología del entendimiento

43. "Diese Kritik geht jedoch nicht auf den Inhalt und das bestimmte Verhältnis dieser Denkbestimmungen gegeneinander selbst ein, sondern betrachtet sie nach dem Gegensatz von Subjektivität und Objektivität überhaupt". Enz 8, § 41.

44. "Bekannlich hat es die kantische Philosophie sich mit der Auffindung der Kategorien sehr bequem gemacht... Wie ist also zu den Bestimmungen des Ich, den Kategorien, zu kommen?. Glücklicherweise finden sich in der gewöhnlichen Logik die verschiedenen Arten des Urteils bereits empirisch angegeben vor". Enz 8, § 42.

45. Habría que matizar que también en Kant las formas *a priori* son relativas; es decir, no son lo *absolutamente incondicionado*. Las formas *a priori* son *lo incondicionado* de la experiencia y sólo relativamente a la experiencia, pero no son *lo absolutamente incondicionado*.

de Locke más que en su método trascendental y fundamentación lógica de presupuestos[46].

Según Kant, las categorías significativas son exclusivamente las formas de la experiencia empírica. No existe conocimiento categorial alguno representable en afirmaciones proposicionales de las *cosas en sí* (*Dinge an sich*), del *espíritu* (*des Geistes*) o de *Dios*. Kant quiere distinguir entre afirmaciones objetivas y el discurso reflexivo del análisis lógico. En cuanto distinguimos entre las *cosas en sí*, meros objetos del pensamiento en la esfera del mundo inteligible, del mundo de la intuición, declaramos la existencia de objetos no perceptibles como objetos incognocibles. De esta forma, Kant proyecta un mundo místico.

Hegel ataca principalmente las tesis agnósticas de este misticismo. El misticismo de la *cosa en sí* es producto de la abstracción del pensamiento. En segundo lugar, el más allá que produce no es más que la negación de las determinaciones concretas (Kant permanece en la objetivación de lo que Hegel llama *negatividad* (*Negativität*)). La forma de representación negativa la tenemos en matemáticas cuando designamos un objeto por una variable. El objeto es designado sólo de forma indeterminada.

Hegel reconstruye el discurso sobre *cosas en sí*. El *Ser en sí* de un objeto es objeto del discurso reflexivo (metaobjetivo). Lo que Hegel entiende por *Ser en sí* de un objeto es la consideración reflexiva de variables para indicar formas lógicas. En todas las proposiciones sobre *cosas en sí* se suponen principios formales fundamentales como verdaderos, tales como el principio de identidad formulado esquemáticamente por $A=A$. La expresión *cosa en sí* se comporta como una variable para objetos cualquiera del discurso. Así podemos hablar de la clase abstracta de todas las cosas corpóreas. El *concepto en sí* (*Begriff an sich*) designa una clase de usos genéricos de la predicación en abstracto. El *concepto para sí* (*der Begriff für sich*) son los usos, que en principio vienen indicados indeterminadamente, pero comprendidos de forma concreta.

Kant habla de la *cosa en sí* como *causa* de los fenómenos del mundo corpóreo. Hegel interpreta que con la indicación sobre el *Ser en sí* de un objeto introducimos un límite. La *cosa en sí* como concepto límite significa en Hegel que al *Ser en sí* de los cuerpos pertenece el que éstos sean, en principio, perceptibles sensiblemente y en segundo lugar, que sean

46. “Die näheren Formen des Apriorischen, d.i. des Denkens, und zwar desselben als der seiner Objektivität ungeachtet nur subjektiven Tätigkeit, ergeben sich auf folgende Weise, einer Systematisierung , welche übrigens nur auf psychologisch-historischen Grundalagen beruht”. Enz 8, § 41.

identificables en sus relativos lugares y movimientos por lo menos desde el punto de vista ideal y temporal. La expresión de *cosa en sí* referida a los cuerpos designa la clase de los cuerpos. Con ello, designa también la clase de las condiciones que debe satisfacer una designación objetiva para definir el cuerpo que es idéntico con la designación. A este cuerpo nos podemos referir con nuestros actos, predicaciones y percepciones.

De esta manera, la forma abstracta, pensable, se manifiesta en todo patrón real, en imágenes originarias y en prototipos de todas y cada una de las cosas que nos encontramos objetivamente sean plantas, piedras, animales... Cada uno de los objetos individuales representa la idea o la forma platónica del cuerpo o de las clases concretas de cuerpos. Tenemos una esfera general de variables caracterizadas por todo tipo de condiciones. Por medio de estas caracterizaciones indicamos el *Ser en sí* de la clase y su identidad concreta. La sustancia reside propiamente en la esencia. Esta esencia, es lo que permanece fijo de un cuerpo a pesar de todos los cambios y modificaciones en su manifestación (o modo de darse a la conciencia). La esencia viene dada por la forma general de identificación real de las manifestaciones corpóreas, es decir, en su identidad abstracta, que a su vez viene definida por el concepto de identificabilidad principial.

La esencia misma es la forma puesta del pensamiento. La identidad del cuerpo es hasta entonces abstracta. La identidad abstracta (*an sich*) del cuerpo es el substrato de afirmaciones tales como: *el cuerpo es la causa de sus manifestaciones*. La *causa eidética* que refiere esta proposición es una tautología inesencial. La realidad de una esencia, esto es, de este cuerpo, no es conceptualmente separable de sus manifestaciones externas (*äußerlichen*) sensibles. Estas manifestaciones sensibles externas constituyen precisamente la realidad física. El *Ser en sí* opera como la variable que asigna un nombre al objeto. Por ello, se trata todavía de la forma vacia del *Ser en sí* del cuerpo.

El objeto adquiere inteligibilidad primeramente cuando le asignamos una cosa de forma concreta (*Dasein*). Esta particularidad es el *Ser en sí* y *para sí* (*An-und Füsichsein*), puesto que se unifican la forma abstracta y la real en una identificabilidad cualitativa. La comprensión formal de la *cosa en sí* no puede ser *causa* en un sentido ordinario del término, sino más bien (*Ur-Sache*) principio o causa eidética de las manifestaciones concretas de una cosa o de un cuerpo. La reconstrucción hegelina del término comprende esta interpretación formal como una pura tautología: el cuerpo en sí causa sus manifestaciones. Hegel subraya con el término (*für sich*) la

identificabilidad real de un contexto lógico para los significados abstractos y su sentido concreto en el mundo sensible. Hegel transforma la doctrina kantiana de los dos mundos en un monismo inmanente sin escisiones entre naturaleza y espíritu.

La razón es la capacidad de reflexionar sobre las formas y las condiciones de nuestros discursos sobre objetos, propiedades y proposiciones en un marco creado por esferas delimitadas del discurso. Hegel busca la forma intersubjetiva en el pensamiento: la identidad del *Yo* en el pensar (*Identität des Ich im Denken*). La parte esencial de la crítica de la razón kantiana no consiste, según Hegel, en el giro trascendental del modo de pensar. El giro trascendental considera el modo y la forma que tiene de darse la representación de los objetos. El empirismo crítico ya había iniciado este camino.

Lo esencial del método trascendental es la crítica a las aplicaciones que hace la razón de las categorías para conocer sus objetos. Kant descubre que *lo incondicionado* (*das Unbedingte*), lo trascendental, debe comprenderse como la forma lógica general presupuesta del saber objetivo. Lo trascendente es el modo de tratar nuestros discursos como si éstos fuesen objetos de una posible experiencia inmediata. Sólo podemos hablar de la causalidad en una representación satisfactoria de la experiencia conforme a leyes. El espacio y el tiempo se dan como las formas de la intuición con el fin de clasificar formas, superfícies de cuerpos, y espacios vacios limitados por los cuerpos. Kant se refiere al *Yo*, o al sujeto con las formas de la intuición y sus esquemas del entendimiento, como al concepto de todas las reglas y formas. De tal manera que el *Yo* kantiano viene a ser *lo incondicionado* (*Unbedingte*) o la sustancia *en sí* y *para sí*.

Hegel somete a crítica rigurosa los términos trascendentales de *Yo*, (*Bewußtsein*) *conciencia*, (*Verstand*) *entendimiento* para alcanzar un significado concreto. El *Yo* transcendental kantiano (*das transzendentale Ich*) no es resultado o concepto del análisis lógico presuposicional. No es resultado de una introspección empírica. Al mismo tiempo, Kant declara este *Yo* como lo empíricamente incognoscible. Este *Yo* está supuesto *a priori* en toda acción y saber objetivo. Este *Yo* se muestra sólo en el análisis transcendental, sin ser él mismo empírico tal como Locke parece ya insinuar.

La *razón* (*Vernunft*) es la facultad que analiza las posibilidades lógico transcendentales de las formas del saber sobre objetos. Este análisis lo continua Hegel en la misma medida en que la *Lógica* reflexiona críti-

camente sobre la filosofía transcendental de Kant. Los análisis kantianos comienzan siempre por el *factum* de una práxis funcionalmente útil. Hegel concibe la razón siempre reflexionante: es un reflexionar metaobjetivo sobre nuestra praxis a nivel objetivo. Kant parte en su *Crítica de la razón práctica* del *factum* del juicio moral.

Kant adopta sin más esquemas representativos de formas de razonamiento y proposicionales, así como sus categorizaciones en palabras (conceptos), sin investigar propiamente su adecuación y condiciones de validez o de utilidad como instrumento del análisis significativo. De esta forma presupone la lógica formal como una teoría de las formas del pensar del entendimiento, o bien los criterios de sentido normativos para el discurso comprensible[47].

Hegel justifica su crítica particularmente en lo que respecta al status confuso de los denominados *juicios sintéticos a priori* de Kant. El saber geométrico no se reduce a ser un presupuesto de toda ciencia natural articulada matemáticamente. Hegel es consciente; al igual que Kant, de que la geometría no puede fundamentarse sobre la base de observaciones puramente empíricas. La geometría es la forma representativa general de las posiciones relativas, de los movimientos y modificaciones del movimiento de los cuerpos y corpúsculos. Por ello, no podemos fundamentar rigurosamente la geometría sobre observaciones puramente empíricas. Sin embargo, con ello todavía no hemos resuelto suficientemente la cuestión sobre la constitución real de estas supuestas formas de la intuición subjetiva. Kant ha adoptado sin crítica profunda la ciencia matemática natural, la mecánica de Newton, como la forma paradigmática definitiva de la ciencia. El precio que ha tenido que pagar es el haber descuidado toda aquella dimensión del saber que no se refiere a la esfera objetiva de las cosas físicas y a sus relativas propiedades.

47. El empirismo lógico moderno trata sin más reparos las formas fundamentales lógico formales de una lógica matematizada como leyes fundamentales no susceptibles de ser revisadas respecto a su limitada justificación y adecuación en el discurso claro y racional. Con ello, no se refleja de manera exacta y radical el propio lenguaje de análisis, las formas representativas y sus presupuestos reales. El criticismo y el empirismo lógico muestran ciertos rasgos de empirismo subjetivo; de una dogmática teoría de la conciencia de estilo semántico racionalista.

1.4. *Los diversos puntos de vista del análisis lógico*

Hegel señala explícitamente tres puntos de vista en el análisis lógico[48]. Lo que Hegel define como la consideración positivo-racional (*positiv-vernünftige Logik*) de la lógica se ocupa del análisis de las formas constitutivas del discurso racional y del pensamiento. El pensamiento como entendimiento (*Denken als Verstand*) se limita a la secuencia y reproducción de reglas meramente esquemáticas que conducen a las abstracciones (consideración de dichas reglas como *verdades en sí*). Esta interpretación de la lógica tiene como resultado la consideración de las abstracciones como realidades existentes de suyo (*als für sich bestehend und seiend*)[49]. La extrapolación de estos objetos como realidades comprendidas plenamente en su *identidad* es el problema fundamental que afecta a la aplicación de la matemática a la física, así como a la aplicación y empleo de objetos abstractos en el discurso teológico. El término de *lógica especulativa* engloba tanto lo formal descriptivo como el momento constructivo del significado (la constitución de contenidos conceptuales).

El pensamiento, comprendido como la secuencia y la reproducción de reglas esquemáticas, es lo que Hegel llama *entendimiento*. Bajo *entendimiento* comprende Hegel la inmediatez del pensamiento. Esta inmediatez es la reproducción e imitación unívoca y parcial de los usos adquiridos habituales en la formación de la conciencia. Este tipo de discurso general abstracto no pasa nunca a ser un pensamiento concreto[50]. Esto se debe a que no se trata más que de la imitación de esquemas de comportamiento y de formas de expresión ya establecidas[51]. Este proceder no es más que un operar con figuras meramente externas. Hegel adopta por ello literalmente el significado del término griego (*Schema*). Esta lógica se conforma con seguir las reglas de construcción, formación y deducción de

48. "Das Logische hat der Form nach drei Seiten: α) die abstrakte oder verständige, β) die dialektische oder negativ-vernünftige, γ) die spekulative oder positiv-vernünftige". Enz 8, § 79.

49. Enz 8, § 79.

50. "Wenn das Denken bei der Allgemeinheit der Ideen stehen bleibt... wird ihm mit Recht Formalismus vorgeworfen". Enz 8, § 12.

51. El origen de la ciencia y de la cultura como *mimesis*, está claramente reconocido por Hegel. Ahora bien, sólo cuando la imitación refleja lo que es; es decir, cuando llegamos a advertir y objetivar la imitación como imitación, es cuando logramos el nivel adecuado de racionalidad. La infinitud consiste en objetivar significativamente la imagen de la imagen. Sólo cuando llegamos a imitar la imitación (lógica de la esencia) logramos una verdadera infinitud.

fórmulas dentro de un lenguaje formal. Estas reglas son simplemente figuras externas reproducibles de comportamiento.

La mera racionalidad del *entendimiento* (*bloss Verständige*), con todo lo importante que nos pueda parecer, permanece siempre dependiente de una tradición dogmática, esto es, del mero adoctrinar y aprender en que consiste la pura imitación. En este sentido, decimos que es racional aquél que desarrolla recetas calculatorias matemáticas y las emplea correctamente. En todo caso, siempre que falte un examen libre y propio de las reglas de sentido y uso, seguiremos ciegos y sin pensamiento en el sistema matemático, en la mecánica o en las reglas lógicas. El gran error de una razón meramente finita, de una mera racionalidad, consiste en la consecución de leyes formales del pensamiento contempladas inmediatamente como las garantes de la racionalidad y la validez del pensamiento. Desde esta perspectiva, entiende Hegel que toda aplicación esquemática de reglas de la lógica formal o de las ciencias matemáticas comunes están aún incapacitadas para exigir una racionalidad propia (*per se*).

El *entendimiento* es la mera capacidad de seguir y reproducir un uso. Este uso nos viene dado por todo aquello que se nos presenta en sus formas externas como directamente clarificadas en la percepción sensible. Hegel reformula el concepto de *entendimiento* procedente originariamente de la lógica trascendental kantiana. El entendimiento en Kant es la facultad individual humana dotada de lo transmitido por la tradición en su trato con reglas esquemáticas y de cálculo sintáctico configurativo. Este entendimiento de cálculo es la *ratio* o *razón técnica*. Los resultados que se obtienen dentro de un sistema fijo de semejantes reglas de pensamiento se llaman racionales. Estos resultados son fruto de un manejo con signos y términos. En este sentido determinado, critica Hegel los procedimientos matemáticos en su *Fenomenología del Espíritu* (*Phänomenologie des Geistes*)[52].

Hegel menciona explícitamente a Spinoza y Wolff entre aquellos que se han dejado seducir por los métodos matemáticos. La seducción que provoca el método matemático se materializa en identificar la verdadera naturaleza del pensamiento con el proceder matemático expuesto emblemáticamente por *Los Elementos* de Euclides. Ahora bien, la cuestión de la adecuación del sistema formal, la referencia respecto a los fenómenos re-

52. "Ich habe über diese Methode und überhaupt das Untergeordenete der Wissenschaftlichkeit, die in der Mathematik stattfinden kann, in der Vorrede zur Phänomenologie des Geistes das Wesentliche gesagt,...". WdL 5, p. 48.

presentados, los límites de su rendimiento orientativo, son cuestiones que en este tipo de lógicas permanecen como preguntas externas o supuestamente resueltas desde el principio[53].

La lógica formal, entendida por Hegel como *lógica del entendimiento* (*die bloße Verstandeslogik*), prescinde de los contenidos concretos. El problema básico reside en que los contenidos concretos no son absolutamente determinados. Este problema lo aborda Hegel en la *Lógica* al tratar el *límite* del *algo* (*Etwas*). La lógica formal requiere una absoluta determinación de sus objetos para operar esquematicamente con formas proposicionales, términos, objetos, variables proposicionales y ciertas constantes lógicas. La directa referencia de un sentido para nuestros términos y proposiciones se deriva de las aplicaciones concretas sometidas a un *juicio libre*. Este tema había sido tratado explícitamente por Kant en su tercera crítica bajo la denominación de *Urteilskraft*.

Las aplicaciones están delimitadas por criterios teleológicamente significativos. Lo teleológico son nuestros intereses científicos[54]. Pero esto implica que la lógica tiene que asumir el substrato vital, por ser un continuo de diferenciaciones posibles orientadas, en muchas ocasiones, desde un punto de vista pragmático intersubjetivo. El discurso matemático rechaza (excluye), por lo general, los contenidos concretos por considerarlos vagamente determinados y, por tanto, como inexactos o empíricos[55].

Los contenidos conceptuales no se pueden sustituir simplemente por una serie de reglas esquemáticas. Anterior a la sustitución debemos juzgar, en cada caso, sobre la racionalidad de la sustitución propuesta. Los juicios contienen, de forma latente, la valoración de la adecuación y de la racionalidad de las aplicaciones concretas. La consideración formal de la lógica, sobre todo la moderna lógica formal clásica no-intuicionista, prescinde de la diferencia fundamental entre el *saber fáctico* y el *saber ideal*. Todo saber sobre contenidos significativos presupone un campo previo de saber fáctico común[56]. La ficción de significados absolutamente determi-

53. "Das Verstehen" es en Hegel "bekannte geläufige Vorstellungen, das was wir auswendig wissen". (Enz 8, § 3.), "von Haus aus zu kennen glauben". (Enz 8 § 5.).

54. "Die Philosophie kann daher wohl eine Bekanntschaft mit ihren Gegenständen, ja sie muß eine solche, wie ohnehin ein Interesse an denselben Voraussetzen, -schon darum, weil das Bewußtsein sich der Zeit nach Vorstellungen von Gegenständen früher als Begriffe von denselben macht,... ". Enz 8, § 1.

55. Esta exclusión está reflexivamente tratada por Hegel en el principio de tercio excluso.

56. "In unserem gewöhnlichen Bewußtsein sind die Gedanken mit sinnlichem und geistigen Stoffe angetan und vereinigt, und im Nachdenken, Reflektieren und Räsonieren vermischen wir die

nados para nuestros conceptos supone un saber contrafáctico e ideal. La aceptación de condiciones veritativas absolutamente determinadas es constitutiva de la lógica formal.

Leibniz introduce el concepto de una totalidad matemática de mundos posibles. Leibniz introduce el concepto de totalidad matemática de mundos posibles a partir del axioma fundamental que guía su sistema lógico: las condiciones veritativas son absolutamente determinadas. Este concepto supone, a su vez, la consideración de un universo *sub specie aeternitatis*. En esta perspetiva se prescinde de todo contenido. Lo que hacemos es poner entre paréntesis tanto la razón como el juicio. El objeto de esta lógica se resuelve en lo que Hegel define como el *concepto sólo en sí*. El objeto de esta lógica se limita a la consideración de las formas externas.

Hegel considera que con este proceder a lo más que llegamos es a la ficción racionalista de una lógica que no representa más que el punto de vista finito de *Dios*. En este sistema lógico, está excluída la forma temporal y el desarrollo real de la razón en sus conceptos y significados concretos (relación entre los especulativo-ideal y la lógica formal o discurso esquemático del entendimiento finito). Hegel articula a partir de aquí la diferencia entre la *lógica del entendimiento* y la *lógica de la razón* (*Vernunftlogik*) como la diferencia entre el *Dios esquemático* del análisis matemático[57] y el *espíritu* (*Geist*).

Bajo *razón dialéctica* (*bloss negativ dialektisch-vernünftig*) entiende Hegel la capacidad para la crítica: capacidad para dirigir y mantener dis-

Gefühle, Anschauungen, Vorstellungen mit Gedanken.[In jedem Satze von ganz sinnlichem Inhalte: dies Blatt ist grün, sind schon Kategorien, sein, Einzelheit eingemischt]". Enz 8, § 3.

57. Paul Valéry entiende que esta consideración de la divinidad conduce a la escisión que Hegel quiere evitar entre Dios y la construcción del mundo. "El determinismo-sutil antropomorfismo-dice que todo sucede como en una máquina, tal como yo la concibo. Pero toda ley mecánica es, en el fondo, irracional, experimental (...). El significado del término determinismo es tan vago como el de la palabra libertad (...) El determinismo riguroso es profundamente deísta. Ya que haría falta un dios, un cerebro de dios para imaginar tal lógica. Es un punto de vista divino. De manera que al dios atrincherado en la creación del universo lo restablece la comprensión de ese universo. Se quiera o no, el pensamiento determinista contiene necesariamente a un dios-y es una cruel ironía". VALERY, P. *Cahiers*, I. Bibliotheque de la Pléiade. Editions Gallimard, 1973; pp 492, 651 y 531. La divinidad esquemática es la consideración del mundo como una totalidad dada. La observación de Valéry coincide con la de Hegel en cuanto que el determinismo sólo es concebible para un observador fuera del mundo. Sin embargo, el análisis de las estructuras mínimas lógicas (diferencias mínimas), y por ello mismo vacías, de todo posible contenido tratan de describir el mundo desde dentro. En Hegel el mundo, el universo o la realidad no es algo absolutamente dado. Por supuesto que Hegel admite que existen fenómenos que nos vienen dados, más estos no son *lo absolutamente incondicionado* y, por ello, son susceptibles de negación.

cusiones con sentido. En estas discusiones se ponen de relieve las objeciones frente a las opiniones comunes, teorías completas, sistemas de pensamiento y reglas de argumentación. Con ello mostramos los problemas internos y las contradicciones que son resultados posibles de una aplicación esquemática en el seno de una mera comprensión racional. El objeto de la razón dialéctico-crítica es el análisis y la descomposición de las teorías en sus partes constitutivas. Los objetos internos de las teorías son los fundamentos lógico esenciales de los modelos y de fenómenos explicados.

Toda *asunción-eliminación* (*Aufhebung*) recuerda las objeciones analítico críticas expuestas previamente. Las objeciones marcan el curso del desarrollo mismo de nuestra comprensión. Esto hace profundizar en el sentido del discurso. Sólo mediante la disolución de juicios erróneos y malentendidos mejoramos la comprensión de nuestro saber. Hegel expresa esta idea diciendo que nuestro pensamiento, en cuanto pensamiento, es dialéctico (Enz. § 11). El pensamiento supera el uso común a través del análisis crítico hasta una síntesis propia. En la reconstrucción de la génesis racional se disuelven, bajo la verificación de momentos funcionalmente viables, los problemas en la comprensión de un uso meramente superficial y tradicional o de instituciones dadas.

La tesis fundamental de Hegel consiste en constituir un saber concreto sobre una base institucional establecida para un común *eliminar-asumir* de contradicciones. Esta tarea se lleva a cabo en cada caso según sistemas y criterios. Este método se convierte en un proceso que alcanza la historia de la pasada cultura. Así mismo, se extiende al futuro en una progresiva cadena siempre abierta. El pasado y el futuro se hacen presentes en un solo *ahora*. Este movimiento es la comprensión de las representaciones conceptuales expresado lingüísticamente. Ésta es la verdadera condición de posibilidad de todo posible pensar. Hegel habla del espíritu en su concrección.

La Lógica de Hegel es *especulativa* (*spekulativ*). Esto significa que la *Lógica* es una meditación metaobjetiva consciente de lo concretamente dado. La *Lógica* es el crecimiento del pensamiento junto con las formas externas: la posibilidad de su expresión y manifestación fenoménica. Esto es siempre dialéctico; es decir, siempre que pensamos explicitamos, de manera posiblemente modificable, formas linguísticas. También modificamos nuestros puntos de vista. El pensamiento no tiene nada que ver con

una reproducción mecánica de una serie de proposiciones. recitar en voz baja o alta un poema, o calcular según procedimientos esquemáticos.

La *Lógica* de Hegel es un método general de análisis lógico. El fundamento fenomenológico de la *Lógica* de Hegel hace referencia a la naturaleza especulativa de las proposiciones sobre las categorías; es decir, el *Ser* de lo que está ante la consideración del pensamiento, del lenguaje y de la conciencia. Las proposiciones sobre categorías en sentido amplio tales como *Ser*, *ente finito*, *esencia*, *concepto*, *espíritu absoluto* (*den absoluten Geist*) no pueden comprenderse de forma simplemente objetiva. Este tipo de proposiciones son especulativas: (*speculari*) es el ver, mientras que el (*kategorein*) es el afirmar.

Las proposiciones especulativas son comentarios metaobjetivos sobre las formas del pensamiento. Estos enunciados metaobjetivos incluyen análisis semánticos. Los esquemas formal proposicionales; tales como *lo que está ahí es un X*, definen externamente lo que Hegel entiende por *Dasein*. Esta forma es la explicitación de su uso y significado. La proposición formal *X es propia y esencialmente Y* hace referencia a lo que Hegel trata en *La doctrina sobre la esencia*. El *Ser* es la forma y el contenido de todas aquellas proposiciones que empleamos siempre que decimos *es así tal y como dice la proposición P* o *no es así tal y como dice la proposición P* (*Nicht-Sein*).

Las proposiciones especulativas hacen presente las formas reflexivas del pensamiento de manera intuitiva. La lógica especulativa es el metanivel reflexivo resultante de la lógica formal y de los objetos tratados por las ciencias particulares[58]. El objeto de la *Lógica* de Hegel es el metaobjeto que resulta (mediación y no producción) del análisis reflexivo sobre los objetos positivos de las ciencias particulares, de las formas del raciocinio formal y de los contenidos significativos[59]. Las proposiciones

58. “Das Verhältnis der spekulativen Wissenschaft zu den anderen Wissenschaften ist insofern nur dieses, daß jene den empirischen Inhalt der letzteren nicht etwa auf der Seite läßt, sondern ihn anerkennt und gebraucht, daß sie ebenso das Allgemeine dieser Wissenschaften, die Gesetze, die Gattungen usf. Anerkennt und zu ihrem eigenen Inhalte verwendet, daß sie aber auch ferner in diese Kategorien andere einführt und geltend macht. Der Unterschied zieht sich insofern allein auf diese Veränderung der Kategorien. Die Spekulative Logik enthält die vorige Logik und Metaphysik, konserviert dieselben Gedankenformen, Gesetze und Gegenstände, aber zugleich mit weiterem Kategorien weiter bildend und unformend”. Enz 8, § 9.

59. “Die empirischen Wissenschaften bleiben einerseits nicht bei dem Wahrnehmen der Einzelheiten der Erscheinung stehen, sondern denkend haben sie der Philosophie den Stoff entgegengearbeitet, indem sie die allgemeinen Bestimmungen, Gattungen und Gesetze finden; Sie vor-

especulativas no son, por ello, las proposiciones que dicen *algo* (en el sentido de un *Etwas*). El *algo* es ya una categoría de suyo. Las categorias no son *algo*, ya que existe una categoría que designa la mismidad del *algo*. Sin categorías no hay *algo*. El *algo* se articula por y mediante las categorías, y sin éstas, hay nada. Las categorías no dicen algo de *algo*, sino que muestran *algo*. Las proposiciones especulativas muestran lo que muestran y nada más que lo que muestran: identidad de latencia y patencia, interioridad y exterioridad.

Las proposiciones especulativas refieren al modo como un ejemplo refiere lo ejemplificado por él: en matemáticas o en física, los ejemplos hacen referencia a una forma general como representación exterior de un ideal resolutivo. Hegel recurre por ello a ejemplos de la matemática y de la física para exponer y aclarar conceptos de carácter netamente especulativo. En cada uno de los casos particulares de la forma general debemos saber diferenciar e identificar (analogía). No existe una mismidad sin diferencia. Comprender no consiste en otra cosa más que en saber diferenciar e identificar de forma adecuada. El método dialéctico es el método crítico por el que mostramos los límites de nuestro saber inmediato sobre los objetos. Este saber sobre los objetos está vertido en nuestro discurso ordinario y convencional (objeto del entendimiento).

El pensamiento es el silencio del discurso. Hegel, siguiendo a Jacob Böhme, comprende la *palabra* (*logos* en el sentido amplio del término) como la fuente (*Quelle*) de toda posible determinación o *cualidad* (*Qualitas*). Es la fuente de toda diferencia común así como de toda *no-diferencia*. La dimensión que tiene el pensamiento de autoconciencia, identidad consigo mismo y autoreferencia es lo que Hegel expresa con el título de *ser-para-sí*. La esfera de lo finito es la esfera de lo *ente*, esto es, de la (*Qualitas*) que escinde y diferencia. La contradicción que es resultado de la escisión genérica (*Qual*) *sufrimiento*, pone su infinita identidad. La identidad de lo finito es lo infinito: comprender lo finito como tal es lo infinito.

La lógica de la ilustración científica está marcada por los puntos de vista de un racionalismo técnico. La perspectiva racionalista, con sus métodos y fines particulares, limita el proyecto hegeliano de una antropología general y de una antropología filosófica de análisis conceptual.

bereiten so jenen Inhalt des Besonderen dazu, in die Philosophie aufgenommen werden zu können". Enz 8, § 12.

En la *Fenomenología del Espíritu* trata Hegel de aclarar la situación del hombre en el mundo natural y cultural. El objeto de esta antropología es el estudio de las condiciones de posibilidad de nuestro actuar libre y responsable. El objeto fundamental de esta nueva antropología es nuestro saber y comprender objetivo; esto es, aquél que diferencia la verdad de la mera opinión subjetiva, la *apariencia* de la ilusión (*Illusion*). En el seno de este análisis aparecen desarrollados los puntos de vista generales de las formas necesarias de la vida humana filosóficamente explicitadas por los conceptos de *moral* (*die Moral*), *el estado* (*der Staat*), *el derecho* (*das Recht*) y *la sociedad* (*die Gesellschaft*). Hegel quiere sacar estos temas del campo de las ciencias particulares y empíricas. El objetivo de Hegel es instaurar la ciencia allí donde parecen reinar las opiniones meramente relativas, subjetivas y particulares[60]. El proyecto hegeliano de dotar de una *forma común* a la razón no puede excluir la articulación conceptual de las formas fundamentales del mundo humano[61].

1.5. El comienzo de la "*Lógica*"

La filosofía es un método de análisis conceptual del pensamiento[62]. La necesidad de su contenido (*die Notwendigkeit seines Inhalts*) es algo

60. "Indem nur dem Menschen Religion, Recht und Sittlichkeit zukommt, und zwar nur deswegen, weil er denkendes Wesen ist, so ist in dem Religiösen, Rechtlichen und Sittlichen-es sei Gefühl und Glauben der Vorstellung-das Denken überhaupt nicht untätig gewesen; die Tätigkeit und die Produktionen desselben sind darin gegenwärtig und enthalten". Enz 8, § 2.

"Allein es ist verschieden, solche vom Denken bestimmte und durchdrungene Gefühle und Vorstellungen-und Gedanken darüber zu haben. Die durch Nachdenken erzeugten Gedanken über jene Weisen des Bewußtseins sind da, worunter Reflexion, Räsonament und dergleichen, dann auch die Philosophie begriffen ist". Enz 8, § 2.

61. "..., so ist so viel Bildung vorauszusetzen, daß man wisse, nicht nur daß Gott wirklich ist-daß es das Wirklichste, daß es allein wahrhaft wirklich ist, sondern auch, in Ansehung der Formellen, daß überhaupt das Dasein zum Teil Erscheinung und nur zum Teil Wirklichkeit ist". Enz 8, § 6.

62. "Der Inhalt, der unser Bewußtsein erfüllt, von welcher Art es sei, macht die Bestimmtheit der Gefühle, Anschauungen, Bilder, Vorstellungen, der Zwecke, Pflichten usf. Und der Gedanken und Begriffe aus. Gefühl, Anschauung, Bild usf. Sind insofern die Formen solchen Inhalts, welcher ein und derselbe bleibt,... In dieser Gegenständlichkeit schlagen sich aber auch die Bestimmtheiten dieser Formen zum Inhalte;... daß die Philosophie Gedanken, Kategorien aber näher Begriffe an die Stelle der Vorstellungen setzt. Vorstellungen überhaupt können als Metaphern des Gedankes und Begriffe angesehen werden. Damit, aber, daß man Vorstellungen hat, kennt man noch nicht deren Bedeutung für das Denken, noch nicht deren Gedanken und Begriffe". Enz 8, § 3.

que se tiene que mostrar. El contenido de la *Lógica* no se demuestra en el sentido que tiene el término *demostración* en la lógica tradicional. El pensar analítico conceptual se muestra en la necesidad de su contenido[63]. La *Lógica* de Hegel no procede de forma dogmática. La naturaleza del método filosófico y del pensar en general no es algo predecible. La verdad y corrección científica del método tiene que manifestarse en el curso mismo del pensamiento.

El método de la filosofía no es un contenido dogmático previamente determinado[64]. La *Lógica* de Hegel no es una *deducción* de la realidad; en el sentido de contar una historia una vez que ya ha tenido lugar. Hasta la comprensión racional no existe nada; ni tan siquiera el mundo o la realidad como posibilidad. La cientificidad, corrección y verdad se muestran en su desarrollo mismo. Esto es lo que constituye el problema del comienzo. Conocer el método de la filosofía no es suficiente para su fundamentación. El problema de la fundamentación consiste precisamente en mostrar que el método es el único[65]. Hegel no comienza su *Lógica* con una exposición del método. Hegel tiene que mostar, en un proceso analítico y no deductivo, que no existe otra alternativa al método lógico que propone. Hegel comienza precisamente planteando el problema del comienzo (*das Problem des Anfangs*)[66].

El primer problema de la *Lógica* es una crítica de la noción de *Comienzo* como búsqueda de un fundamento fijo y seguro a nuestro saber y a nuestras conceptualizaciones. Hegel tiene que comenzar por el *Ser*, y esto significa, comenzar en medio de lo que de forma absolutamente inmediata conocemos, sabemos o creemos saber. En este plano consideramos que la realidad nos ha sido inmediatamente dada, y por ello mismo, somos todavía incapaces de discernir entre la ficción y la realidad[67]. Los diversos sentidos del *Ser* están todavía mezclados y no suficientemente

63. "Die Deduktion ihrer Einheit ist insofern ganz analytisch; wie überhaupt der ganze Fortgang des Philosophierens als methodisches, d.h. als notwendiger nichts anderes ist als bloß das Setzen desjenigen, was in seinem Begriffe schon enthalten ist". Enz 8, § 88.

64. "Sondern es kann nur die Natur des Inhalts sein, welche sich im wissenschaftlichen Erkennen bewegt, indem zugleich diese eigene Reflexion des Inhalts es ist, welche seine Bestimmung selbst erst setzt und erzeugt". WdL 5, p. 16.

65. "(Das System der Logik) daß sie die einzige wahrhafte ist". WdL 5, p. 50.

66. "Die Schwierigkeit, einen Anfang zu machen, tritt aber zugleich damit ein, da ein Anfang als ein Unmittelbares seine Voraussetzung macht oder vielmehr selbst eine solche ist". Enz 8, § 1.

67. "..., daß überhaupt das Dasein zum Teil Erscheinung und nur zum Teil Wirklichkeit ist". Enz 8, § 6.

diferenciado. Hegel llama a esta consideración el concepto de *Ser en sí*. Este es el concepto de aquello que todavía tiene que ser lo que debe ser[68].

La lógica dialéctica no es un proceso rectilíneo, sino curvo[69]. La lógica dialéctica no está concebida para la conquista de un *ente supremo*; es decir, de un ser absolutamente separado. La *Lógica* de Hegel está lanzada a la conquista conceptual del *Ser*; esto es, qué queremos decir cuando mentamos *Ser*. A esta cuestión se refiere Hegel con la expresión *Ser de sí mismo*. La *Lógica* de Hegel es un despliegue para una ulterior interiorización. El método consiste en salir para volver a entrar. El despliegue de los distintos sentidos del *Ser* es el proceso dialéctico. La *Lógica* es un proceso porque en un principio aún no tenemos una guía esquemática de ordenamiento. Lo que llamamos *Ser* está, por tanto, por alcanzarse. Esto significa que todavía no está clarificado de forma plena lo que queremos decir cuando empleamos el término *Ser*. Hegel se refiere a esto diciendo que el *Ser* no es uno consigo mismo. La forma que tiene el *Ser* de *ser uno consigo mismo* no es otra que un encuentro de sí que tiene que remediar una originaria separación u escisión de sí. El término *Ser* significa en Hegel todo aquello que sabemos o que creemos saber en la esfera de las supuestas o aparentes evidencias (*Selbstverständlichkeiten*). Hegel se refiere de esta forma al nivel objetivo de nuestro saber, hablar o actuar.

Las ciencias particulares tienen la *ventaja*; frente a la lógica filosófica o método de la filosofía, de disponer de métodos y principios determinados[70]. Las ciencias particulares disponen también de fines y temas particulares dados de forma inmediata a la intuición. Sin embargo, la *Lógica* o el método genuino que Hegel quiere introducir en la filosofía es el análisis general del concepto, del entender, del saber y del juzgar racional. Esto significa que en filosofía no podemos proceder como en las ciencias particulares. Todos los conceptos y representaciones de las ciencias particulares son presupuestos de la *Lógica*. El concepto de la *Lógica* no se satisface con un objeto o con un método determinado y fijo, sino que está volcada a manifestar qué es un *objeto* y un *método* en sentido general. El concepto de la *Lógica*; esto es, el *Ser* está ya en movimiento antes de que las ciencias particulares puedan constituirse definitoriamente como tales.

68. "Ist der Begriff nur An sich". Enz 8, § 84.

69. "Ein Vertiefen desselben in sich selbst". Enz 8, § 84.

70. "Die Philosophie entbehrt des Vorteils, der den anderen Wissenschaften zugute kommt, ihre Gegenstände als unmittelbar von der Vorstellung zugegeben sowie die Methode des Erkennens für Anfang und Fortgang als bereits angenommen voraussetzen zu können". Enz 8, § 1.

Toda posible comprensión de un tema se funda en el conocimiento pre-comprensivo del tema indicado. Hegel percibe que toda comprensión está referida intrínsecamente o está condicionada previamente por los conocimientos temáticos sobre condiciones o supuestos más o menos vagos e imprecisos. Estas esferas temáticas han sido aseguradas por todo tipo de accesos previos[71]. Las representaciones de los objetos constituyen los contextos completos, las continuidades o unidades en sentido hegeliano. Estos contextos continuos son posteriormente susceptibles de división o escisión potencial. Las esferas temáticas son anteriores a los conceptos explícitamente articulados.

Los conceptos explícitamente articulados son los términos teóticos clara e intersubjetivamente comprensibles. Los significados de los conceptos son siempre determinados. Hegel caracteriza la reflexión como la vuelta del espíritu sobre las continuidades, contextos, previa o provisionalmente disponibles. La representación (*Vorstellung*) que nos hacemos de los objetos consiste en hacer presente interiormente la imagen de una intuición representativa externa. Esta posibilidad designa todo tipo de percepciones de formas y procesos sin acción externa alguna. El objetivo de la representación es su reproducción en todo tipo de combinaciones. Lo así representado es comparado posteriormente con las formas externas.

El problema del comienzo es que todo comienzo está de alguna forma comenzado, es decir, en el nivel de los objetos éstos ya se encuentran dados con absoluta anterioridad. Esto significa que el comienzo de la *Lógica* y su concepto se está moviendo. No existe nada, por absolutamente inmediato que parezca, que no sea ya mediado. Hegel entiende que lo dado de forma inmediata, está condicionado por el modo de darse. Tal es así, que en todo lo que parece absolutamente inmediato, la sensibilidad por ejemplo, descubrimos que el espíritu ya estaba ahí (desde antes-siempre, tal como posteriormente tematiza Hegel en la doctrina de la esencia[72]).

La precomprensión es el tema de la esencia en Hegel. La conciencia se enfrenta con las representaciones de los objetos, es decir, esfera de una totalidad de temas y contextos, antes que con la articulación explícita de los conceptos. El problema de la pre-comprensión se presenta en Hegel como el de un espíritu pensante que tiene siempre que dirigirse a conocer

71. “Das Bewußtsein sich der Zeit nach Vorstellungen von Gegenständen früher als Begriffe von denselben macht... ”. Enz 8, § 1.

72. “Denn das Wesen ist das Vergangener, aber Zeitlos vergangene Sein”. WdL 6, p. 13.

y concebir por medio de las representaciones sensibles: signos, representantes de elementos abstractos, etc.[73].

La filosofía se debe enfrentar al problema del comienzo puesto que sólo es posible el pensamiento a partir de aquello que destaca como ya pensado. Aquí la filosofía reconstruye los significados y reflexiona sobre esta anterioridad del objeto: sobre aquello que ya practica el pensamiento (entendimiento) desde antes. El análisis de esta anterioridad del pensamiento se traduce en Hegel en su interés por dotar de contenidos y significados al concepto, es decir, por el significado de lo que se piensa en el momento en que se piensa. Primeramente atendemos a la consideración de un uso. La consideración de un uso es el poder criticarlo o comentarlo criticamente. La conceptualización más propia es el cuestionamiento y revisionismo crítico. Hasta que esto no tiene lugar, no habremos conceptualizado aún su contenido racional. Hegel afirma que el objeto de la lógica especulativo racional es traducir el contenido de un uso en la forma del concepto[74]. La forma genuina del pensamiento es su articulación explícita. La comprensión es un entender implícito. Conceptualizar exige una toma de distancia respecto a lo que se nos da en presente, ante-los-ojos, reflexionando críticamente. Esta distancia posibilita una relativa y limitada autonomía en los juicios y la actuación libre.

Aquí muestran su limitación las ciencias y las disciplinas particulares. En las ciencias y disciplinas particulares, los puntos de vista, los fines y las esferas objetivas se encuentran absolutamente determinados de antemano. Los métodos internos de estas disciplinas de investigación se fundan en este presupuesto general, tal como se puede deducir por sus formas expositivas y resultados. Los temas y los métodos de la física, la biología, la ciencia histórica, la filología, las matemáticas junto con la lógica formal, son limitados. La pregunta que inquiere por la posibilidad de la matemática e incluso de la metafísica como ciencia suponen la existencia del objeto y el sentido del mismo, por lo menos, en el orden de las intenciones. No disponemos de la pregunta que sorprenda a la matemática y a la metafísica (entendida como ciencia particular que tiene que ver con determinados objetos) en su arrancar.

73. “Der denkende Geist sogar nur durchs Vorstellen hindurch und auf dasselbe sich wendend zum denkenden Erkennen und Begreifen fortgeht”. Enz 8, § 1.

74. “... der wahrhafte Inhalt unseres Bewußtseins in dem übersetzen desselben in die Form des Gedankens und Begriffs erhalten...”. Enz 8, § 5.

La pregunta por el sentido es en Hegel la pregunta por la constitución de los contenidos. Las limitaciones de los contenidos proporcionan, como instituciones humanas particulares, una forma interna fija. Lo formado son los métodos, los objetos investigados, los medios y el modo peculiar expositivo de los resultados. Estas disciplinas no pueden determinar ni juzgar internamente el sentido externo que presentan. Así, por ejemplo, una teoría matemática no puede referirse internamente al sentido de la teoría con demostraciones analíticas[75].

Hegel quiere evitar el carácter reiterativo de la justificación del saber incluyendo en su lógica una crítica a la teoría tradicional de la abstracción. Puesto que es imposible saber sino es desde lo que se precipita como ya sabido, la lógica tiene que incluir la posibilidad fáctica de que la razón explicite el pensamiento y la vida racional. Es decir, Hegel tiene que recurrir a una humanidad cultural, separada de cada uno de los individuos particulares, que constituye completamente al hombre en un sentido ético y no simplemente biológico. Por esta razón, la lógica de Hegel tiene que incluir, en su discusión general sobre el conocimiento, la articulación conceptual de las formas fundamentales del mundo humano[76]. Estas formas fundamentales del mundo humano constituyen un amplio substrato de diferenciaciones lógicas que aparecen posteriormente como supuestos de razonamientos[77]. Entre los supuestos, Hegel hace explícita referencia al

75. "..., daß, insofern mathematische Formeln Gedanken und Begriffsunterschiede bedeuten, diese ihre Bedeutung sich vielmehr zuerst in der Philosophie anzugeben, zu bestimmen und zu rechtfertigen hat. In ihren kokreten Wissenschaften hat diese das Logische aus der Logik, nicht aus der Mathematik zu nehmen;...". WdL 5, p. 248.

76. "In meiner Phänomenologie des Geistes, welche deswegen bei ihrer Herausgabe als der erste Teil des Systems der Wissenschaft bezeignet worden, ist der Gang genommen, von der ersten, einfachsten Erscheinung des Geistes, dem unmittelbaren Bewußtsein, anzufangen und die Dialektik desselben bis ihm Standpunkte der philosophischen Wissenschaft zu entwickeln, dessen Notwendigkeit durch diesen Fortgang aufgezeigt wird. Es könnte hierfür aber nicht beim Formellen des bloßen Bewußtseins stehen geblieben werden; denn der Standpunkt des philosophischen Wissens ist zugleich in sich der gehaltsvollste und konkreteste; somit als Resultat hervorgehend, setzte es auch die konkreten Gestalten des Bewußtseins wie z.B. der Moral, Sittlichkeit, Kunst, Religion voraus. Die Entwicklung des Gehalts, der Gegenstände eigentlicher Teile der philosophischen Wisseschaft fällt daher zugleichin jene zunächst nur auf das Formelle beschränkt scheinende Entwicklung des Bewußtseins hinter dessen Rücken jene Entwicklung sozusagen vorgehen muß, insofern sich der Inhalt als das Ansich zum Bewußtsein verhält". Enz 8, § 25.

77. "Die Denkbestimmungen sind zunächts in der Sprache des Menschen herausgesetzt und niedergelegt;... In alles, was ihm [dem Menschen] zu einem Innerlichen, zur Vorstellung überhaupt wird, was es zu dem seinigen macht, hat sich die Sprache eingedrängt, und was es zu Sprache macht und in ihr äußert, enthält eingehüllter, vermichstes oder herausgearbeitet eine Kategorie; so sehr natürlich ist ihm das Logische, oder vielmehr: dasselbige ist seine eigentümliche Natur selbst". WdL 5, p. 20.

lenguaje[78]. También tiene en cuenta la importancia que tiene para el espíritu subjetivo el conocimiento aportado por las ciencias particulares desarrolladas por el hombre[79].

Aquí introduce Hegel su crítica a la teoría tradicional de la abstracción. Para comprender algo de forma completa, una acción, una convención o una institución, debemos conceptualizar de forma completa el contexto adecuado. Hegel habla en estos casos de totalidad[80]. La totalidad hegeliana no consiste en una totalidad difusa sino en el contexto relevante en el que siempre podemos comprender lo abstracto (comprensión parcial) como un concepto concreto. Este es precisamente el problema de los contenidos conceptuales en la lógica de Hegel. La dificultad de la filosofía consiste en hacer explícito el contexto siempre relevante, concreto y adecuado. En esto se diferencia la filosofía de las demás ciencias y se identifica con la lógica.

Hegel no puede comenzar con un principio o con un comienzo histórico. Algo así a un criterio fijo que posteriormente opere como guía a la hora de preguntarse por los contenidos de las proposiciones y de los objetos. Si comenzásemos con un principio, nos ahorraríamos el ocuparnos del análisis de lo que significan los mismos términos *Comienzo* (*Anfang*), *Principio* (*Prinzip*) y *Axioma* (*Axiom*). Deberíamos, sin embargo, justificar la elección de aquél principio en lugar de tal otro (esto es lo que ocurre en un sistema de axiomas). De esta forma llegaríamos a plantearnos consecuentemente la cuestión fundamental de la lógica; es decir, la diferencia no-formal (significativa) entre afirmación y negación.

78. "Diese Kategorien, die nur instinktmäßig als Triebe wirksam sind und zunächts vereinzelt, damit veränderlich,... zu reinigen... dies ist also das höhere logische Geschäft". WdL 5, p. 27.

79. "Erst aus der tieferen Kenntnis der anderen Wissenschaften erhebt sich für den subjektiven Geist das logische als ein nicht nur abstrakt Allgemeines, sondern als das den Reichtum des Besonderen in sich fassende Allgemeine;..." WdL 5, p. 54.

80. "Mit dieser Einführung des Inhatls in die logische Betrachtung sind es nicht die Dinge, sondern die Sache, der Begriff der Dinge, welcher Gegenstand wird. Hierbei kann man aber und daran erinnert werden, daß es eine Menge Begriffe, eine Menge Sachen gibt. Wodurch aber diese Menge beschränkt wird ist, daß der Begriff als Gedanke Überhaupt, als Allgemeines, die unermäßliche Abbreviatur gegen die Einyelheit der Dinge, wie sie in ihrer Menge dem unbestimmten Anschauungen und Vorstellen vorschweben, ist; teils aber ist ein Begriff sogleich erstens der Begriff an ihm selbst, und dieser ist nur einer und ist die substantielle Grundlage; fürs andere aber ist es wohl ein bestimmter Begriff, welche Bestimmtheit an ihm das ist, was als Inhalt erscheint; die Bestimmheit der Begriffs aber ist eine Formbestimmung dieser substantiellen Einheit, *ein Moment der Form als Totalität, des Begriffs selbst, der die Grundlage der bestimmten Begriffe is*t". WdL 5, p. 27.

El término fichteano *Yo*, o el término kantiano de *sujeto trascendental* expresan un comienzo que no es suficientemente radical desde el punto de vista hegeliano[81]. Estas fórmulas indican la identidad o adecuación intersubjetiva de nuestro conceptuar. Tras estas expresiones detecta Hegel la única y misma forma categorial: *Ser*. El axioma fichteano *Yo=Yo* se refiere a la comunidad ideal significativa del saber. La función fundamental de todas estas metáforas; *Yo*, *sujeto trascendental*, consiste en manifestar la intersubjetividad del saber tal y como la expresaría un único sujeto. La analogía se funda en una comparación con la propia experiencia, y a través de ella, nos suponemos a nosotros mismos, tal y como si supiésemos lo que pensamos y conociésemos con certeza inmediata los significados de los términos empleados por nuestro pensar.

Conocer algo cierta e inmediatamente es un sentimiento engañoso y se funda, a entender de Hegel, en una simple creencia. La lógica no puede comenzar con la verdad de una fórmula tal como *Yo=Yo*, o *pienso, luego soy una cosa que piensa* (*cogito, ergo sum res cogitans*). El significado y el sentido de estas fórmulas tienen que ser previamente analizados. La certeza de que son fórmulas correctas es sólo una apariencia. Hegel critica el comienzo de Fichte y de Descartes: primero, comentando que la fórmula de Fichte no es, en modo alguno, una relación de pura identidad (igualdad), y segundo, que las palabras de la fórmula cartesiana hacen uso de los términos *pensar* y *Ser* empleándolos en el *Yo* pronominal como una realidad completamente analizada.

Para diferenciar necesitamos criterios que operen como las condiciones de posibilidad de una fundamentación o refutación: nos topamos con el problema de los criterios de diferenciación. De esta forma, tendríamos que volver al análisis por el que Hegel comienza su lógica; a saber, el análisis del ser y del no-ser. La lógica dialéctica conecta con la metafísica porque la *Lógica* de Hegel no es una lógica formal del entendimiento. La *Lógica* de Hegel no se ocupa de proyectar un sistema de reglas para operar con figuras proposicionales: este es el caso en la silogística aristotélica y de los cálculos modernos de predicados modales. La *Lógica* de Hegel se pregunta, más bien, por el significado profundo de ciertas figuras deductivas y proposicionales. Mediante éstas, se pregunta por las suposiciones que las hacen racionalmente válidas o racionales sin

81. "Sein kann zwar bestimmt werden als Ich=Ich, als die Absolute Indifferenz oder Identität asf... Aber indem innerhalb jeder dieser Formen bereits Vermittlung ist, so sind sie nicht wahrhaft die Ersten". Enz 8, § 86.

más. Lo que se hace racional son determinadas deducciones que devienen en conclusiones válidas.

La lógica filosófica debe tener como primer tema el *Ser puro* (*das reine Sein*)[82]. El comienzo de la *Lógica* hegeliana conecta con toda la tradición filosófica que se inicia con Parménides y los pensadores eléatas [83]. El *puro Ser* es la forma pura con la que exigimos la validez en todos nuestros discursos sobre objetos y contenidos particulares. A esto lo llama Hegel *determinación*, que no es más que la consideración de la objetividad en general. La exigencia de validez no requiere reflexión[84]. La ausencia de reflexión marca la diferencia respecto de la *esencia*, así como con respecto a cualquier determinación[85]. El comienzo es la afirmación sin más, esto es, pura, opuesta a la negación. Sin embargo, lo prioritario del comienzo no es la relación, la oposición, sea de contrariedad o de contradicción, sino la negación sin más[86].

El concepto del pensar puro es la referencia pura y abstracta a determinaciones de contenidos. En esta pura referencia prescindimos de todo contenido: es una forma vacía[87]. El *puro Ser* es la suposición significativa que introduce todo pensar; es decir, la tendencia inmediata a suponer que nuestro pensamiento se refiere al mundo. Sin embargo, la pura referencia del pensar es indeterminada[88]. Con esto arbitra Hegel el sentido de la *Nada*[89]. No basta con pensar para pensar algo y que ese algo sea realmente

82. "Das reine Sein macht den Anfang , weil es sowohl reiner Gedanken als auch das unbestimmte, einfache Unmittelbare ist, der erste Anfang aber nichts vermitteltes und weiter Bestimmtes sein kann". Enz 8, § 86.

83. "Den einfachen Gedanken des reinen Seins haben die Eleaten zuerst, vorzüglich Parmenides als das Absolute und als einzige Wahrheit". WdL 5, p. 84.

84. "Dies reflexionslose Sein ist das Sein, wie es unmittelbar nur an ihm selber ist". WdL 5, p. 82.

85. ";... es ist frei von der Bestimmtheit gegen das Wesen sowie noch von jeder, die es innerhalb seiner selbst erhalten kann". WdL 5, p. 82.

86. "Aber es ist zunächst nicht um die Form der Entgegensetzung, d.i. zugleich der Beziehung zu tun, sondern um die abstrakte, unmittelbare Negation, das Nichts rein für sich, die beziehungslose Verneinung,- was man, wenn man will, auch durch das bloße Nicht ausdrücken könnte". WdL 5, p. 84.

87. "Es ist die reine Unbestimmtheit und Leere.- Es ist nichts in ihm anzuschauen, wenn von Anschauen hier gesprochen werden kann; oder es ist nur dies reine, leere Anschauen selbst". WdL 5, p. 82.

88. "Das Sein ist das unbestimmte Unmittelbare;...". WdL 5, p. 82.

89. "Insofern Anschauen oder Denken hier erwähnt werden kann, so gilt es als ein Unterschied, ob etwas oder nichts angeschaut oder gedacht wird. Nichts Anschauen oder Denken hat also eine Bedeutung;...". WdL 5, p. 83.

lo que es y todo lo que es: algo determinado o una determinación objetiva. Al prescindir de todo contenido determinado, prescinde Hegel de toda posible mediación de la experiencia concreta. La inmediación es lo simple (*einfachen*), y la mediación de lo simple es lo complejo: el contenido del pensar.

Una afirmación con sentido es una diferenciación común (diferenciación en sentido trascendental kantiano). En caso contrario, la expresión *As* de una proposición *S*, sería tan válida como la de *no-S*. Puesto que no existe valor veritativo determinado para estas expresiones no podemos transmitir contenido alguno en el sentido de *algo es así, y no de otra forma*. El afirmar y el negar de la expresión no aporta nada. En este sentido habla Hegel de que el *Ser* y el *No-Ser*, la verdad de una proposición y su negación, la existencia de referencia de un término científico y su no-existencia, es todo lo mismo[90]. En Hegel no disponemos de un concepto inmediato de verdad absoluta. Este resultado es válido, en tanto en cuanto no podamos disponer de una distinción de sentido entre la diferencia vacía de *Ser* y *Nada*[91]. Sin criterios trascendentales comunes de diferenciación entre afirmaciones correctas y falsas, permanece indefinida la oposición entre *Ser* y *Nada*, verdadero y falso.

El *Ser* es lo inmediato indeterminado (*das unbestimmte Unmittelbare*). Esto significa que para pensar el *Ser* no se requiere reflexión alguna. El primer paso no es paso alguno. El *Ser* es indeterminado porque se diferencia de la *esencia*, y de las determinaciones que surgen al doblarse la reflexión sobre sí en busca de su ser (de sí misma). La primera oposición de la *Lógica* no es, propiamente, la de *Ser* y *Nada*, sino la de determinación reflexiva (*Bestimmtheit*) e indeterminación irreflexiva (*unbestimmte Unmittelbare*). La diferencia entre la determinación y la indeterminación es el primer paso que constituye la categoría de la cualidad.

La reflexión inmediata, que no reflexiona sobre sí, no se diferencia. En cuanto distinguimos la reflexión, aquella inmediata y simple (*das Sein*) (en que no existe diferencia), de la otra que se diferencia por reflexionar sobre sí (*das Wesen*), constituimos la esfera de las categorías que se refieren al *Ser*, y más en concreto, la cualidad. El *Ser* es lo que se opone al

90. “Als dieses unmittelbare, sich selbstgleiche...Daselbe seien”. Enz 8, § 88.

91. “Inhaltsvoller Unterschied dem leeren Unterschiede von Sein und Nichts unterschoben”. Enz 8, § 88.

Ser determinado[92]. Lo indeterminado es el *Ser*, más esto es así, en su relación de oposición con lo determinado. El *Ser* carece de cualidad[93]; no es determinado, y por ello mismo, no se refiere a nada más que a sí mismo. Esta *nada* es al mismo tiempo su referencia, su ausencia de referencia.

Bajo esta designación de *Ser puro* suponemos la existencia de una ontología, y con ello, el significado, la referencia directa de nuestros términos científicos[94]. Este *Ser* es el contenido del saber puro, por lo que su tema, lo que nosotros llamamos mundo, es una palabra en el vacío[95]. El saber puro y el *Ser puro* no son más que correlatos de unos actos individuales de afirmación y negación, adhesión o rechazo de ciertas proposiciones, cuyo contenido aún nos es desconocido realmente. Lo único que tenemos es un conocimiento aparente, un presupuesto inmediato.

Los actos puramente individuales no constituyen sistema ni realidad alguna: se trataría de estímulos animales; o de la acción y reacción ante un comportamiento que no ha sido precisivamente determinado (no genérico). La subjetividad en Hegel es pura actividad: el proceso de evidenciación de todo contenido. La evidenciación constituye la subjetividad no como un objeto venido de fuera o enfrentado definitivamente al sujeto. Al entender la subjetividad como proceso constitutivo de lo pensado, la subjetividad es la actividad racional comunicada al objeto. La subjetividad aparece gradualmente como el objeto hasta la última y definitiva identidad con él. Esta comunicación se lleva a cabo según el impulso mismo que supera toda constitución aislada, es decir, la apariencia de rigidez que muestra el carácter situacional de los contenidos del conocimiento: finitud de la evidencia.

El *Ser* puede designar el significado o la referencia de una proposición, de un predicado, o de un nombre. El término *Ser* está por la forma y el contenido de las formas expresivas del tipo *Es así, tal como dice la proposición S*. El *No-Ser* está como título para las proposiciones de la forma *no es así como dice la proposición S*. El *Ser* primeramente designa los significados y las referencias de proposiciones, esto es, estados de

92. "Dem Sein Überhaupt tritt aber das bestimmte Sein als solches gegenüber;...". WdL 5, p. 82.

93. "Ist es qualitätsloses Sein;...". WdL 5, p. 82.

94. "Was den Anfang macht, der Anfang selbst, ist aber als ein Nichtanalysierbares, in seiner einfachen Unmittelbarkeit, also als Sein, als das ganz Leere zu nehmen". WdL 5, p. 75.

95. "Am Anfange, wo die Sache selbst noch nicht vorhanden ist, ein leeres Wort". WdL 5, p. 72.

cosas posibles o hechos reales. El término *Ser* es la suposición de la existencia de un significado y referencia inmediata de proposiciones tales como *se da este o aquél hecho*, *el objeto N es un P*, o *existe esto o aquello*.

En el primer caso, el *Ser* se refiere a los metapredicados *es verdadero/es falso (est y non est)*. En el segundo caso (*das Sein*) es la cópula substantivada. En el tercer caso (*das Sein*) es el ser del ente (*Sein des Seienden*), esto es, el objeto supuesto bajo una determinación genérica del discurso. El *Ser* está en este caso para objetos reales o posibles: la forma expresiva correspondiente es la cuantificación existencial del tipo: *Hay números primos*, *Dios es* (o *Dios existe* o *hay Dios*).

En el uso metaobjetivo del término *existencia*, se nos indica si la designación formal, por ejemplo de un nombre o de un signo, designa realmente algo en la esfera objetiva en cuestión. Esto se corresponde con el *Ser*: el valor que puede tener una variable en la esfera (dominio) variable objetiva considerada. En este mismo sentido, podemos decir que existen las esferas objetivas abstractas tales como los *números* o las *direcciones en el espacio*[96].

Todas estas formas y sentidos son de manera inmediata absolutamente generales, es decir, que son formas que son y esto constuye su misma inmediatez. En lo inmediato no hay nada que tenga que ser pensado que no sea el *Ser* mismo. Por ello, todas las formas (y sentidos) del *Ser* son indiferenciadas. La diferenciaciación introduce los diferentes sentidos y *conceptos de ser* (*Seinsbegriffen*). La diferencia entre una verdad puramente matemática, cualquier verdad teórica interna y la existencia (*Existenz*), una verdad empírico fenomenológica y la realidad, una verdad física y la objetividad (*Objektivität*), se establece con la mediación y la reflexión.

Las diferencias entre los distintos sentidos y conceptos de *Ser* exige abandonar lo inmediato (del Ser) para mediarlo (al Ser). Hegel diferencia entre la lógica formal general y la ontología. El criterio de consistencia lógico formal no es un criterio suficiente como para determinar la realidad de un objeto. La mera composición sintáctica y semántico formal de una afirmación bien formada no garantiza, de suyo, su referencia a un *Ser* o a

96. El objeto y la dimensión variable que se supone para cada nivel de discurso es lo que Hegel define como substrato lógico reflexivo en la doctrina sobre la esencia.

algo que es (*Seiendes*); es decir, no asegura que lo que la afirmación exprese sea un *algo* real[97].

Aquí Hegel recurre a la diferenciación de dimensiones. En el primer caso habla de *ente* (*Dasein*) y *realidad* (*Realität*), en el segundo caso de *esencia*, *realidad* (en el sentido de *Wirklichkeit*) y *existencia* (*Existenz*), y finalmente de objetividad. La primera dimensión, la del *Ser en su pura inmediatez*, depende de una articulación cualitativa dada por la experiencia: lo real es aquello que se puede experimentar por los sentidos. Una afirmación de la segunda dimensión implica una aclaración sobre la primera dimensión, es decir, sobre el comienzo. Con esto se corresponde el uso metaobjetivo del término *existencia*. Este empleo se refiere a lo que designa una esfera objetiva. *Ser* significa, en este caso, el valor que adopta una variable en la esfera de variables considerada (en un dominio). A estas esferas objetivas pertenecen; por ejemplo, los *números* o la *determinación de las direcciones en el espacio*[98].

Lo que Hegel entiende por *Ser-en-sí* se corresponde con lo que se acaba de mencionar: se trata de la determinación indefinida de una esfera objetiva abstracta. Una clase de elementos abstractos. Éstos, pueden ser designados con *N*. Junto con ello, se incluyen las proposiciones o afirmaciones abstractas *S(N)* sobre los objetos. Las formas predicativas correspondientes *S(X)* expresan predicados o propiedades de los elementos. Hegel emplea el *Singulare tantum* para designar las proposiciones especulativas contenidas en categorías tales como *Ser-en-sí*.

El uso de tales proposiciones no puede ser descrito sustituyendo normativamente a éstas por un operar esquemático según reglas; por ejemplo de la lógica bi-valente, pluri-valente, la silogística aristotélica, el cálculo de cuantores de Frege, etc. Todo este operar supone un contexto en o para el que existen unos criterios comunes. Según estos criterios existen expresiones generales y determinadas para algunos valores de verdad de las proposiciones. Las proposiciones especulativas son *momentos* o aspectos de un movimiento hacia una conceptualización transcendental común. En este proceso debemos contar con las contradicciones, las antinomias, las objeciones y las paradojas: todos estos fenómenos pueden dar lugar a desplazamientos o modificaciones de los límites significativos de los conceptos y, de acuerdo con ello para Hegel, a un "devenir" del mundo mis-

97. No asegura a la lógica el que ésta sea lógica del ser.

98. Enz 8, § 119.

mo. De la comparación con estas objeciones y contradicciones obtenemos lo que las proposiciones nos quieren enseñar o mostrar. En el sistema de Hegel, el mundo se está instaurando y destruyendo, comenzando y terminado a cada instante.

El *puro Ser* es la abstracción pura; es decir, comienzo por el que procedemos a prescindir de todo contenido, de todo criterio concreto. Con este comienzo prescindimos igualmente de lo primario desde el punto de vista del contenido para poder distinguir lo justificado de lo injustificado de una afirmación o de su negación[99]. Lo negativo de un objeto, la imagen representativa de una representación cualquiera, es lo designado, su imagen originaria (*Urbild*). Hegel toma de la teoría de los números negativos la expresión de lo *absolutamente negativo* (*das Absolut-Negative*). Los números negativos se representan como las longitudes que resultan de una proyección especular de los números positivos a partir del cero[100].

El problema que se discute es la relación entre lo dado de forma inmediata a la conciencia por intuición, imágenes, expresiones, signos, representaciones y patrones reales, accesibles únicamente a través de su mediación en significados generales, referencias y arquetipos ideales. Los significados generales de una proposición son las proyecciones de cada prototipo concreto, tal como los números negativos existen como proyección de los positivos sobre sí mismos (automorfismo). Lo absolutamente negativo es la supuesta referencia, el significado ideal, lo ideal de la verdad. Lo negativo existe sólo respecto a algo positivo y no separado de uno tal. El *Ser puro* es lo absolutamente negativo: es la infinita negación de toda determinación positiva. Lo positivo son las distinciones claras y reconstruidas en la esfera de la experiencia (*positive Wissenschaft*).

No basta meramente con asegurar que *A* designa un objeto que no es afectado por nuestra designación, por nuestro modo de acceso al mismo, o que *S* sea una proposición que describa inmediatamente un evento. Esta postura es el resultado de nuestro encuentro inmediato con el *Ser*. Sin embargo, esta actitud carece por completo de pensamiento; ya que supone-

99. "So muß der Anfang absoluter oder, was hier gleichbedeutend ist, abstrakter Anfang sein; es darf so nichts voraussetzen, muß durch nichts vermittelt sein noch einen Grund haben; es soll vielmehr selbst Grund der genzen Wissenschaft sein". WdL 5, p. 69.

100. Este tema ha sido analizado ampliamente por Platón. En la *República*, discute Platón sobre la validez de los enunciados de la geometría. Platón tematiza lo que Hegel llama negatividad (*Negativität*) en la *Lógica*; es decir, los enunciados son genéricamente válidos para las figuras arquetípicas, no para *este* o *aquél* triángulo concreto, sino para la imagen originaria o presupuesto de los representantes concretos.

mos conocida la identidad del objeto y del evento. No existe nada separado de nuestro modo de acceso a lo inteligible de la representación que pueda constituirse como un objeto absoluto o como un residuo. Lo absolutamente negativo no es lo supuestamente otro del pensamiento, sino que también es la infinitud de un espacio lógico vacío fuera de toda posible diferenciación determinada.

Las categorías de *lo absolutamente negativo*, *el Ser* y *la Nada* son categorias abstractas por las que atendemos a nuestra forma de diferenciar la experiencia en el contexto de una práctica teórica común. La *Lógica* de Hegel es, de esta forma, una crítica a toda metafísica que quiera presentarse como ciencia. Lo único que puede existir inmediatamente frente a una designación objetiva, sin mediación a través de abstracciones, tendría que ser algo experimentable en la vida del espíritu. Lo cognoscible tiene que ser experimentable como idéntico consigo mismo. Lo que meramente se encuentra ante los sentidos, un complejo de datos de los sentidos, no sería ni objeto, ni evento alguno, no es ningún *algo* que fuese referencia de un objeto asignado; sino que sería parte de la *Nada* de un espacio lógico vacío. No constituye un objeto determinado.

De la consideración pura del *Ser*, separado de todo contenido determinado y de los criterios que pertenecen al juicio, permanece una mera opinión subjetiva[101]. La oposición formal entre afirmación y negación proposicional tiene como resultado una mera opinión subjetiva[102]. Toda forma de pensamiento y predicación de la esfera objetiva, presenta una exigencia de validez. Desde un punto de vista formal, lo que queremos cuando expresamos una proposición es afirmar algo correcto o hacerlo. La afirmación de la proposición tiene lugar con independencia del contenido. La pura afirmación, meramente formal, obtiene su significado a partir de su expresión como oposición contradictoria: la negación[103]. Esto quiere decir que *Ser* puede ser más idéntico con su contradictorio que consigo mismo, porque el *Ser* no es todavía uno consigo mismo. Lo mismo es afirmar que negar, puesto que todavía no existe un sentido determinado, esto

101. "Das Sein ist Einfaches als Unmittelbares; deswegen ist ein nur Gemeintes und kann man von ihm nicht sagen was es ist; es ist daher unmittelbar eins mit seinem Andern, dem Nichtsein". WdL 5, p. 275.

102. "Allein, weil der Unterschied hier noch nicht bestimmt hat, denn eben Sein und Nichts sind noch das Unmittelbare,- so ist er, wie er an denselben ist, das Unsagbare, die bloße Meinung". Enz 8, § 88.

103. "..., denn im Nichtsein ist die Beziehung auf das Sein enthalten;...". WdL 5, p. 84.

es, contenido que aporte el significado lógico. No se afirma o se niega en general, sino de algo.

Hegel quiere mostrar que lo que llamamos experiencia determinada es resultado de la reflexión. Aquellos que usan el término *Ser* como un concepto bien formado, en el sentido de cosas físicas, emplean este término sin advertir todo lo que con ello suponen como algo conocido. Primero, se nos tendría que explicar qué son las cosas. La tesis que afirma que sólo existen cosas carece de pensamiento. Esta afirmación contiene una contradicción; ya que sería imposible la diferencia entre un espacio lógico saturado o lleno de cosas y un espacio lógico vacío. Esta contradicción no puede ser percibida por aquellos que consideran definitivamente resuelto el problema de lo que existe en general en la vida ordinaria, en la física o en la ciencia en general. Tampoco perciben esta contradicción aquellos que resuelven esta cuestión ontológica con una salida agnóstica sobre lo que podemos tematizar y saber[104].

Todo contenido, pensamiento y forma proposicional viene constituido de dos formas: el pensamiento puede ser afirmado o negado; en todo momento se exige una referencia en ambos casos. Hasta la determinación de esta referencia lo que tenemos es la afirmación pura del carácter indeterminado del *Ser* en general[105]. Puesto que todavía no tenemos referencia alguna, que no sea la *Nada* o la ausencia de referencia, advertimos que el *puro Ser* es lo mismo que la *Nada*[106]. Lo que llamamos experiencia sensible es para Hegel resultado de esta contradicción, ya que no existe experiencia sensible o intelectual sin cualidad. La *cualidad* es la categoría que está por constituir y que se objetiva en el ser determinado que aún no tenemos (No disponemos de criterios de discernimiento).

El *Ser* determinado es el objeto que es referencia del pensamiento que se opone a la indeterminación del *Ser* del comienzo. El objeto de experiencia sensible o intelectual es el *ente finito*. Sin embargo, este *Dasein* no lo tenemos todavía. Esto se debe a que la *Nada* no se opone a *algo*[107]. El *algo* es un ente finito determinado, por tanto resultado de una referencia

104. Carece de sentido arbitrar un significado al agnosticismo, tal como es el caso de la *cosa en sí* de Kant interpretada en un sentido burdo.

105. "Weil es unbestimmt ist, ist es qualitätsloses Sein; aber an sich kommt ihm den Charakter der Unbestimmtheit nur im Gegensatze gegen das Bestimmte oder Qualitative zu". WdL 5, p. 82.

106. "Das reine Sein und das reine Nichts ist also dasselbe". WdL 5, p. 83.

107. "Nichts pflegt dem Etwas entgegengesetzt zu werden; Etwas ist aber schon ein bestimmtes Seindes, das sich von anderem Etwas unterscheidet". WdL 5, p. 84.

del pensamiento y no de la pura ausencia de referencia. El problema es que lo determinado no es nada todavía[108]. La proposición que afirma: *ahora tenemos un X que antes todavía no se daba*, explicita el contexto lógico que define la unidad de *Ser* y *no-Ser*.

Todo discurso posible sobre el *Ser*, sobre si se da un estado de cosas, supone el que algo pueda llegar a ser otro, o que pueda llegar a ser de otra manera a como ahora se nos presenta[109]. El término *Werden*[110] comprende la diferencia entre *Ser* y *Nada*[111]. La imagen, empleada por Hegel para el *Werden*, está tomada de lo proyectado y descrito en sus partes definitorias por la lógica racionalista de Leibniz. Hegel se expresa de la misma forma, cuando trata el concepto de circunferencia[112].

Hegel reconstruye su análisis de la categoría del *devenir* adoptando la metáfora ya empleada por Leibniz del contener (*enthalten*): *Ser* y *no-Ser*. Los valores veritativos de una posible proposición se contienen en ella como momentos constitutivos bajo el concepto de *devenir*. Bajo ciertas condiciones de satisfacción está contenida la posibilidad de satisfacción y de no-satisfacción. Con este concepto obtenemos la diferencia entre *verdad* y *falsedad*. El *devenir* es el resultado del análisis conceptual, no de tipo deductivo, sino del único posible; a saber, del análisis crítico. Lo que permanece no es el *Ser* de Parménides, sino un sistema de criterios veritativos. Este sistema de criterios veritativos permanece en su unidad idéntico consigo mismo. Por otra parte, nuestro sistema de criterios está sujeto siempre a posibles modificaciones. Esto último constituye el sistema lógico de la experiencia como el conjunto de todos los posibles estados de cosas.

La categoría del *devenir* es el concepto básico de *Ser* y *Nada*[113]. Todas nuestras diferenciaciones se contienen, constituyen, forman parte y son introducidas en la esfera del *devenir*. Este término se presenta como aquella base sobre la que se nos presentan una pluralidad inarticulada de per-

108. "Es ist noch Nichts, und es soll Etwas werden". WdL 5, p. 73.

109. El *Ser* en Hegel tiene contrario. El *Ser*, en cuanto *Dasein* determinado, está tensado por su relación negativa.

110. El *devenir* (*Werden*) se desencadena por la falta de límites conceptuales claros y distintos. No estamos todavía ante *lo incondicionado*: lo dado no satisface el principio de no-contradicción. El concepto no dispone de los límites absolutamente definidos para que este principio sea susceptible de aplicación con validez absoluta.

111. Enz § 88.

112. La circunferencia es el objeto que contiene la periferia y el punto central. Enz § 119.

113. "Das Werden ist der erste konkrete Gedanke und damit der erste Begriff". Enz 8, § 88.

cepciones. *Werden* es el caso lógico que pone de manifiesto el que una proposición cambie o pueda cambiar respecto a su valor de verdad.

La expresión *devenir* se convierte en categoría titular para la totalidad de situaciones y criterios comunes, reales y dependientes, al tiempo que constitutivos y determinantes de la experiencia. Sobre esta base diferenciamos el *Ser* del *no-Ser*. Esto es necesario como condición de posibilidad de los esquemas proposicionales de la especie: *un algo deviene o pasa a ser otro algo*, *el algo X, que teníamos antes, ya no se da como X*. La diversidad (*Mannigfaltigkeit*) del *devenir* es un producto abstracto del pensamiento. El fundamento de este abstracto es la posibilidad misma de considerar siempre infinitas diferenciaciones (infinitamente) precisas. No existen datos determinados de los sentidos que puedan constituir una base física autosuficiente[114].

1.6 *Los distintos sentidos del concepto de "Ser" en la Lógica: el sentido de los términos "Ser-en-sí" ("Ansichsein"), "Deber-ser" ("Seinsollen"), "Ser-para-sí" ("Fürsichsein"*)

Kant emplea el término *en sí* (*An sich*) en el sentido en que Platón hablaba de (*katha auto*) y Aristóteles de (*ousia*). Hegel, sin embargo, denuncia como un error asumir una escisión entre la *cosa en sí* y las manifestaciones perceptibles propias de la misma cosa. Por un lado, tenemos que considerar *algo en sí*. Pero por otra parte, y al mismo tiempo, tenemos experiencia de que un tal objeto no puede ser considerado de esta forma. Así excluimos que dicho objeto nos venga dado por la experiencia[115].

114. Esta propuesta no aparece por vez primera con la construcción semántica del mundo en Carnap, sino con la idea fundamental de una teoría trascendental de la conciencia o del constructivismo científico.

115. Por un lado tenemos un *algo* que es una *cosa en sí* (*Ding an sich*) *D*. Esta *D* es una supuesta causa inteligible que explica un objeto corpóreo *K* de la experiencia. Pero, por otra parte, *D* es la causa de nuestra percepción *W* de *K*, aunque no de *D*. Una determinación absoluta de las cosas pone en evidencia la posibilidad de cognoscibilidad y articulabilidad de nuestro concepto de las mismas. La *cosa en sí* no es más que la *negatividad*: la suposición del saber proyectado frente no-saber como si fuera un muro. Ahora bien, Hegel percibe que no corre a cargo del saber oponerse al no-saber, sino es precisamente desde el saber mismo.

En la *Lógica* de Hegel, el término *en sí* es una forma de expresar la provisionalidad de nuestros conceptos sobre los objetos. Esta provisionalidad se manifiesta en la expresión de diversas proposiciones. Por ejemplo, *el alma o la voluntad son algo invisible en sí*, *las fuerzas o los números no son perceptibles en sí mismos*. Los términos de estas proposiciones; *alma*, *voluntad*, *números*, *fuerza* son *sólo en sí*; esto es, son todavía algo abstracto. En consecuencia, son realidades no perceptibles de suyo. Las afirmaciones que caen bajo la designación del *Ser en sí* no contienen todavía el significado pleno y propio de lo que queremos decir con ellas. De este modo, los términos *alma* (*Seele*), *voluntad* (*Wille*), *fuerza* (*Kraft*), designan un aspecto o momento formal en el uso que hacemos de ellas.

El *Ser en sí* designa la forma semántica bajo la que se subsume toda información de la siguente especie: se nos dice concretamente, o de acuerdo a estipulaciones, lo que enunciamos esquemáticamente bajo la forma de *si algo X es del tipo Y*. Esta forma designa todo tipo de afirmaciones de carácter analítico. Tratan de responder, desde un punto de vista puramente terminológico, a la pregunta sobre lo que un *X* es, o de qué tipo es *X*. Este tipo de respuestas constituyen generalmente el nivel objeto de nuestro discurso. Este nivel, sin embargo, no es todavía el metaobjetivo.

Las afirmaciones representadas esquemáticamente por *X es un Y* pueden ser prematuramente interpretadas como afirmaciones de contenido. Con esta estructura tenemos multitud de proposiciones: *el alma humana es eterna e inmortal*, *Dios es omnipotente*, *el espacio es infinito*. Mediante esta forma, sin embargo, no podemos experimentar el modo de *Ser* o *existencia* de los objetos del discurso designados de esta manera. No podemos experimentar cuál es el *Ser* de este *ser* (la imagen que el ser tiene de sí mismo en esta manifestación de sí). Así mismo, permanece oscuro el significado de los predicados. Todo lo que conocemos bajo el modo del *Ser en sí* o *deber ser*, permanece como algo abstracto, esto es, superficialmente comprendido, y por ello mismo, insuficiente desde el punto de vista conceptual[116].

116. La moderna lógica formal clásica no-intuicionista, apoyada sobre el principio de no-contradicción (*Satz vom Widerspruch*), se muestra como una lógica exterior, abstracta, de un *ser en sí* idealizado. Esta lógica sólo permite un análisis de la consistencia formal de las terminologías esquemáticas, tal y como por ejemplo, son posibles en los discursos matemáticos. Desde este punto de vista, es imposible demostrar algo de contenido (con sentido y significado). Este es el defecto que Hegel detecta entiende en la lógica escolástica y el en racionalismo de Leibniz y Wolff.

Hegel critica, en primer lugar, la teoría de la verdad como adecuación (*Der Glaube an die Korrespondenztheorie der Wahrheit*)[117]. La adecuación es una pura creencia. Siempre permanece algo residual: aquello con lo que la verdad se adecúa. La tendencia propia del sentido común es la creencia en una teoría de la verdad como adecuación. Esta teoría de la verdad es una comprensión esquemática de nuestros predicados. La teoría de la adecuación mantiene que toda designación objetiva o toda proposición representa un objeto o un hecho. Esta creencia se extiende también al nivel de las predicaciones abstractas o reflexivas. En una creencia semejante se funda una aparente claridad respecto a lo que son los objetos y los eventos.

En la teoría de la verdad como adecuación lo que hacemos es representarnos sin más todo lo que podríamos percibir. Esta creencia define lo que Hegel entiende por *ser en sí*. Para Hegel, el *ser-en-sí* de los objetos no es lo que Kant entiende por esta denominación. En Hegel no existe nada fuera de todo contexto. No cabe hablar de una esencia incognoscible de las cosas. Sin embargo, Hegel adopta el término kantiano para referirse con él a los objetos meramente pensados, aunque no evidenciados.

La teología escolástica, a entender de Hegel, pretende dotar de contenidos y propiedades reales a lo absoluto tan sólo con conocer las formas abstractas del significado. Sin embargo, Hegel aprovecha para reseñar que precisamente en este último sentido, la teología escolástica es más profunda que el sistema crítico kantiano[118]. El conocimiento del *Ser en sí* de los objetos es tan sólo la consideración del mundo como algo escindido y separado frente a nuestras predicaciones lógicas. Los teólogos escolásticos emplean la consideración del *ser-en-sí* como una posibilidad para demostra la trascendencia. Pero, precisamente en este punto, apoya Hegel la crítica de Kant a la metafísica racionalista.

117. "... den Glauben enthält, daß durch das Nachdenken die Wahrheit erkannt, das, was die Objektewahrhaft sind, vor das Bewußtsein gebracht werde. In diesem Glauben geht das Denken geradezu an die Gegenstände, reproduziert den Inhalt der Empfindungen und Anschauungen an sich zu einem Inhalte des Gedankens und ist in solchem als der Wahrheit befriedigt. Alle anfängliche Philosophie, alle Wissenschaften, ja selbst das Tägliche tun und Treiben des Bewußtseins lebt in diesem Glauben". Enz 8, § 26.

118. "Diese Wissenschaft betrachtet die Denkbestimmungen als die Grundbestimmungen der Dinge; Sie stand durch diese Voraussetzung, daß das, was ist, damit daß es gedacht wird, an sich erkannt werde, höher als das spätere kritische Philosophieren". Enz 8, § 28.

Hegel considera que todo discurso sobre la *existencia de Dios* (*Dasein Gottes*) es gramaticalmente sin sentido[119]. Este sin sentido resulta del análisis de aquellas afirmaciones que se subsumen bajo la categoría paradigmática del *Dasein*[120]. Entre las afirmaciones de este tipo, que caen bajo la categoría del *Dasein*, encontramos los juicios formalmente expresables por: *lo que está dado es un XY*. Hegel advierte que lo que llamamos *Dios* no está dado en el sentido de un *ahí* (*Da*). Por ello, es objeto de la *Lógica* aclarar, primeramente, el contenido de la imagen dada por la expresión misma *existencia de Dios*.

Todo posible discurso sobre Dios oculta un discurso convencional contenido en la ininteligible fórmula *fé en Dios* (*Glaube an Gott*). Todos los predicados empleados comúnmente para caracterizar a *Dios* son inadecuados. Los tomamos son tomados de la esfera predicativa desde la que articulamos el mundo perceptible. Esta esfera de predicación no pertenece todavía a la lógica de la reflexión. El error fundamental del racionalismo y de sus sistemas dogmáticos consiste en tratar los términos metafísicos de la teología tradicional *alma*, *mundo*, *Dios*, como si se trataran de meros nombres y designaciones de objetos[121]. Hegel nota que estos términos deben ser articulados de forma diferente a como cuando predicamos propiedades de cosas.

No se trata únicamente de que los términos tales como *Yo*, *el espíritu* sean momentos meramente significativos. Con estos términos no se designa objeto alguno. Estos términos deben ser comprendidos en contextos de-

119. “Jene Metaphysik setzte ¨berhaupt voraus, daß die Erkenntnis des Absoluts in der Weise geschehen könne, daß ihm Prädikate beigelegt werden, und untersuchte weder die Verstandesbestimmungen ihrem eigentümlichen Inhalte und Werte nach, noch auch diese Form, das Absolute durch Beilegung von Prädikaten zu bestimmen”. Enz 8, § 28.

120. “Solche Prädikate sind z.B. Dasein, wie in dem Satze “Gott hat Dasein“; Endlichkeit oder Unendlichkeit in der Frage, ob die Welt endlich oder unendlich ist; einfach, zusammengesetzt, in dem Satze “die Seele ist einfach“; ferner “das Ding ist Eines, ein Ganzes“ usf.- Es wurde nicht untersucht, ob solche Prädikate an und für sich etwas wahres seien, noch ob die Form des Urteils Form der Wahrheit sein könne”. Enz 8, § 28.

121. “Dergleichen Prädikate sind für sich ein beschränkter Inhalt und zeigen sich schon als der Fülle der Vorstellung (von Gott, Natur, Geist usf) nicht angemessen und sie keineswegs erschöpfend”. Enz 8, § 29. “ihre Gegenstände waren zwar Totalitäten, welche an und für sich der Vernunft, dem Denken des in sich konkreten Allgemeinen angehören,-Seele, Welt, Gott; aber die Metaphysik nahm Sie aus der Vorstellung auf, legte sie als fertige gegebene Subjekte bei der Anwendung der Verstandesbestimmungen darauf zugrunde und hatte nur an jener Vorstellung den Maßtab, ob die Prädikate passend und genügend seien oder nicht”. Enz 8, § 30. “Die Vorstellungen von Seele, Welt, Gott scheinen zunächst dem Denken einen festen Halt zu gewähren”. Enz 8, § 31.

terminados. No son objetos que tengan unas ciertas propiedades en sí mismos. Estos objetos son objetos de la reflexión.

Los argumentos empleados por Hegel en su análisis crítico de la teología y metafísica dogmática son esencialmente los mismos que usa frente a la matemática. Existe una diferenciación de niveles fundamental para entender la actividad de las ciencias particulares y la filosofía (o la *Lógica*). Por un lado, tenemos el discurso sobre objetos. Esta esfera es la que define a las ciencias particulares. Por otro lado, tenemos el discurso reflexivo, que define la *Lógica* de Hegel. La diferencia entre discurso objetivo y metaobjetivo (reflexivo) es el fundamento que Hegel encuentra para distinguir *la doctrina del Ser* de *La doctrina de la esencia* en la *Ciencia de la Lógica*.

La expresión matemática dx, empleada por el cálculo diferencial e integral, no designa una *longitud infinitesimal*. En Hegel este signo es la manifestación de un instante *momentum* que no se identifica propiamente con nada en un eje espacio-temporal. Este signo refiere a una *nada* en el sentido de un objeto determinado por propiedades. Este signo refiere de forma metaobjetiva la naturaleza de una relación. Esta relación es una cualidad establecida por nuestra reflexión[122].

El *Ser-en-sí* del objeto viene definido por un sistema dado de proposiciones analíticas. En este sistema se presentan las diferentes y posibles designaciones del objeto. Así, por ejemplo, podemos decir que *los números existen (en-sí)*. Los números vienen definidos por la totalidad de las condiciones veritativas impuestas o establecidas como permisibles para las proposiciones de la aritmética. El sistema de definiciones axiomático implícitas (*proposiciones analíticas*) de este tipo lo encontramos en la proposición: *entre dos puntos existe una línea recta que los une*.

Para Hegel todas las verdades de la aritmética son analíticas. El carácter analítico de las proposiciones matemáticas viene dado por lo siguiente: cada ecuación permite ciertas sustituciones de términos en sucesivas proposiciones. Estas proposiciones se transforman de nuevo en válidas o permisibles. Las proposiciones matemáticas verdaderas son aquellas que declaran permisibles ciertas operaciones a nivel expresivo. Desde un punto de vista formal, decimos que las afirmaciones matemáticas son verdaderas cuando consideramos que la regla expresada es admisible.

122. Por ser una pura relación reflejada por la reflexión es *nada* de objeto. Este es el verdadero sentido de infinitud en Hegel: infinitud intensional y no extensional.

El *Ser-para-sí* es el título empleado por Hegel para designar todo discurso que incluya la autereferencia (*Selbstbeziehung*) de un objeto abstracto. Hegel habla también de la categoría del *Uno*. Las expresiones *ser para sí o ser para otro* (*für sich/für anderes sein*) son comprendidas por Hegel de acuerdo con los significados *en relación con* (*im Verhältnis zu...*). El *ser para sí* del discurso, designado por un término singular de la forma *este X*, es equivalente a la clase de afirmaciones que responden a lo que un objeto *Y* realmente es[123].

Las cuestiones sobre el modo de ser real de un objeto que es idéntico consigo mismo; es decir, según su identidad en el modo de darse (sea una forma externa o interna), sólo pueden abordarse mediante diferenciaciones de otros, así como mediante no-diferenciaciones respecto de sí mismo. Hegel subraya esta idea bajo las expresiones de *negación* (*Negation*) y de *negación de la negación* (*Negation der Negation*)[124]. El término hegeliano *ser-para-sí* es el título para designar todas las relaciones de equivalencias (indiferencias) entre las infinitas muchas representaciones posibles concretas para cada objeto genérico y general. En cada discurso o predicación sobre una autorelación se presupone una igualdad o equivalencia de este tipo. No existe en general un *sí mismo* (*Selbst*), así como ninguna relación *sobre sí* (*auf sich*), por tanto, ninguna identidad, sin establecer la igualdad de los distintos[125].

El supuesto fundamental del discurso objetivo es la renuncia a las diferenciaciones posibles. Esto define el planteamiento cosista de la realidad. Se trata de un presupuesto semántico fundamental. Este presupuesto queda fijado por Hegel como la *negación de la negación*, esto es, la vuelta a la identidad del objeto mediante su presupuesto significativo. La fórmula *negación de la negación* debemos entenderla desde la fórmula spinozista: *determinatio est negatio*.

123. "Daß dasjenige, welches ist, und Für welches es ist, ein und dasselbe ist,-eine Identität, als welche auch die Idealität (die Ichheit, das Selbstbewußtsein, als Beziehung zu sich selbst) betrachtet werden muß". WdL 5, p. 177.

124. Enz § 95.

125. Nosotros podemos decir que vemos parte de un objeto, tal como por ejemplo decimos, si uno se mira en un espejo al ver una parte externa de aquél que se contempla. Sin embargo, el *sí mismo*, tomado como un todo, no lo ve ni en él ni en la parte vista. Así, podemos decir igualmente, que todo lo que me pertenece, viene determinado mediante la diferencia con lo otro de mí, así como mediante la no-diferencia entre mi identidad y lo que a ella pertenece (mi cuerpo, mi percepción o mi pasado). Esta identidad no es puesta por el individuo psicológico, sino por un transcendental *nosotros*, que en Hegel es el espíritu (*Geist*), renunciando a demás diferenciaciones posibles.

Toda determinación, de objetos o de clases abstractas de objetos, viene constituida por una diferenciación y una no-diferenciación comunmente establecida. En la constitución de estas igualdades o equivalencias, establecemos un *sí mismo*, y después un ser para un *sí mismo* (*ein Sein für ein sich*). Esto debe conceptualizarse como la relación interna de lo que con el término *sí mismo* viene a ser luego unitariamente representado en una proposición. La interna relación del *ser-para-sí* es la base de las supuestas relaciones normales, viables y externas, entre diferentes representantes o manifestaciones de los elementos u objetos. Bajo esta base es identificado algo; esto es, algo es no-diferenciado[126].

Cuando decimos que *Homero* es el autor de *La Odisea* suponemos la existencia de un individuo que ha llevado ese nombre y al que le corresponde la propiedad característica. Ahora bien, con sólo esto, todavía no podemos experimentar quién era realmente *Homero*. Esto lo podemos conocer en un contexto completo de identificaciones reales que constituyen el *sí mismo* o *el mismo*; esto es, la identidad real de *Homero*. Esto no quiere decir que *Homero* haya existido en el sentido ordinario de la palabra *existir*. La identidad de *Homero* no existe con absoluta independencia de nuestras diferenciaciones. Esto significa que *Homero* no está separado del contexto definido por la memoria que lo diferencia de todo otro. Esta memoria lo constituye así mismo en su identidad. Hegel recurre a la historia, en el sentido de la memoria de las formas de la conciencia. Por ejemplo, puede darse el caso de que la *La Iliada*, no *La Odisea*, procediera esencialmente de un único autor. En este caso, el término *Homero* comprende una especie de nombre colectivo, siendo ésta en tal caso su identidad real.

El individuo aislado es la realidad separada de su género. Esto es lo que define su finitud. La realidad que le corresponde a esa separación es el cambio (*Veränderlichkeit*). El cambio es el momento mortal que pertenece al tiempo. Hegel menciona a *Aquiles*, *Alejandro el grande*, como realidades de infinita fuerza individual (*unendlich Kräftige Individualität*) desde el punto de vista significativo. Sin embargo, estos individuos son incapaces de soportar el lado mortal que supone la separación de su con-

126. Por ejemplo, Euclides muestra que las expresiones fraccionarias como las de $2/3$ y $4/6$ designan la relación externa de analogía de proporcionalidad. Si empleamos las fracciones como representantes, entonces designamos sólo la naturaleza de una proporción o número racional. La identidad o *ser-para-sí* es definida aquí por la analogía de fracciones.

cepto. Únicamente permanecen sus actos como constitución e instauración del mundo[127].

Esto es lo que ocurre con todas las cosas corpóreas. La naturaleza sólo es capaz de mostrar un conjunto infinito de determinaciones y formas diversas. La ciencia tiene por objeto unificar la diversidad en la unidad. La *Lógica* de la ciencia es diferenciar e identificar (método científico de Goethe). La negación de lo particular inmediatamente dado es la condición de la ciencia[128]. Permanecer en lo inmediatamente dado supone para la ciencia su aniquilación. Saber lo que la cosa es, implica superar su individualidad. Los individuos consisten en nacer y en perecer: la materia existe sólo de esta forma.

En Hegel, propiamente, la materia corpórea no existe. El modo que tiene de existir es en un concreto (como determinación concreta está sujeta simultáneamente a los contrarios: unidad particular de *Ser* y *no-Ser*; esto es, devenir[129]. La determinación conceptual de la realidad material se libera de la particularidad por medio de la muerte de la cosa como realidad particular[130]. Así, cuando afirmamos que el hierro, como realidad material, se dilata con el calor, esta proposición es verdadera cuando se puede predicar de todo objeto férrico. La verdad de la proposición, su satisfacción, supone abandonar el objeto férrico concreto, la negación de lo inmediatamente dado, para extender su verdad a todo objeto férrico que se haya dado y todavía se pueda dar en la historia y en el universo. El objeto férrico concreto es una realización imperfecta de la realidad de su con-

127. "Nur ihre Taten, ihre Wirkungen bleiben, d.i. die durch sie zustande gebrachte Welt". Enz 9, § 257-258. Z.s. La dimensión fuertemente existencial de la lógica dialéctica se alimenta ya desde los primeros escritos de juventud de Hegel en torno a los griegos, la teología y la religión. La *Iliada* de Homero gira en torno al problema del tiempo. Aquiles parte en busca de lo permanente e inmutable. Aquiles logra la perfección a costa de la humanidad del individuo. El individuo tiene que perder la vida, perecer, para nacer o acceder al plano de la gloria. Para los seres humanos, y las realidades finitas, ser inmutables, estar exentos de cambio, tener plena seguridad y permanecer inmunes a los arbitrarios altibajos de la vida sólo es posible al dejar este mundo, al morir.

128. "Das Denken ist wesentlich die Negation eines unmittelbar Vorhandenen". Enz 8, § 12.

129. "Man kann deshalb sagen, es gibt keine Materie; denn wie sie existiert, ist sie immer ein Bestimmtes, Konkretes". Enz 8, § 38.

130. "Die Gattung befreit sich von der Einzelheit durch den Tod". Enz 8, § 24.

cepto[131]. La aniquilación es la manifestación por la que se muestra la inadecuación de la cosa con su concepto[132].

La realidad, en verdad, no se modifica. La forma es acrónica. Se pueden modificar los colores, las formas geométricas, etc. Sin embargo, en todo caso, lo que siempre permanece es el predicado *color* y el predicado *forma geométrica* en general como lo estable del devenir. El *color* y la *forma* son lo verdaderamente sustancial; es decir, son lo *eterno* y *genérico*. Hegel menciona como ejemplos de esto otros tantos predicados como son: la *corporeidad* (*Körperlichkeit*), *impenetrabilidad* (*Undurchdringlichkeit*) y la *movilidad* (*Beweglichkeit*). Estas *formas* son las formas de representación del mundo de la experiencia. Estas formas teóricas constituyen la estabilidad intersubjetiva del sistema de diferenciaciones que establecemos con ellas. De momento, la identidad que constituye la estabilidad del saber como evidencia sólo aparece en el horizonte de la experiencia como lo negativo de ésta.

Kant reconoce la importancia de disponer de criterios generales para poder determinar la identidad de las cosas físicas. Estos criterios son igualmente relevantes para definir la identidad de un hombre concreto. Todas las posibles identificaciones en la esfera de la predicación elemental *esto es tal* contribuyen a perfilar las identificaciones reales de los objetos físicos. Algunas cosas pueden ser actualmente mostradas; por ejemplo, una persona viva o una cosa todavía intacta en su transcurso temporal. Pero sobre otras cosas no se da esta situación. En tal caso nos referimos a ellas actualmente a través de sus restos, consecuencias, representaciones, relatos o nombres.

Las respuestas a cuestiones sobre el *ser-para-sí* de un objeto nos aclaran e indican cómo podemos reconocerlo real y verdaderamente de nuevo (también contrafácticamente). El objeto es *para-sí* determinado en su identidad mediante los criterios principiales de su reconocimiento. Aquí opera una regla supuesta de igualdad o equivalencia entre sus infinitos representantes a nivel externo, así como finalmente, los representantes sensibles. Entre estos representantes sensibles tenemos que contar con sus designaciones particulares, genéricas o individuales. La *verdadera infinitud* del *ser-para-sí* (*die wahre Unendlichkeit des Fürsichseins*) no consiste

131. “Alle endlichen Dinge aber haben eine Unwahrheit an sich, sie haben einen Begriff und eine Existenz, die aber ihrem Begriff unangemessen ist”. Enz 8, § 24.

132. “Deshalb müssen sie zu grunde gehen, wodurch die Unangemessenheit ihres Begriffs und ihrer Existenz manifestiert wird”. Enz 8, § 24.

en otra cosa más que en las identificaciones fácticas o funcionales comunes y en la formación de clases equivalentes de representantes. Los miembros de estas clases se encuentran en una relación de equivalencia (*Gleichgültigkeitsbeziehung*) entre sí.

La doctrina sobre la esencia introduce en Hegel una serie de reflexiones sobre la *Identidad* y la *Diferencia* (*Unterschied*). Las relaciones reflexivas vienen expresadas formalmente por *aRa* o *R(a,a)*, o bien, por ecuaciones del tipo *a=a*. Toda expresión que enuncie que una a relación reflexiva respecto de sí (*reflexives Verhältnis*) representa el objeto puesto en relación consigo mismo de dos formas distintas y contradictorias. Toda igualdad es una verdadera relación desde un punto de vista externo. Primero observamos las proposiciones tautológicas de la forma *a=a*. La relación aquí viene representada por la misma forma genérica expresiva o forma externa entre palabras, signos o letras *a*. En cambio, en las proposiciones de la forma *a=b* lo que se valora de forma equivalente no son las diversas expresiones genéricas generales, sino su forma interna, su contenido, su significado, o su referencia. Este es el nuevo sentido que adquiere en Hegel un *juicio sintético* en general.

La cuestión de la identidad de algo, de sí misma, no puede conceptualizarse a nivel objetivo. La igualdad es, como toda relación de algo sobre sí mismo, una relación meta-objetiva. Se trata de una relación establecida entre la diversidad de los infinitos representantes de un objeto en la esfera del *Dasein*. La metafísica dogmática supone siempre la existencia, de una u otra forma, de objetos físicos materiales así como propiedades, independientemente de las relaciones de equivalencia establecidas entre lo experimentable y cada una de sus concretas representaciones. Estas representaciones son impuestas por nosotros. Por ello, la substantivación de un *Dios* o la existencia de las cosas materiales, como *realidades en sí* son el producto de dificultades de carácter semántico.

La igualdad o identidad; es decir, la relativa estabilidad de los significados conceptuales, es algo constitutivo para el desarrollo de todo pensar. El mundo del devenir, prescindiendo de su desarrollo, tiene consistencia. La sustancia existe como la forma externa o la forma interna. Toda forma general viene mediatizada (determinada) por la definición concreta de su *ser-para-sí*. En Hegel no existe otro tipo de eternidad o infinitud. En los significados conceptuales, la *Idea* está unida íntimamente a la forma de una praxis humana finita satisfactoria. La idealidad se manifiesta en el empleo correcto de los lenguajes y en la diferenciación de acciones orien-

tadoras. Lo dado de forma inmediata se muestra finalmente en las posibilidades reales de la vida en común.

La *Lógica* de Hegel se ocupa igualmente de los genuinos principios lógicos. El problema radica en la forma que Hegel tiene de abordar los principios lógicos. Hegel no trata estos principios como primeros. Las proposiciones con sentido, en las que se afirma o se niega algo de algo, son verdaderas o falsas sólo en cuanto articulan distinciones generalmente comprensibles. Así podemos afirmar o negar todo tipo de proposiciones que expresan situaciones determinadas tal y como afirmamos o negamos predicados de un objeto. Pero con esto se introduciría la suposición de una serie de criterios comunes según los cuales se diferencian las situaciones, así como clasifican y constituyen los predicados.

Hegel observa que la validez del principio de no-contradicción y de tercio excluso requiere de un análisis significativo. Este análisis tiene por objeto desentrañar su formulación correcta y el sentido que tiene afirmar que semejantes principios son ciertos, verdaderos o evidentes. Hegel no niega la validez de los principios lógicos fundamentales. Lo que critica es la suposición formal de su validez para cada una de sus formulaciones. No todo lo que parece una formulación del principio de no-contradicción y tercio excluso es el principio que define. Además, necesitamos un criterio para identificar el principio de no-contradicción, distinguirlo del de tercio-excluso y poder reconocer su aplicación. Aquí opera la diferencia hegeliana entre el *ser en sí* y el *ser para sí*: esto es, la diferencia entre el mero querer expresar y el expresar realmente. Es igualmente la diferencia entre *Ser* y *parecer ser*, *Ser* y *esencia*, *realidad* y *apariencia*. Para Hegel no existen principios necesarios con una formulación contingente.

Todo nuestro discurso ordinario pertenece al modo que Hegel designa por *Ser-en-sí*. Esta esfera es la de lo inmediato. En la lógica moderna se habla de esfera objetiva. La totalidad de las relaciones internas de los objetos se dan por supuestas. Estas relaciones, como presupuestas, se excluyen del nivel objetivo del discurso. La reflexión metaobjetiva de nuestro discurso revela estas relaciones internas como relaciones externas. Las relaciones comprenden equivalencias e igualdades establecidas entre los representantes de los objetos. Estos representantes son individualizados por diferenciaciones más precisas. El entendimiento ordinario, así como las ciencias particulares, piensan en el nivel objetivo. Este nivel se caracteriza por lo abstracto. El objeto de la ciencia no es, en principio, pensar, puesto que el objeto le viene dado.

La filosofía piensa concretamente cuando pone de relieve la constitución real de las formas configurativo expresivas externas, las formas internas (semáticas) del lenguaje y el correcto uso con las mismas. Todo pensamiento exclusivamente objetivo está imposibilitado para indicar explícitamente aquello de lo que piensa. Esto se debe a que el pensamiento, considerado de esta forma, no puede explicitar reflexivamente. Las ciencias particulares están obligadas a dar por conocidos los fundamentos y los presupuestos lógicos.

El conceptualizar es la aclaración esencial que tiene lugar siempre que comprendamos adecuadamente su constitución objetiva, con sus correspondientes presupuestos, así como los datos y orientaciones articulados a nivel objetivo. El título de *concepto-en-sí y para-sí* (*Begriff an und für sich*) es empleado por Hegel para un conceptualizar consciente de la unidad de forma y contenido; esto es, criterios de verificación y determinaciones finales de los predicados en general. Hegel se atiene a especiales esferas del discurso y de las ciencias en particular. Hegel distingue desde el comienzo *las categorías del ser*, que tratan del concepto sólo en potencia o en sí, de las determinaciones reflexivas correspondientes a la doctrina de la esencia.

Las categorías del *Ser*, la categoría del *Ser-en-sí* o del *Concepto sólo en sí* engloba la clase de todas nuestras afirmaciones articuladas que se refieren inmediatamente al mundo. La inmediatez se manifiesta aquí en que la referencia al mundo tiene lugar tan sólo de forma aparente (*Scheinbar*). La forma general expresiva de nuestros enunciados es la de *X es Y*. La *X* es el sujeto de la proposición y la *Y* representa un predicado complejo. Parte de las clases incluidas aquí son las afirmaciones asociadas a situaciones determinadas (*Dasein*). Las afirmaciones de carácter lógico deíctico se incluyen en esta categoría. A esta esfera de comprensión lógica pertenecen todas nuestras afirmaciones cualitativas que dependen situacionalmente de lo experimentable (empíricamente). Estas afirmaciones se transforman convenientemente en predicaciones extensionales o cuantitativas. Estas predicaciones constituyen en la *Lógica* de Hegel el fundamento constitutivo de las formas expresivas matemáticas. Una vez deducida la predicación matemática se constituye la condición de posibilidad de una correcta articulación físico-matemática del mundo.

Las determinaciones reflexivas de la esencia recogen todas las afirmaciones que tienen por objeto profundizar una comprensión superficial o inmediata. El objeto es criticar esta comprensión y buscar el modo de

mejorarla. Los análisis de la *Lógica del Ser* pasan a la esfera de la esencia: desde aquí nos informamos cómo debemos comprender ciertas formas expresivas. La diferencia reside en el tema: *la doctrina de la esencia* se pregunta por cómo conceptualizar estas formas expresivas así como otras afirmaciones esenciales. La respuesta de los análisis en la esfera de la esencia no consiste en explicar los fenómenos por substantivación de entidades (esenciales) más allá de toda experiencia, práxis y lenguaje. La respuesta a estas cuestiones reside en atender y proponer soluciones para los problemas y contradicciones que surgen o provienen de una aparente comprensión inmediata en el seno de una antigua praxis previamente dada.

Las propuestas resolutivas son sólo *momentos* del concepto. Esta expresión es empleada para cualquier conceptualización. así como para aquello que tiene que ser conceptualizado. Conceptualizar es sopesar las nuevas propuestas respecto de las viejas conocidas; es decir, *eliminar-asumiendo* las contradicciones para conservar las experiencias funcionalmente viables de la tradición. La *Lógica del Concepto* es esencialmente una reflexión metaobjetiva sobre la forma en que nos manejamos racionalmente en el curso y desarrollo de criterios comunes de significado.

1.7. *La deducción de la posibilidad de predicación matemática en la Lógica: "Atracción-Repulsión" ("Attraktion-Repulsion"), "Identidad-Diferencia" ("Identität-Unterschied")*

Una diferencia es una negación. Esta tesis la adopta Hegel de la doctrina de Spinoza. Las *no-diferencias* (*Nichtunterscheidungen*), igualdades o identidades designan la *negación de la negación*. Este último tipo de relación es el *ser-para-sí*. La igualdad es la negación de la desigualdad. Este fenómeno es lo que explica la capacidad de reconocer de nuevo las cualidades. Esta negación significa que las igualdades (*Gleichheiten*) se defienen al renunciar a diferenciaciones posibles. Cada objeto de predicación viene definido genéricamente por estas igualdades. Al mismo tiempo, el género contiene dentro de sí la diferencia: la posibilidad de más diferencias en aquello que es puesto como identidad. La identidad, la igualdad del objeto consigo mismo como un *uno*, es en tal caso el concepto del mismo sólo *en sí*.

Hegel quiere poner de relieve que una cosa o *algo* no está completamente conocida en su diferencia respecto de otras. Esto es una mera suposición que resulta de una consideración objetivista. La identidad del objeto es la dimensión negativa de lo negativo. Lo negativo de lo negativo define la clase de los representantes o ejemplares concretos de los objetos abstractos y del caso general. Existe, ciertamente, una dimensión convencional al introducir las representaciones simbólicas de los prototipos por medio de signos. Sin embargo, aquello a lo que los objetos se refieren negativamente, es *algo* general[133].

Las clasificaciones se componen de dos momentos fundamentales: de una diferenciación y de una no-diferenciación dentro del contexto lógico dado (esto es el continuo). La constitución objetiva de nuestras clasificaciones depende de su significado teleológico. Lo que existe es aquello en lo que podemos reconocer su mismidad, lo que no podemos diferenciar de sí mismo. Las mismidades se definen por medio de ciertas diferenciaciones que no llevamos a cabo, a pesar de ser posibles dentro de un continuo. En efecto, podemos dividir un continuo y determinar ciertas formas que podrían ser de otra manera a como son. Sin embargo, cuando el límite del concepto está aun sin poner, existen diferenciaciones que no son relevantes, que *no hacen al caso*. Fácticamente podríamos introducir más diferenciaciones, pero éstas no afectan más que exteriormente a la referencia del concepto.

La diferencia entre lo irrelevante y lo relevante de una diferencia es un límite absolutamente puesto para la esencia del concepto. La dimensión

133. Hilbert defiende, frente a Frege y Dedekind, que los objetos de la teoría de números son los signos mismos. En ellos podemos reconocer la forma en toda su generalidad y con toda seguridad, independientemente de las circunstancias de lugar y tiempo, de las condiciones particulares de su representación y de las diferencias insignificantes que pueden afectar a su trazado. El punto de vista filosófico sólido y consistente indispensable para el fundamento de las matemáticas puras lo encuentra Hilbert en la expresión: en el principio era el signo. Para Hilbert, al igual que Gödel, los objetos matemáticos tienen una existencia independiente del pensamiento y de las construcciones a través de las cuales intentamos descubrirlos y describirlos. Todo problema correctamente planteado es un problema referente a cierta situación de hecho inherente al dominio de la realidad matemática considerada, y el examen de esta situación de hecho debe darnos la respuesta al problema planteado. Cuando Hilbert dice que todo problema matemático tiene solución, lo que afirma es que el pensamiento matemático está ligado a la realidad objetiva que trata de estudiar. Aquí se trasluce la doctrina platónica de la adecuación de la inteligencia a las ideas. Sin embargo, el platonismo de Hilbert permanece en este punto, y no llega a más. Para Hilbert, la realidad matemática no está situada en un mundo ideal, sino que se identifica con la realidad concreta de los signos. Por este motivo, contra lo que piensan Dedekind, Frege y Russell, y en general los lógicos, afirma Hilbert la independencia de las matemáticas frente a la lógica.

negativa de la identidad se refiere a una esfera, ya disponible, de posibles diferenciaciones genéricas. La esfera B, contiene, en principio, una dimensión fáctica. La dimensión fáctica desaparece en cuanto consigamos evidenciar su *ser-para-sí*.

De momento, *B* es la esfera que engloba de forma indefinida, infinito negativo, todas las diferenciaciones posibles. La esfera *B* carece de la determinación concreta de sus elementos para constituir conjuntos determinados de objetos discretos. Las diferenciaciones claras y distintas, las cualidades, presuponen un sistema relativamente estable de diferenciaciones. Este sistema se diferencia de la esfera continua de diferenciaciones posibles.

El presupuesto fundamental de ese sistema fijo, pero sin embargo todavía difuso, de diferenciaciones lo encuentra Hegel expresado en el idioma alemán[134]. La pregunta no se dirige a una clasificación posterior, sino que se refiere a la identificación de un objeto sólo indeterminado o simplemente insinuado. La pregunta se podría formular de la siguiente forma: *qué tipo de X es Y*. Aquello por lo que se pregunta es por las diferenciaciones intencionales de un objeto. Con ello, nos situamos en un nivel metaobjetivo: la dimensión negativa o pura referencia.

La identidad de una cualidad, conjunto u objeto (elemento) en general, no es una relación objetiva entre cualidades, conjuntos u objetos. Mientras que la mismidad es una relación metaobjetiva (reflexiva), la simple negación, la diferencia o desigualdad, parecen ser relaciones objetivas. Toda la lógica, si es lógica del ser, depende de la identidad del predicado, de la propiedad o de los objetos abstractos[135].

La identidad es la negación de la no-identidad (*Gleichheit als verneinte Ungleichheit*). Lo negativo (*das Negative*) es la imégen genérica originaria concretamente representada en cada caso. La relación de lo negativo respecto de sí tiene como resultado la identidad de aquello que es *para-sí-mismo*. Lo nombrado de distintas formas, el objeto que viene así designado, es una relación de identidad. Lo nombrado de distintas formas

134. "...sonderbar erscheinenden Ausdruck unserer Sprache für die Frage nach der Qualität, was für ein Ding etwas sei,...". WdL 5, p. 177. "die Frage nach der Qualität, was für ein Ding etwas sei,...". WdL 5, p. 177.

135. De las dificultades en orden a comprender analíticamente expresiones del tipo: $x=y$ y $x \neq y$, expresiones implicadas en la definición de mismidad, depende el que la lógica sea lógica del ser.

está refiriendo implícitamente a la clase de sus representaciones. Esta clase configura posteriormente sus manifestaciones.

Hegel emplea el término de lo *uno* siguiendo la manera en que Platón lo usa en su diálogo *Parménides* (*To hen*). Lo *uno* no está aquí por un número, sino por un objeto, un elemento discreto de una clase o conjunto. En cuanto tal, lo *uno* puede ser igualmente la unidad numérica de una diversidad o una pluralidad; esto es, de un conjunto.

Una cualidad o propiedad es en Hegel algo que se define como *ser-para-sí*: este es el caso en que predicamos algo (analíticamente) sobre ellas tal como en el curso expositivo mismo de la *Lógica*.

A nivel de un uso lingüístico objeto, las representaciones o los nombres se tratan como si fueran algo extrínseco; como designaciones inmediatas de objetos[136]. El descuido que supone desatender a la constitución semántica de los objetos por determinación de su identidad y sus presupuestos es el fundamento práctico de todas las ontologías hipostasiadas, cosistas y de toda superstición metafísica. En nuestro discurso ordinario sobre la categoría del *ser-para-sí*, de toda relación sobre respecto de sí mismo, suponemos cada identidad como dada inmediatamente o conocida de forma generalmente inmediata. Toda autoreferencia es contemplada como simple relación de un objeto hacia sí.

Por este motivo consideramos que las proposiciones de la forma $A=A$ constituyen una trivialidad. La proposición según la cual a un objeto podemos asignarle arbitrariamente distintos nombres es expresión de una trivialidad. Una proposición de la forma $A=B$ dice simplemente que el objeto es designado tanto por el término A como por el término B. El objeto mismo sería en su identidad y existencia completamente independiente del modo en que nosotros quisiéramos nombrarlo o designarlo.

Cuando una diferenciación es clara desde el punto de vista pragmático, entonces la designación de la diferenciación es un acto secundario. El objeto sería completamente significativo en la articulación objetivada, pero no es algo constitutivo para la diferenciación misma. Por esta razón, no debemos sobrevalorar la influencia del lenguaje hablado o escrito sobre las diferenciaciones e identificaciones mismas. Todas las diferenciaciones abstractas conscientes están necesariamente articuladas. Sus análisis son análisis esenciales de la articulación externa o forma de la representación: en último término del lenguaje mismo tomando la parte por el todo.

136. "Das Fürsichsein als Beziehung auf sich selbst ist Unmittelbarkeit". Enz 8, § 96.

Sobre el modo en que nos vienen dadas realmente las diferenciaciones predicativas tenemos que admitir siempre: los objetos y las propiedades no se pueden nombrar como cuando designamos algo experimentable deícticamente. Su identidad viene constituida por el modo en que nosotros las reconocemos en las distintas formas de sus representaciones individuales. Disponemos de clasificaciones principiales e idealmente sobre la base de tipificación de representaciones y naturalemente de las formas o maneras manifestadas en reacciones específicas.

Decimos con Hegel que algo es un *objeto*, un *uno* y por ello significado posible, contenido de un término singular[137], por el modo dado en que sus diferentes representaciones pueden entenderse como sus representaciones (propias de las que siempre disponemos), y con ello mismo, como designaciones de lo mismo (*des gleichen*). Un objeto de esta especie está siempre delimitado y separado de otros objetos de la esfera a la que pertenece. No existe identidad alguna u objeto sin referencia a una posible diferencia-desigualdad y sin la referencia directa o implícita a un género (esfera objetiva) superior. Toda igualdad la define Hegel como la negación de una desigualdad o inidentidad. La igualdad $A=B$ es verdadera siempre que la expresión formal $A \neq B$ no sea válida[138].

Cuando con Hegel podemos decir que en un objeto no existe diferencia alguna, entonces es expresión de que en los discursos sobre un tal sólo se permiten proposiciones, enunciados y predicados para los que es indiferente (equivalente *gleichgültigkeit*) sustituir la representación de un objeto por otra representación del mismo[139].

La repulsión es la no-identidad (*Repulsion als Ungleichheit*). Las *unidades* (*Einheiten*) y *equivalencias* (*Gleichheiten*) son sólo posibles en una

137. Por ejemplo, puede ser un predicado nominalizado.

138. "Damit das Andere aus sich Ausschliessenden". Enz 8, § 96.

139. "Das in sich selbst Unterschiedslose". Enz 8, § 96. Así por ejemplo, si tratamos de números, tenemos enunciados que son formalmente construibles; como por ejemplo, los enunciados sobre la forma representativa de los números del tipo *5 es más corto que 11*. Sin embargo, este tipo de enunciados se encuentran categorialmente excluidos por carecer de sentido. Cuando hablamos de formas geométricas, los enunciados sobre las representaciones empíricas de sus propiedades están excluidas, sea por ejemplo su magnitud (patrón de medida elejido) o de su color. Toda igualdad, también de las cualidades, se entiende como negación de la desigualdad: la doctrina leibniziana de la identidad de los indescirnibles adopta una interpretación constructiva en Hegel (Enz 8, § 117).

dimensión discursiva en el que existen también las *pluralidades* (*Vielheiten*) y las *diferencias* (*Verschiedenheiten*)[140].

Una vez captada la naturaleza metaobjetiva de la igualdad o identidad, se abre la perspectiva para la constitución lógica de los objetos abstractos por disposiciones de ecuaciones o igualdades, relaciones de equivalencia entre los representantes y la delimitación de los predicados admisibles. Los predicados permisibles son aquellos que tienen la propiedad de permanecer invariantes (*invariant*) o indiferentes (*gleichgültig*) frente a las relaciones de equivalencia[141].

Tanto Kant como Hegel ejemplifican este proceder por referencia a nuestros predicados sobre los cuerpos físicos fijos. Kant y Hegel se refieren a la diferencia de los cuerpos físicos definida por la cualidad de la *impenetrabilidad*. Esta cualidad, junto con la de la *movilidad* constituye el fundamento lógico para introducir el orden conceptual de las relaciones espaciales entre los cuerpos. Así; por ejemplo, distingumos entre las partes del cuerpo y sus distintas posiciones señaladas o marcadas. La identidad de un cuerpo o de sus partes en el tiempo está determinada por la propiedad de la *continuidad* (*Stetigkeit*). La continuidad es el contexto lógico discernible sin interrupciones: el trayecto espacial seguido por un cuerpo o bien del movimiento de sus relativas partes respecto a otros cuerpos (tal como por ejemplo, respecto al cuerpo mismo del observador como sistema de referencia)[142].

La constitución de cualidades determinadas como negación de una no-identidad comprende a las cualidades como elementos de una esfera completa o género dado. Esta esfera está ya determinada de alguna forma por cualidades. La *repulsión* o la diferenciabilidad cualitativa es la característica esencial de la relación de las cualidades determinadas entre sí. La *repulsión* es el presupuesto general de cualquier relación de *un algo a un*

140. Entendemos el significado de la igualdad $A=B$ cuando comprendemos la negación de la desigualdad o no-identidad *no:* $A \neq B$. De esta forma presuponemos una esfera de objetos en la que está definida la desigualdad $\neq$. La diferencia de lo *uno* consigo mismo es el contenido de la negación de la expresión $A \neq B$.

141. "Die Beziehung des Negativen auf sich ist negative Beziehung, also Unterscheidung des Eins von sich selbst, die Repulsion des Eins, d.i. Setzen Vieler Eins". Enz 8, § 97. Una relación de equivalencia, la conocida igualdad entre números racionales como relación entre fracciones, constituye en general más objetos. Esto es así porque la relación de equivalencia divide una esfera en clases. La *repulsión* se convierte en título para la no-equivalencia de los representantes. En este caso hablamos de representantes de clases diferentes.

142. Esta constituye una de las observaciones de Kant que forman el fondo común de una correspondiente modificación en las reflexiones de Hegel.

otro: relación de un uno frente a otro. Este *estar-frente-a* de los objetos, cualidades, tiene que ser primeramente definido[143].

En este caso, es importante saber de aquello de lo que estamos hablando: de formas, colores, cosas, tonos. Las reglas del tipo *rojo es un color*, *recta es una propiedad de una forma geométrica*, son articulaciones reflexivas de determinaciones categoriales y pre-comprensiones conceptuales prácticas sin las cuales sería imposible comprender los términos nominales *rojo*, *recto*.

La *atracción* (*Attraktion*) es el título empleado por Hegel para la negación de la *repulsión*: igualdad, similitud o semejanza, contexto común de casos. La *atracción* es la condición veritativa de proposiciones del discurso extensional, de la cantidad, articuladas por la forma $a=b$ (las cualidades a y b son extensionalmente iguales, o las extensiones, cantidades a y b son iguales). En todo caso debemos atender al papel que juegan las expresiones a y b y su modificación sistemática según el contexto; es decir, en *esto es un a* de la categoría del *Dasein*, *la propiedad a* de la categoría cualitativa del *ser-para-sí* (*Kategorie des qualitativen Fürsichseins*), y ésta nuevamente de *la extensión o la clase determinada por la cualidad a* de la categoría de la cantidad. Los abstractores que definen los diferentes contextos significativos de la identidad están reflejados por las expresiones del tipo *la propiedad x*, *la clase de x*, *el objeto x*,... .

La forma semántica de la *repulsión* indica implícitamente su procedencia. Este término procede claramente de los mecanismos lógicos establecidos para diferenciar predicados respecto de las cosas físicas. Este contexto constituye la imagen originaria o la analogía del caso general metalógico que representa negativamente el título de *repulsión*. Hegel no está hablando de presupuestas fuerzas metafísicas. Para Hegel, es la física la que ha introducido este tipo de fuerzas metafísicas cuando habla de *atracción*, *repulsión*, (*fuerza*)*centrípeta*.

Hegel emplea las palabras *repulsión* (*Repellieren*) y *atracción* (*Atrahieren*) para articular categorías metalógicas generales. Hegel no emplea estos términos para hablar metafóricamente de fuerzas ocultas en la naturaleza o en la materia física. El empleo metafórico de estos términos tiene un límite. Este límite es introducido por el espíritu humano por la forma matemática con la que representamos estos conceptos.

143. Para ejemplificar esto, tenemos las expresiones *este es un a, ningún b*, *esto es un a* (dando a entender que un nuevo caso no puede ser diferenciado del otro ejemplo, con ello articulamos esquemáticamente la no-diferenciación).

Hegel habla de la *unidad* (*Einheit*) o de lo *uno* cuando piensa en el elemento de una diversidad, o si piensa la clase o conjunto a la que perenece. El conjunto es un agregado o montón de cosas. La relación de eleento es también atractiva, entendida como una especie determinada de igualdad.

Lo primero que precisamos para disponer de un concepto determinado de objeto es la constitución de esferas completas (*Gattungen*) de cualiades (*Qualitätten*): límites más o menos precisos para nuestros conceptos de los objetos. Sin la constitución de estas esferas lógicas nos es imposible disponer de propiedades determinadas. Al mismo tiempo, sin la constiución de esferas completas (pluralidades, clases y conjuntos) de objetos nos es imposible tener un concepto determinado de objeto.

Primero establecemos una clase abstracta o pluralidad de *unos*. Lo único que cabe saber al respecto es que tiene un cierto número de eleentos. Según esta condición, no sabemos nada más de sus cualidades. Las cualidades son objeto de nuestra experiencia tan sólo a partir de lo artiulado esquemáticamente en forma de *Dasein*[144]. Hasta entonces, los eleentos de una clase son iguales: lo único que cabe suponer es que son lógiamente diferentes. Todas las pluralidades o conjuntos del mismo número son indiscernibles entre ellas[145].

La relación de desigualdad o no-identidad, la *repulsión* en palabras de Hegel, es el fundamento conceptual de la identidad tanto de los objetos, elementos, pluralidad o conjuntos, como de su número. La aplicación inersa es igualmente válida: no podemos hablar de unidades o de objetos si no los conocemos como elementos u objetos diferentes entre sí en una esfera concreta relativamente superior (generalizada). Los elementos se refieren a sí mismos (*auf sich selbst*) sólo como elementos de este conjunto concretamente definido[146].

La *atracción* es la palabra para el contexto (la unidad común) de un objeto: su identidad interna. Esta unidad está abiertamente determinada por el conjunto completo: la *atracción* es formalmente la negación de la

144. "Das Dasein ist darum die Sphäre der Differenz, des Dualismus, das Feld der Endlichkeit". WdL 5, p. 174.

145. "Die Vielen sind aber das Eine was das Andere ist, jeder ist Eins oder auch Eins der Vielen; sie sind daher ein und dasselbe". Enz 8, § 98.

146. "Oder die Repulsion an ihr selbst betrachtet, so ist Sie als negatives Verhalten der Vielen Eins gegeneinander ebenso wesentlich ihre Beziehung aufeinander". Enz 8, § 98.

repulsión[147]. En el concepto de conjunto se ocultan conceptualmente *asuidas-eliminadas-conservadas* la *repulsión* (desigualdad, inidentidad de los objetos) y la *atracción* (identidad de los objetos)[148].

En expresiones proposicionales como *N es P* afirmamos un *Ser* o *algo de algo*. En estas proposiciones podemos interpretar a *N* como objeto y a *P* como conjunto. La cópula opera aquí como relación de pertenencia elemental. Sin embargo, todavía queda por aclarar qué objetos y conjuntos son nombrados y cómo lo son. Sin analizar esto, la expresión es puramente formal y contradictoria; es decir, análoga a los discursos aún no desarollados sobre el *Ser puro*. El *Ser puro* no está desarrollado en un ser determinado (*Etwas*) y no es articulable esquemáticamente en la forma de un *Dasein*. Por ello, el *puro Ser* no significa nada[149].

147. Todo discurso sobre los conjuntos y sus elementos nos parece ordinariamente algo suficientemente claro. Pero esta impresión es el resultado de no atender a los mecanismos lógicos presupuestos. Estos mecanismos están tematizados por Hegel bajo los términos de *atracción* y *repulsión*. Siempre que desatendemos estos presupuestos básicos corremos el peligro de caer en antinomias y contradicciones: la contemplación extensional de toda diferenciación prescinde de toda determinación concreta de elementos y conjuntos (esto sería una máxima generalizante). Esta postura comprende todos los nombres y los predicados como si fueran designaciones de los mismos elementos o como designaciones de conjuntos equivalentes (*gleich-gültig*).

148. “Und da diejenigen, auf welche sich das Eins in seinem Repellieren bezieht, Eins sind, so bezieht es sich in ihnen auf sich selbst. Die Repulsion ist daher ebenso wesentlich Attraktion”. Enz 8, § 98.

149. Si operamos bajo la forma proposicional de variables *x es un elemento del conjunto Y*, podemos ciertamente exigir todo tipo de axiomas. Sin embargo, aún quedaría por aclarar lo que significa completar o satisfacer *x* e *Y*, asignarles objetos o conjuntos determinados. Lo único que sabemos o podemos saber sobre los elementos de un conjunto puro y formal es que, por definición, los elementos tienen que ser distintos entre sí y que los elementos del conjunto en cuestión son elementos de *M*. Supongamos que sabemos qué nombres de objetos *N* pertenecen a *M* (*atracción*) y son diferentes entre sí (*repulsión*). En tal caso no sabríamos más sobre *M* que sobre cualquier conjunto del mismo número de elementos. Un conjunto puro es equivalente a un número cardinal. Los conjuntos puros de la misma cantidad de elementos no son discernibles entre sí. Dos conjuntos definen la misma cardinalidad siempre que sean representables biyectivamente.

Los conjuntos *M* y *M** representan una misma cardinalidad cuando son de igual número y no nos interesa de ellos más que la diferencia (*repulsión*) de los elementos y la continuidad-contexto (*atracción*) como conjunto. Cuando queremos diferenciar *M* de *M** en cuanto conjuntos, entonces debemos incluirlos en un conjunto mayor desde el que se distinguen algunos elementos y conjuntos como delimitaciones separadas. Las diferencias e identidades de elementos y conjuntos son definibles desde un contexto general: conjunto relativamente supremo.

Toda definición de una proyección biyectiva entre dos conjuntos supone la diferencia de caracterizaciones de los conjuntos: el concepto puro de conjunto se solapa con la mera forma de la relación elemento-conjunto o respecto a la mera forma de su cardinalidad. Lo *puro*, hemos mostrado anteriormente al hablar del *puro Ser*, es lo que todavía no ha sido suficientemente determinado por las diferenciaciones cualitativas o condiciones veritativas establecidas del ser determinado.

Los objetos son determinados cuando los conocemos o reconocemos concretamente como elementos de una clase determinada de objetos o conjuntos. Lo *puro* es hasta su determinación una forma vacía[150]. Primeraente, establecemos equivalencias, igualdades e identidades, entre los repreentantes reales (designaciones) de los elementos. Segundo, establecemos las condiciones veritativas que definan la pertenencia de los elementos así nombrados a un conjunto caracterizado concretamente por un nombre: el hecho de que designaciones establecidas como iguales designen los mismos e idénticos objetos es una forma de hablar para decir que las coniciones de identidad son satisfacibles a nivel de las representaciones.

No todos los conjuntos pueden ser nombrados o designados por preicados nominalizados o por frases verbales del tipo *la clase de los x con la propiedad P*. Estas designaciones presuponen una esfera objetiva deterinada para la que estan previamente dados los elementos x. De esta forma procedemos a designar subconjuntos de un conjunto ya constituido sobre una base definida, absolutamente delimitada por el predicado P.

Primeramente, constituimos clases primarias de objetos concretos. A partir de aquí formamos otros conjuntos, formación secundaria de conjuntos por separación (abstracción), intersección o unión, o bien como clases de equivalencia[151].

150. El intento por reducir todas las esferas discursivas relevantes a una ontología única abstracta; esto es, regida por la relación elemento-conjunto, muestra todas las limitaciones propias de un operar puramente formalista. Esta postura formalista contempla la posibilidad de prescindir de las formas concretas en que se dan los conjuntos y los elementos. Las formas concretas nos vienen dadas por el sistema de proposiciones articulado por el *Dasein*. Ejemplos de ello lo tenemos en la esfera de variables de primer nivel en Frege, esferas completas de conjuntos subsistentes de G. Cantor, o las clases de mundos posibles o imposibles de Cresswell (CRESSWELL, M. J., *Logics and Languages*. London. Methuen 1973). Las posibilidades y los mundos posibles (posibilidad misma de hablar de mundos posibles) existen sólo en los discursos constituidos concretamente por nosotros sobre esferas de posibilidades. El modo en que se constituyen las esferas de todas las series o de todos los subconjuntos, o también, tan sólo la clase de los naturales, es una cuestión que afecta a una formación primaria de clases. Esta es una cuestión que no se puede formular axiomáticamente. Todos los intentos de definir los números naturales por abstracción a partir de una esfera más amplia de números, sean reales o cardinales, oculta y traslada el verdadero problema.

151. Las formaciones de conjuntos secundarios vienen definidos por los precesos ordinarios de abstracción sobre la base de las definiciones de relaciones de equivalencia en clases o conjuntos ya constituidos. Un ejemplo de estos procedimientos secundarios los encontramos en el paso de las fracciones a los números racionales, o de las series convergentes de racionales a los números reales (las series convergentes definen las clases de equivalencia). Toda abstracción matemática interna o formación de conjuntos es de naturaleza secundaria: los conceptos fundamentales se consideran ya constituidos.

Una abstracción primaria va desde las diferenciaciones puramente cualitativas y prácticas hasta el discurso explícito sobre los conjuntos abstractos. Este procedimiento es un presupuesto significativo básico; esto es, define una esfera continua en el contexto de los representantes de los que partimos. La *repulsión* y la *atracción* son los títulos intercambiables que define el proceso lógico de la abstracción primaria de los conjuntos y objetos.

Los conceptos físicos de *atracción* (*Anziehung*) y *repulsión* (*Abstoßung*) no son conceptos de una pseudológica[152]. El atomismo comprende la totalidad (*das eine Ganze*) del mundo como un conjunto abstracto de elementos atómicos[153]. El pensamiento atomista concibe el mundo como si consistiera en el *hen kai pan*. Según esta doctrina, la totalidad del universo sería un conjunto abstracto de átomos elementales cuya fuerza fundamental o propiedad fundamental es subrayar la repulsión de lo uno en el interior de un conjunto abstracto: la pura diferencia de los elementos o átomos[154].

Los *unos atómicos*[155] son definidos como tales en su identidad, igualdad y diferencia sobre diferenciaciones y no-diferenciaciones del pen-

Desde la referencia extensional de un concepto articulado por un *Dasein*, definimos una extensión *B* de ciertas diferenciaciones cualitativas. A partir de aquí, se constituye una clase M_B de objetos discretos, siempre y cuando los comprendamos como partes cualitativamente disjuntas. Estas partes, a su vez, deben ser comprendidas como elementos o *unos* de M_B. Todos los casos que no podamos categorizar debemos excluirlos como casos irrelevantes (*repulsiones*). Sólo de esta forma, adquiere nuestra diferenciación un significado claro y distinto. Las diferenciaciones relevantes (*repulsiones*) y las relaciones de equivalencia, igualdad e identidad (*atracciones*) entre los representantes relevantes, definen los elementos de las clases en cuestión.

152. Todos los principios, aún cuando éstos resulten de una aplicación según nuestras formas de representar los fenómenos, contienen analíticamente una significación en pensamientos, generalidades e idealidades. Cuando consideramos términos como: agua, materia, átomo, entendemos estructuras nouménicas que no se conmensuran con el lenguaje cósico de forma directa: no se trata en el sentido ordinario de cosas tal y como éstas se pueden encontrar de manera inmediata. "Prinzipien älterer oder neuerer Philosophien, das Wasser oder die Materie oder die Atome, sind Gedanken, Allgemeine, Ideelle, nicht Dinge, wie sie sich unmittelbar vorfinden, d.i. in der sinnlicher Einzelheit,..." WdL 5, p. 172.

153. "Atomistische Philosophie... das Absolute als Fürsichsein, als Eins, und als Viele Eins...". Enz 8, § 98.

154. "(Nicht aber) die Attraktion, sondern der Zufall, d.i, das Gedankenlose, soll sie zusammenbringen". Enz 8, § 98.

155. "Das Eins in dieser Form von Dasein ist die Stufe der Kategorie, die bei den Alten als das atomistische Prinzip vorgekommen ist, nach welchem das Wesen der Dinge ist". WdL 5, p. 184-185.

samiento en una esfera completa continua: nuestro discurso general sobre el mundo. Si el mundo experimentado viene así articulado, entonces debemos componerlo de nuevo de esta forma. La representación conceptual del mundo presenta, necesariamente, las propiedades formales de nuestra articulación y representación. Esta especie de contexto o continuidad del mundo no es accidental, sino que constituye algo interno a la naturaleza del objeto.

La imagen del mundo transmitida por la física atomista en general, por los modernos materialistas y por Demócrito en particular, surge de un tratamiento carente de concepto sobre nuestra articulación del mundo y de su representación simbólica plasmada en el lenguaje. Nosotros nombramos y clasificamos objetos relativamente constantes y separados por una especie de espacio lógico vacío, las cosas corpóreas. Para ello tomamos por base ciertas propiedades de los cuerpos. Esta actividad se lleva a cabo en una referencia temporal y posicional (espacio) explícita u implícita. Con ello tenemos en cuenta que las propiedades pueden modificarse. Bajo estos parámetros expresamos también los movimientos y otras modificaciones, tal como es propio de nuestros análisis del devenir[156].

La constitución de la identidad, y más concretamente de la *repulsión* y de la *atracción* de sustancias o elementos, de atributos y predicados, muestra los procesos de abstracción que debemos conocer para entender aquello de lo que hablamos. Estos procesos de abstracción son los presupuestos significativos básicos. Muchas de las propiedades de los objetos, por ejemplo, relaciones aparentemente accidentales o extrínsecas, resultan directamente de una constitución objetiva de propiedades definidas analíticamente como internas del objeto. De la misma constitución objetiva se deduce *analíticamente* la clase general (*an sich*) y la identidad concreta (*Fürsichsein*)[157].

156. “Indem das Eins als Eins fixiert ist, so ist das zusammenkommen desselben mit Andern allerdings als etwas ganz Äusserliches anzusehen”. Enz 8, § 98.

157. Para Hegel los enunciados de la aritmética, y de la matemática en general, son juicios analíticos. Hegel critica en consecuencia la teoría de los *juicios sintéticos a priori* como los juicios que según Kant definen las proposiciones de la aritmética. La propiedad interna de un número, por ejemplo, del número número 12, como *ser-en-sí*, es que no se trata de una mera secuencia de cifras. Una propiedad interna *en sí* del 12 es que no puede ser comparado con otros números desde el punto de vista de su magnitud. Esta última propiedad es aplicable a todos los números; por ello Hegel habla de una propiedad genérica *en sí* de los números. Una propiedad interna *para sí* de este número es, por ejemplo, la de ser diferente del número 7 (*Repulsión*). Por tanto, la designación 7+5 representa el mismo número que 12 (*Attraktion*). Esto es una propiedad interna y particular del objeto 12. Estas últimas determinaciones no son válidas para todos los números. Con esto se quiere indicar que

En la imagen atomista del mundo hablamos del vacío (*die Leere*)[158] entre las cosas. Esto es consecuencia de un proceso de abstracción analizado: lo específicamente lógico no ha sido captado en esta imagen del mundo[159].

Cuando diferenciamos la esfera completa de lo experimentable en relaciones de cosas corpóreas relativamente persistentes en el tiempo y en el espacio (por ejemplo, en sus relaciones espaciales definidas por movimientos relativos y movilidades), no dividimos la esfera de lo articulable esquemáticamente por *Dasein* en aquello que es y la *pura nada* (*Nichts*). Más bien, lo que hacemos es dividirlo en cosas y no-cosas; o dicho de otra forma, entre espacio repleto de cosas o materia y espacio rellenable de cosas[160]. El espacio no relleno de cuerpos es sólo *Nada* respecto a la clase de los cuerpos, ya que de forma trivial podemos decir que él mismo no es cuerpo.

En el espacio experimentable, vacío de cuerpos, existen todo tipo de fenómenos no-corpóreos. Así por ejemplo, admitimos desde el punto de vista conceptual la existencia de fuerzas en el espacio representativo de la teoría física dentro de su configuración matemática. Estas fuerzas mantienen unido el mundo corpóreo como representación sistemática completa de los movimientos corpóreos experimentados.

En la física moderna se mantiene el modelo principial explicativo atómico. Este modelo se modifica, sin embargo, para aproximarse más a la representación sensible. El atomismo clásico es exclusivamente especulativo y se funda en una interpretación equívoca sobre el contenido lógico del lenguaje. El atomismo moderno se desarrolla cada vez más hacia un modelo intuitivo de modelo explicativo de fenómenos observables.

muchas de las propiedades y relaciones aparentemente externas y accidentales de los objetos, resultan directamente de una constitución analítica del objeto. Tanto lo que es *en-sí*, la clase general; es decir, la clase general de los enunciados de la aritmética, como lo que es *para-sí*, la identidad concreta, son las propiedades internas del objeto.

158. "Das Leere welches als das andere Prinzip zu den Atomen angenommen wird, ist die Repulsion selbst, vorgestellt als das seiende Nichts zwischen den Atomen". Enz 8, § 98. "Das Eins und das Leere ist das Fürsichsein, das höchste qualitative Insichsein zur völligen Äußerlichkeit herabgesunken". WdL 5, p. 185.

159. "Die Atomistik hat den Begriff der Idealität nicht". WdL 5, p. 189.

160. El modo que tenemos de escuchar el silencio se asemeja a esto: los sonidos, no representados por palabras o fonemas, junto con el silencio (sonido vacío), están fuera de la esfera completa de la diferenciación de unidades linguísticas, por así decirlo, están fuera de la esfera separante o divisoria, pero por ello no son una nada absoluta.

La interpretación lógica de los conceptos de *atracción* y *repulsión* se adaptan particularmente a las observaciones hegelianas sobre una teoría de la sociedad y del estado, tal como se encuentra defendida por Hobbes[161].

El hombre es persona sólo y únicamente como participante de una comunidad cultural, o bien, de una sociedad[162]. El individuo sólo existe como aquél que está fundamentalmente familiarizado (incardinado) con todas las posibilidades accesibles y disponibles del hablar, pensar y actuar libres; es decir, con la articulación completa de las necesidades e inclinaciones (incluidas las mismas modificaciones conscientes de la tradición). El sujeto es un tal en esta conexión con lo específicamente genérico (tiene un *Yo*)[163].

La forma concreta que condiciona la vida humana está definida por las complejas relaciones mediadas por la tradición y la formación. Las complejas relaciones tematizadas en la lógica por la tradición y la formación definen el devenir de los hombres. El estado es conceptualizado por Hegel como una forma externa organizativa de una sociedad libre. La estabilidad de la estructura estatal es condición necesaria para el desarrollo racional de la libertad. Esta estabilidad necesaria para la constitución del estado es semejante y análoga a la que necesitamos para las palabras, los signos y las expresiones en el desarrollo general de los conceptos significativos[164].

161. "Nach derselben ist der Wille des Einzelnen als solcher das Prinzip des Staates, das Attrahierende ist die Partikularität der Bedürfnisse, Neigungen, und das Allgemeine, der Staat selbst, ist das äusserliche Verhältnis des Vertrags". Enz 8, § 98.

162. Para Hegel es absolutamente irrelevante la cuestión de una naturaleza o esencia humana individual.

163. Los individuos que supuestamente forman las comunidades y los estados por contrato son resultado de una pura abstracción.

164. Algunos han interpretado la *Lógica* de Hegel como una teoría de las relaciones sociales. Así, por ejemplo Theunissen entiende la *Lógca* de Hegel como una teoría sobre la estructura de las relaciones humanas (THEUNISSEN, M., *Sein und Schein. Die kritische Funktion der Hegelschen Logik*. Frankfurt/M. 1978). O bien, tal como Dewey, se trataría en la *Lógica* de Hegel de una teología política o cuasi doctrina religiosa sobre lo social. El desarrollo de las relaciones sociales son partes, sin embargo, de los análisis generales del concepto de relación respecto a lo otro (*auf Anderes*) y de la relación hacia sí mismo (*Für-Sich-Seins*). Ciertamente, Hegel presenta en su *Phänomenologie des Geistes* una reconstrucción sobre el origen de las relaciones sociales: el reconocimiento del poder de cada uno de los hombres-otros y, al mismo tiempo, con ello de sí mismo, en los conocidos pasajes dedicados a la dialéctica del Señor (*Herr*) y el esclavo (*Knecht*). En estos pasajes expone el desarrollo de la sociedad humana de forma esquemática. Por un lado, una cierta clase de Señores nobles se diferencia de otra de súbditos sometidos. El principio que guía a la clase de los sometidos y súbditos es el principio hobbesiano de lucha por la supervivencia y la seguridad. Lo que determina la clase de los señores es la forma en que éstos empeñan su vida con el fin de ad-

1.8. *La "Lógica" como historia de la ciencia y ciencia de la historia: historia de una identidad*

La *Lógica* hegeliana es un proceso continuo de análisis crítico. En primer lugar, la *Lógica* de Hegel surge como una crítica a su propia tradición. La *Lógica* es la conciencia de su tiempo. Frente a Spinoza, rechaza la forma meramente externa y sin fundamento en que éste adopta el método axiomático. El método axiomático deductivo ha sido adoptado por el pensamiento matemático como el proceder arquetípico del pensamiento[165].

Hegel comparte el punto de vista crítico de Kant frente al pensamiento de Hume. Hegel, al igual que Kant, detecta en Hume una reflexión incompleta sobre las teorías matemáticas de la ciencia natural. Hegel argumenta, por otro lado frente a Kant, el haber adoptado esquemáticamente y sin crítica las concepciones de la lógica tradicional[166]. Kant, a entender de Hegel, parte sin más de la suposición de lo que es un concepto, un juicio y un razonamiento válido[167].

Hegel tiene especialmente en cuenta el análisis de los sistemas lógico formales del racionalismo leibniziano. Emprende, igualmente, una crítica metafísica al empirismo científico de Locke y Newton, así como al empirismo subjetivo de Berkeley y Hume. Finalmente, la *Lógica* de Hegel es la culminación de la filosofía transcendental kantiana, al mismo tiempo

quirir su propio estatus social, la lucha por el reconocimiento. K. Popper pone a Hegel junto a Platón como representantes paradigmáticos de lo que significa ser enemigos de una sociedad abierta (POPPER, K., *The Open Society and its Enemies*. Princeton, N. J. 1950). Lo que Popper no advierte es que tanto Platón como Hegel, al igual que Montesquieu, han planteado una pregunta fundamental: bajo qué constitución del estado es posible evitar o minimalizar los peligros de pura democracia de las mayoría o una dictadura populista.

165. "Aber mathematische Kategorien herbeizunehmen, um daraus für die Methode oder den Inhalt philosophischer Wissenschaft etwas bestimmen zu wollen, zeigt sich wesentlich dadurch als etwas Verkehrtes,...". WdL 5, p. 248.

166. "... so hat die Kritik keine Änderung an ihnen selbst bewirkt, sondern läßt sie für das Subjekt in derselben Gestalt, wie sie sonst für das Objekt galten". WdL 5, p. 40. "Jene Kritik hat also die Formen des objektiven Denkens nur vom Ding entfernt, aber sie im Subjekt gelassen, wie sie sie vorgefunden. Sie hat dabei nämlich diese Formen nicht an und für sich selbst, nach iherem eigentümlichen Inhalt betrachtet, sondern sie lemmatisch aus der subjektiven Logik geradezu aufgenommen;...". WdL 5, p. 40.

167. "Das Verhältnis von solchen Formen wie Begriff, Urteil und Schluß zu anderen, wie Kausalität usf., kann sich nur innerhalb der Logik selbst ergeben". Enz 8, § 24.

que se considera una genuina continuadora y heredera de los temas aristotélicos.

Hegel esboza argumentos radicalmente empiristas frente al esquematismo lógico de Kant. La *Lógica* de Hegel, como procedimiento continuo de análisis crítico, es en realidad un desarrollo de la filosofía crítica y de la lógica trascendental de Kant tanto en su sentido formal como material. Las reflexiones generales de Hegel sobre la naturaleza de la lógica tienen, en gran parte, un precedente en lo que Spinoza había comprendido como *Ethica*, Hume como teoría del conocimiento en su *Enquiry concerning the human understanding* o en su *Treatise of human nature* y Kant como crítica de la razón (*Vernunftkritik*).

Para aclarar el contexto y el carácter significativo del análisis lógico de los términos especulativos tales como; por ejemplo, *Concepto*, *Saber*, *Verdad* o *Idea*, diferencia Hegel tres tipos de teorías lógicas sobre el saber y el conocimiento. Estos tres tipos de teorías representan diferentes posiciones frente a la naturaleza de la objetividad. La primera teoría sería la doctrina realista objetiva de la ontología metafísica. La segunda teoría viene representada por el empirismo crítico puro y lógico. La tercera teoría, sería la del subjetivismo radical; es decir, aquella doctrina que mantiene que poseemos una intuición inmediata de la esencia y de la verdad de las cosas.

Hegel aborda primeramente la dogmática racionalista en la que incluye completamente la tradición de la escolástica teológica y filosófica. En este punto sigue Hegel la crítica de Kant: la característica fundamental de esta posición es que trata nuestras formas de predicación reflexivas (metaobjetivas) como proposiciones analíticamente verdaderas. De esta manera, transforma las afirmaciones sobre objetos en un reino real y superior de objetos.

La segunda posición, la del empirismo, reclama para toda ciencia verdadera un fundamento en los datos reales de las percepciones sensibles. Hegel detecta en la doctrina de Hume, sin embargo, un tratamiento insuficiente del significado de la lógica, del pensamiento y de las formas expresivas. Kant descubre el fundamento de la semántica lógica en la naturaleza constitutivo significativa de lo que llamamos *experiencia*. Hegel detecta, por otra parte, que Kant no había analizado las categorías *a*

priori de la lógica transcendental, sino que las adopta sin más de la lógica racionalista[168].

Como respuesta a la problemática kantiana comienzan a surgir las filosofías de la inmediatez: esta tercera doctrina quiere reconstruir el mundo sobre la base de supuestas certezas o evidencias inmediatas. El saber humano sobre el mundo quedaría así fundado radicalmente. Esta orientación ha caracterizado el idealismo subjetivo de Fichte, al mismo tiempo que se asimila a las posiciones de Descartes y Jacobi al comenzar por la autoconciencia del *Yo* que actúa. El proceder de Hegel se caracteriza por radicalizar el proyecto kantiano: toda exigencia para el conocimiento objetivo debe distinguirse netamente de los sentimientos u experiencias de carácter subjetivo. Por este motivo, no existe en modo alguno un saber inmediato. Lo inmediato es, en todo caso, el sentimiento de la inmediata sensibilidad; de la certeza subjetiva. Esta inmediatez objetiva, precisamente porque se refiere a contenidos, es pura apariencia.

La condición de posibilidad de la existencia de la *Lógica* es la distinción entre un pensar como actividad del individuo, de su instrumento (por ejemplo el cerebro entre otros), y los resultados de esta actividad; esto es, los pensamientos[169]. De la misma forma debemos distinguir entre percibir en el sentido de mera vigilancia de los sentidos y una percepción de *algo* en sentido categorial (*Etwas*). Entre un hacer o comportarse y la realización genérica de una acción (consciente e incluso planificada). Los pensamientos, las percepciones determinadas y las acciones existen sólo en cuanto se diferencian de las otras. Estas diferenciaciones nos son transmitidas mediante ejemplos, costumbres, representaciones y principalmente por caracterizaciones y juicios articulados lingüísticamente. Hegel sustituye todo psicologismo por una teoría de la experiencia histórica significativa.

La filosofía es la consideración pensante de los objetos (*denkende Betrachtung der Gegenstände*)[170]. Lo específico del método filosófico es

168. "Glücklichcherweise finden sich in der gewöhnlichen Logik die Verschiedenen Arten des Urteils bereits empirisch angegeben vor". Enz 8. § 42.

169. "In der Physiognomik (...) soll er (der Geist) in seinem Äußern als in einem Sein, welches die Sprache-die sichtbare Unsichtbarkeit- seines Wesens sei, erkannt werden. (...) In der noch zu betrachtenden Bestimmung (die der Schädellehre) aber ist endlich das Äußere eine ganz ruhende Wirklichkeit, welche nicht an ihr selbst redendes Zeichen (ist), sondern getrennt von der selbstbewußten Bewegung sich für sich darstellt und bloßes Ding ist". Phänomenologie des Geistes, p. 244.

170. "Die Philosophie kann zunächst im allgemeinen als denkende Betrachtung der Gegenstände bestimmt werden". Enz 8, § 2.

el conocimiento conceptual. Este tipo de conocimiento se distingue necesariamente de todo saber y entender ordinario. Todo entender y saber ordinario constituye lo más humano del hombre y por lo que se diferencia de los animales. Sin embargo, lo más propio de la filosofía es una explicación metaobjetiva o reflexiva de las determinaciones formales constitutivas de todo nuestro pensar sobre objetos. Además de esto, es la reflexión a nivel superior sobre las formas especulativas de la reflexión reflejada. El análisis de esta reflexión reflejada es el objeto de la *Doctrina sobre la esencia*. Por ello mismo, lo específico del conocimiento filosófico es lo divino. La *Lógica* es *Dios*: lo propiamente sobrenatural.

Todo contenido concreto nos viene directamente dado bajo las diversas formas del *sentimiento* (*Gefühl*), la *intuición* (*Anschauung*) y la *representación* (*Vorstellung*). Lo dado bajo estas formas es conocimiento. Sin embargo, todavía no es un conocimiento conceptual. Estas formas de la intuición son el contenido de la conciencia humana. Estas formas se diferencian aún de la forma de la razón y del pensamiento (*Form des Gedankens*). El contenido de las formas de la intuición debe ser elevado a la forma del pensamiento. La forma del pensamiento y de la razón es la explícita articulación lingüística del contenido. La filosofía es el análisis de la constitución de todo contenido y de toda especie significativa.

La filosofía no tiene por objeto instaurar una concepción del mundo en toda su plenitud. No se trata de un sistema teórico entre otros muchos. En tal caso, cada sistema debería llevar el nombre de su constructor de la misma forma a como la obra de un arquitecto lleva el nombre del edificio proyectado por él. Sin embargo, la filosofía es una actividad (en sentido aristotélico de *energeia*) y no un producto (*ergon*)[171]. Hegel habla, por el contrario, de momento del sistema o momento sistemático. Hegel tiende a distanciarse de su propio sistema entendido como pura idiosincrasia o ideología. La filosofía establece explícitamente la posibilidad fáctica de la razón, del pensar racional y de la vida. La *Lógica* de Hegel trata como un tema central una *Humanitas* cultural separada de cada uno de los hombres individuales. El sentimiento y la volición adquieren un nuevo sentido desde la *Lógica*: no se trata del hombre como individuo, sino de aquello

171. Cuando Hegel quiere distanciarse de la filosofía kantiana se expresa en los términos de sistema trascendental.

por lo que en cada caso cada individuo es un hombre en sentido pleno, no biológicamente, sino en sentido ético[172].

Los conceptos y los términos nominales (las palabras) están saturados de significado. No existe pensamiento ni concepto sin manifestación correspondiente en acciones sustentantes. Las imágenes y las representaciones definen un discurso silencioso[173]. Las palabras y los términos nominales no se limitan a ser signos meramente externos.

Los contenidos son determinaciones y delimitaciones intersubjetivamente comprensibles de un caso genérico. Este caso genérico está tomado a su vez de otro caso tipificado. Estas determinaciones están intrínsecamente unidas a todo tipo de diferencias. Estas diferencias presentan formas específicas de tratamiento según la situación referida de un caso o de uno otro. Un contenido de este tipo puede ser representado como determinación en todo tipo de figuras o de formas externas. El contenido se reconoce de nuevo en los sentimientos, intuiciones, imágenes, diferenciaciones lingüísticas o en lo que se puede llamar finalmente discurso silencioso. No existe contenido consciente, diferenciación consciente, sin ejemplos representativos o de sus representantes, los signos. Sobre los signos, y por medio de ellos, atendemos a la diferenciación[174].

Un contenido, independientemente de si es consciente o inconsciente, es aquello que es invariante en lo ya diferenciado. Al mismo tiempo, es aquello que puede ser reconocido genéricamente a partir de sus representaciones externas. Por contenido se entiende aquello que en sus representaciones externas es valorado como equivalente respecto de otras. Estas otras no son valoradas como equivalentes respecto de las primeras[175]. Hegel emplea el término de *indiferencia* (*Gleich-Gültig*).

En un principio no tenemos más que diferenciaciones individuales e inmediatas de la percepción de representaciones. Así disponemos de las palabras. La *Lógica* transforma estas manifestaciones o representaciones

172. Hegel prosigue el proyecto kantiano, según el cual sólo puede darse una filosofía. “Vorrede zur Metaphysik der Sitten”. IV, 311.

173. Sobre esto son relevantes las aclaraciones hegelianas de la doctrina de Jacob Böhme en las lecciones sobre historia de la filosofía.

174. “In irgend einer dieser Formen oder in der Vermischung mehrerer ist der Inhalt Gegenstand des Bewußtseins”. Enz 8, § 3.

175. “In dieser Gegenständlichkeit schlagen sich aber auch die Bestimmtheiten dieser Formen zum Inhalte; so daß nach jeder dieser Formen ein besonderer Gegenstand zu entstehen scheint, und was an sich daselbe ist, als ein verschiedener Inhalt aussehen kann”. Enz 8, § 3.

de la *Idea* en la posibilidad de reconocer los signos y las palabras como las formas o las figuras del significado. Este es el fundamento de una actividad intersubjetiva de diferenciación y designación estable. Sólo cuando renunciamos a efectuar diferenciaciones más precisas dentro de nuestros discursos y acciones, surgen ciertas dificultades observadas por Hegel en su *Lógica*. Tenemos la tendencia a considerar los contenidos de nuestros discursos y acciones (toda referencia) como si constituyeran *realidades en sí mismas*. En realidad se trata de una apariencia consistente en percibir los contenidos como realidades completamente absueltas y separadas de sus representaciones y signos. No podemos abstraer de nuestra interacción y manipulación común con estos signos y representaciones[176].

Las manipulaciones y operaciones con signos presuponen una actividad o acción común. Estas manipulaciones son manifestación de todo tipo de experiencias comunes. Los contenidos conscientes de las representaciones son ellos mismos pensamientos. Las representaciones individuales son sólo metáforas (la formas en cuanto figuras) para referir los contenidos generales. Las representaciones conscientes de algo externo son manifestación de un caso que opera como norma. Estas representaciones conscientes son objeto de reproducción externa. Los contenidos deben traducirse bajo la forma de los pensamientos. Siempre que tratamos con representaciones conscientes, podemos traducir las formas en diferenciaciones lingüísticas.

La filosofía se esfuerza en la traducción descrita. El objeto de la filosofía es explicitar el contenido de las representaciones que adquirimos sobre los significados, los conceptos y el saber propio. La filosofía utiliza para ello ciertas categorías, afirmaciones, enunciados, como formas expresivas o proposicionales interpretadas semánticamente. Estas formas están clasificadas por el empleo de palabras titulares. En el discurso categorial reflejamos explícitamente las formas expresivas y sus contenidos sobre clases de estas mismas formas.

El pensamiento abstracto de Hegel (especulativo) es un hablar máximamente general sobre formas expresivas y estructuras. Estas formas las empleamos comúnmente a nivel objetivo. Hegel hace de este tema un tratamiento metaobjetivo. Un análisis explícito de estas formas es sólo

176. En matemáticas, por ejemplo, los métodos de Pappus y Descartes suponen o anticipan el conocimiento general, la forma interna, el contenido o la equivalencia a la que se tiende con la solución de un problema. Esta suposición supone una praxis común (matemática) y todo tipo de experiencias comunes en el tratamiento de semejantes problemas.

posible cuando designamos o representamos externamente estas formas. Esto tiene lugar en el desarrollo propio de lenguajes de reflexión metaobjetiva o de especulación. En el análisis de la relación entre forma externa y contenido interno, (palabra conceptual o proposición frente a concepto o pensamiento) es absurdo querer tener al nivel de la representación lo que es dado en pensamientos y en el concepto de la conciencia (discurso silencioso)[177].

La filosofía no tiene por objeto algo particular o concreto. La filosofía no trata de un problema especial dentro de una ciencia particular. La filosofía excluye también lo supuestamente sobrenatural. El objeto de la filosofía es el concepto inmanente de realidad y verdad en su totalidad.

El punto de partida de Hegel, como en Kant, es el empirismo. Hegel entabla su discusión en particular con el empirismo de Hume[178]. Sólo podemos entender, nombrar y designar lo que llamamos realidad como realidad una vez que lo comprehendemos desde la crítica. Este nivel crítico muestra todas nuestras comprensiones superficiales de la llamada experiencia inmediata. Esta crítica de lo que llamamos fenómenos o apariencias erróneas nos hace volver a la necesidad de reconstruir la experiencia desde un nuevo horizonte de un saber genérico mejorado.

Hegel, siguiendo el pensar de Kant, considera que una teoría de la verdad, definida como una teoría de la *correspondencia* (adecuación) es un principio meramente formal. La adecuación con la realidad y la experiencia es condición necesaria, criterio de verdad de un enunciado, de la justificación de aquello que exige el saber. El problema es la determinación exacta de la manera, forma y de aquello con lo que se adecua lo descrito en esta teoría de la correspondencia.

Hegel quiere enderezar el problema lógico del *Ser* hacia una perspectiva mucho más amplia. Para ello, hay que dejar de plantear el problema del *Ser* como una crítica de la correspondencia extramental del conocimiento humano. Previamente al problema de la adecuación debemos establecer positivamente cómo los objetos son inteligibilidad; esto es, el modo de su constitución en cuanto que inteligibles.

Para Hegel lo que comparamos no son las proposiciones y los enunciados que describen una teoría con un mundo de objetos inmediatamente

177. "Das in der Weise der Vorstellung vor sich haben zu wollen, was als Gedanken und Begriff im Bewußtsein ist". Enz 8, § 3.

178. "Das nächste Bewußtsein dieses Inhalts nennen wir Erfahrung". Enz 8, § 6.

dado y accesible. La postura de Hegel manifiesta una clara conexión con tradición que va desde Berkeley hasta Kant y Fichte. Hasta el nivel de la reflexión no disponemos de objetos. Todas nuestras intuiciones o nuestros enunciados sobre las formas espaciales o el orden en la sucesión temporal están previamente formados *ya desde antes*. La experiencia de la realidad aparentemente inmediata está ya articulada comúnmente por un pensar vertido lingüísticamente y mediado por una actividad común.

El positivismo admite que existen los datos de los sentidos como realidades individuales perfectamente reconocibles de forma inmediata. Las *diferenciaciones comunes* no existen nunca inmediatamente. Los criterios de diferenciación se fundan siempre, si son plenos de sentido, en las posibilidades reales de su posesión. Hegel esboza la necesidad de lo *ideal-constructivo* como el recurso frente a lo fáctico real. Estos dos aspectos constituyen los *momentos* propios de todo saber. Tanto el subjetivismo del idealismo teorético de la conciencia como el realismo ingenuo (*positivo naturalista*) carecen de sentido.

El objetivo crítico de una *Ciencia de la Lógica* consciente de sí misma es el verdadero concepto de lo que antes ha sido caracterizado formalmente como correspondencia o adecuación. Hegel habla por ello de reconciliación entre la autonomía teórico constructiva de las aclaraciones sobre la esencia con la realidad[179]. A esta reconciliación pertenece el desarrollo constitutivo mismo del concepto de realidad. La constitución del concepto de realidad tiene lugar desde los niveles formales o *momentos* de lo que la *Lógica* objetiva por la predicación elemental (*Dasein*, *Realität*, *Existenz*); esto es, desde lo que se engloba por articulaciones cualitativas perceptibles de lo relativamente inmediato. Este concepto general de realidad se revela en su generalidad invariante en su carácter de situación como esencia abstracta. La esencia abstracta es lo propio de toda entidad teórica. La *esencia* es el título general para designar los objetos abstractos en el marco del discurso reflexivo.

Las posibilidades y las necesidades dependen de la representación o exposición teórica. La posibilidad y necesidad racional depende de lo dispuesto libremente. Las leyes de expresión lógica y racional interaccionan, en mutua dependencia con la legalidad experimentable en cada caso. El éxito, en caso de tenerlo, al orientarnos por los ordenamientos (postulados) introducidos libremente por nosotros, definen esta inte-

179. "Die Versöhnung der selbstbewußten Vernunft mit der seienden Vernunft, mit der Wirklichkeit hervorzubringen". Enz 8, § 6.

racción. Las leyes están adecuadas en todo caso por nosotros. Esto lo aclara Hegel al decir que la verdad de la necesidad es la libertad[180].

La *Lógica* de Hegel busca analizar la *Idea* como la forma del saber y de su desarrollo racional. La *Idea* hegeliana no es una utopía. No se trata de algo tan sumamente elevado que no sea susceptible de ser real. Tampoco se trata de algo tan sumamente débil que no tenga una aplicación real normativo-práctica[181]. La *Idea* es el título que define el desarrollo normativo, ideal en su generalidad, del saber real y de nuestras formas de vida real. Los posibles errores están contenidos en la *Idea* como *momentos* intrínsecos de crítica y de mejoras. La *Idea* hegeliana no es un desprecio de lo fáctico a favor de lo real. Lo que en modo alguno no cabe hacer es confundir e identificar la *Idea* con lo real meramente contingente[182].

La *Idea* se instaura en la *Lógica* de Hegel como lo operativamente disponible. La *Idea* es la forma real del pensar humano. La *Idea* supera la dimensión de las utopías subjetivas de tipo psicológico. Esta forma real del saber incluye la forma racional de su desarrollo. El tema fundamental de la filosofía es esta *Idea*, forma o posibilidad. La *Idea* no es el resultado de la indigencia utópica limitada a ser un postulado (un mero deber ser). Para Hegel, la *Idea* no es algo que adviene tras una espera, sino que se está realizando a cada instante. Lo meramente real dado en objetos, configuraciones, estados de cosas, no es más que la cara externa superficial de la *Idea*.

Los temas que forman parte fundamental de los discursos de la metafísica tradicional; por ejemplo, la libertad, el espíritu y Dios, no se encuentran por definición en la experiencia inmediata[183]. Los objetos matemáticos, por ejemplo, los números y las funciones, tampoco existen en la experiencia inmediata. Sin embargo, Hegel no deduce de aquí que estos objetos no tienen nada que ver con la experiencia. Hegel se ocupa en su *Lógica* de reformular el concepto de *experiencia*. El contenido signi-

180. “Die Wahrheit der Notwendigkeit ist die Freiheit”. O también, “Was vernünftig ist, das ist wirklich, und was wirklich ist, das ist vernünftig”. Enz 8, § 158.

181. “Etwas viel zu Vortreffliches (...), um wirklichkeit zu haben, oder ebenso etwas zu ohnmächtiges, um sich solche zu verschaffen”. Enz 8, § 6.

182. “Die Abtrennung der Wirklichkeit von der Idee ist besonders bei dem Verstande beliebt, der die Träume seiner Abstraktionen für etwas Wahrhaftes hält und auf das Sollen, das er vornehmlich auch im politischen Felde gern vorschreibt, eitel ist, als ob die Welt auf ihn gewartet hätte, um zu erfahren, wie sie sein solle”. Enz 8, § 6.

183. Hegel frente a Kant considera que la inmortalidad del alma individual es una superstición (*Aberglauben*).

ficativo de estos objetos pertenece a la esfera de lo infinito. La *Lógica* demuestra el nuevo sentido formal y atemporal que adquieren estos términos más allá de lo directamente empírico. Estos objetos pertenecen a la experiencia (*was im Bewußtsein überhaupt ist, wird erfahren*)[184], pero no toda experiencia es un dato empírico bruto.

Esto vale igualmente para lo que hemos dicho sobre la forma general de la *Humanitas*; es decir, para articular los conceptos lingüísticamente, y hacerlos presente en sus *momentos* esenciales. También es algo extensible a todas las formas. Todo discurso sobre formas es, según la intención, invariante desde el punto de vista de la situación y atemporal. Mediante esta forma se posibilita la constitución de infinitos representantes externos individuales y diferentes de la forma.

Todo *algo* es en su identidad abstracta (*an sich*) una forma. Esta forma es un *noumenon* en el sentido kantiano del término. Los noumenos o inteligibles son entendidos como meros objetos internos de nuestro pensar y hablar. El reconocimiento común y real de *algo*, por ejemplo de una cualidad, una cosa o también un número está unido al modo en que se representa realmente en la intuición externa o representación interna (tal es una imagen de la memoria o del discurso silencioso).

Desde un punto de vista superficial, podríamos decir que disponemos de las formas en que existen la libertad, Dios y el espíritu por referencia al empleo que hacemos de los términos y palabras correspondientes. No por ello, debemos desatender esta dimensión. Esto mismo lo tenemos en las formas en que se dan los números y existen los demás objetos *ficticios*. Entre los objetos ficticios se incluyen también los pronósticos y previsiones de lo que cabe esperar en un futuro, y que sin embargo, no disponemos de ellos como resultados propiamente reales. Pese a ello, podemos hablar sobre ellos en cuanto que son objetos abstractos de un pensamiento presente. Uno de los principales objetivos de la filosofía es el correcto empleo y adecuación de las palabras y términos nominales con respecto al tipo de discurso o formas, eliminando los falsos.

El pensamiento verdadero tiene que atender a las formas externas del hacer humano. Aquí son particularmente relevantes los análisis del habla y de sus significados[185]. Hegel se aparta del nominalismo empírico. Para este nominalismo sólo se da o existe lo individual. Lo individual está, en

184. Enz 8, § 8.

185. Esta perspectiva se ha atribuido al nominalismo de Ockham y Duns Scotus.

la *Lógica* de Hegel, ya clasificado (de lo contrario es nada). Al pensar no tiene sólo que ser reconocible el contenido. También debemos reconocer y atender a la forma externa del pensamiento. En el discurso debemos ser capaces de identificar, cuando menos, las palabras, en general los signos, y posteriormente el uso común más o menos adecuado.

Los conceptos no existen sin los soportes individuales reales reconocibles en la percepción según cada uno de los distintos soportes individuales. Lo que Hegel quiere señalar es la infinitud, o Dios, no son objetos que se den fuera o independientemente de nuestras aclaraciones de lo que son los números, o de cómo debemos emplear el término *Dios*.

El título nominal de la *Lógica*, esto es, *Ser* es producto de la nominalización de *algo es* (*etwas ist*). El término lógico *Nada* (*Nichts*) equivale a *algo no es* (*etwas ist nicht*). El término *llegar a ser o devenir* (*Werden*) es la nominalización de *algo deviene otro algo* (*etwas wird zu etwas*). El *ser finito* (*Dasein*) está por *algo es aquí o allí* (*da oder dort ist*). Estas nominalizaciones designan las formas expresivas *categorías* (*Kategorein*) que representan a su vez las formas semánticas más generales. En el contexto de análisis estructurales más profundos, las formas semánticas están dadas para ser aclaradas y diferenciadas.

La *causa* (*Ursache*) de cada cosa es una *imagen originaria, propia o primigenia* (*Ur-Sache*). El sentido de este término se remonta al *eidos* de Platón. El *eidos* es la *imagen originaria* (*Ur-Bild*), o *forma originaria* (*Ur-Gestalt*) de un fenómeno individual. Es la forma que supone toda articulación genérica de cosas y fenómenos. La relación entre *causa* (*Ursache*) y *cosa* (*Sache*) no es lo que comúnmente entendemos en nuestros días como *relación de causalidad*[186]. El término *Ursache* está por la voluntad de una diferenciación. La *Ursache* define una finalidad. Los intereses o los motivos que hacen desencadenar un movimiento o acción adquieren su último sentido originario en lo aquello que se quiere decir con el término latino *causa*, traducido posteriormente al alemán por *Ursache*. Esta noción es equivalente a la dada por Platón con el término *eidos*; es decir, como *forma originaria*, y posteriormente como concepto referido intrínsecamente al *bien* (sentido de finalidad). La causa última e idea de una diferenciación es la instauración de una finalidad. La causa se reduce a la posición que algo ocupa dentro de la vida humana.

186. "Dies Verhältnis gibt den unendlichen Progreß von Ursachen und Wirkungen". WdL 5, p. 167.

Las *Ur-Sachen* son los *prototipos ejemplares* que remiten a una forma general. La *causa* define a las formas presentes en los ejemplos. La *causa* es reconocer similitudes con los prototipos ejemplares. Goethe empleaba el término *causa* al hablar de la *planta primigenia* (*Ur-Pflanze*). Este concepto de *causa* aclara el método de Goethe en filosofía natural. Esta *Ur-Pflanze* se comportaba respecto a las *Pflanzen* como la *Ur-Sache* de Hegel respecto a las *Sachen*. El método de Goethe consiste reconstruir el prototipo de una planta que represente explícita e inteligiblemente la forma del desarrollo de las plantas particulares. Esta forma primigenia define las formas de nuestras clasificaciones. Goethe y Hegel reconstruyen racionalmente lo que Platón enuncia como relación entre la idea abstracta (*eidos*) y las realizaciones accidentales de la *Idea* en el mundo de la experiencia. En cada uno de nuestros discursos y predicaciones hablamos de y sobre formas genéricas, tratamos lo individual, de una forma u otra, refiriéndolo prototípicamente a algo general. Los significados transmisibles, los conceptos, son siempre algo genérico, designan tipos.

Los conceptos no son causas, en el sentido causal del término, de los fenómenos. Esto parece más bien insinuarse en Platón. La *Ur-Pflanze* de Goethe tampoco puede interpretarse como el origen histórico de todas las plantas. Los conceptos y las *Ur-Sachen* no son meras clasificaciones de cosas existentes de suyo (*an sich seiender*), tal como parece pensar Aristóteles. Se trata de los patrones reales, ejemplares construidos por nosotros, y que dirigen nuestras clasificaciones e identificaciones. Esta idea es la que rige en la mecánica como ciencia de la medida en la *Lógica* de Hegel.

Lo que llamamos *ideal* son las formas prototípicamente mostradas o representadas del actuar general o del vivir. En una praxis común general, las ideas son las directrices de lo real, de las formas de la vida humana representadas institucionalmente. Hegel propone como ejemplos de esto los ideales del arte y las ideas representadas por este arte: los objetos artísticos representan la idea, la forma de la belleza artística o también, de la belleza natural. La actividad artística es una producción de ideales, de los representantes de la *Idea* en una vida buena real y, por ello mismo, es parte de esta idea.

Las condiciones de satisfacción del concepto constituyen su misma condición de verdad. La realidad de la materia es su concepto. La simple constatación del fenómeno sensible no puede satisfacer nunca las exigencias de la ciencia. Saber lo que la cosa es supone elevar dicha cosa a su

concepto. Hegel se refiere aquí al modo en que el concepto es causa de su propio contenido y, en último término, de lo que llamamos realidad. La elaboración conceptual de la materia no se puede lograr con una reconstrucción doble del fenómeno[187]. La duplicación del fenómeno es la reflexión exterior a la cosa. Así, pensamos que conocer la causa del fenómeno significa diferenciarla del mismo. Lo exterior del fenómeno, lo que se muestra de forma inmediata, es diferente de lo interior del mismo. Las determinaciones mismas de fuerza y exteriorización, causa y efecto, exterior e interior es consecuencia de la duplicación de una única realidad en dos mundos diferentes. Pero en Hegel, el concepto del fenómeno no es algo que se encuentre más allá y detrás de las cosas, sino que es lo que existe realmente[188].

El objeto de la *Lógica* es lo que Hegel llama *Idea*[189]. La *Idea* es la forma de la razón y de toda posible elaboración conceptual: la forma ideal en el desarrollo racional de nuestros discursos y formas de acción. Una idea determinada y concreta es equivalente al significado completo: a la verdad de un discurso o de una teoría. La *Lógica* de Hegel tiene que prescindir desde el principio de toda ideología. La ideología es el carácter accidental propio de toda comprensión y opinión subjetiva. El tema de la *Lógica* es el concepto general puro del significado y de la verdad susceptible de diferenciación válida[190].

La noción de *Idea*, en el sentido de Hegel, se remonta a Platón. El esquema fundamental arquetípico que determina y orienta el uso de esta palabra (*eidos*) está tomado del discurso geométrico: las formas geométricas son las formas significativas. Estas formas nos vienen dadas en representaciones o en determinadas percepciones sensibles. Las formas son dadas por nuestras aclaraciones sobre figuras o formas concretas. En nuestras aclaraciones tomamos como base un amplio espectro de cuerpos percibidos. Las formas constituyen lo propiamente sustancial, genérico e invariante. La referencia inmediata de nuestros discursos no son las situaciones indescifrables (lo puramente inefable individual). Estas situaciones inefables se encuentran siempre en una relación determinada respecto a la

187. "Man verdoppelt so die Erscheinung". Enz 8, § 21.

188. "Die Idee ist vorhanden und wirklich, nicht etwas da drüben und hinten". Enz 8, § 24.

189. "Die Idee als reines Wissen". WdL 5, p. 67.

190. "Die Logik ist die Wissenschaft der reinen Idee, das ist der Idee im abstrakten Elemente des Denkens... das logische die absolute Form der Wahrheit... die reine Wahrheit selbst...". Enz 8, § 19.

forma. Esta relación es designada por Platón como *mathesis* (participación).

Las reflexiones de Hegel prosiguen los análisis platónicos con un espíritu aristotélico: la *mathesis* no es una relación externa entre idea abstracta y ente finito concreto (*Dasein*). Se trata de relaciones establecidas para lograr un concepto entre diferentes representaciones y articulaciones posibles del mundo de la experiencia. Las ideas mismas no son más que las formas de estas articulaciones y de sus relaciones.

La *Lógica* tiene que superar la descripción externa de su propio desarrollo. Si la *Lógica* es la manifestación progresiva de la *Idea*, su lado exterior es un residuo fáctico disperso. La forma exterior de la *Idea* aparece en las narraciones más o menos casuales de la historia de una ciencia. Es la pura secuencia de conceptos fundamentales y teorías. La única alternativa que tiene el saber de superar su propio tiempo es la identidad de forma y contenido, la identidad de significado y expresión como la verdad instantánea de su propio tiempo.

Hegel percibe, como ya había notado Goethe, que las ciencias particulares están teñidas de descubrimientos casuales (ejemplos paradigmáticos de esto son la medicina y la biología). Hegel entiende que existe una *forma general* o *Idea* en el desarrollo del saber; de las ciencias objetivas y de la reflexión (la filosofía) que aporta una unidad y contexto de contenido a todo este desarrollo[191]. Esta forma general no es sólo un postulado; sino que es lo que hace que identifiquemos real y verdaderamente una manifestación como perteneciente a esta o aquella ciencia. La identidad y la diferenciación válida de los contenidos significativos presupone la *forma de la razón*.

La reflexión filosófica presupone la experiencia del discurso y actuar ordinarios. Sin embargo, este presupuesto no es absoluto. Este presupuesto es relativo a la reflexión sobre su forma interna y externa. Sólo desde un punto de vista ulterior, desde un metanivel, se puede verificar la experiencia del discurso ordinario como tal. La filosofía y su historia es la exposición y desarrollo de la *Idea* misma en el tiempo. La filosofía es el análisis sobre el contenido esencial o no esencial a un nivel metaobjetivo. A partir de aquí, se eleva sobre la experiencia o praxis ordinaria, opo-

191. "Der Werkmeister aber dieser Arbeit von Jahrtausenden ist der Eine lebendige Geist, dessen denkende Natur es ist, was er ist zu seinem Bewußtsein zu bringen, und, indem dies so Gegenstand geworden, zugleich schon darüber erhoben und eine höhere Stufe in sich zu sein". Enz 8, § 13.

niéndose a ella[192]. En esta oposición, es la reflexión la que pone la llamada experiencia ordinaria. Esta oposición se manifiesta de forma abstracta. Los términos de *Dios*, *Espíritu* frente a *mundo*, *naturaleza*, *significado*, *contenido* frente a *expresión*, *aplicación concreta individual*.

La misma existencia de la experiencia y actuar ordinarios es percibida tan sólo de forma retrospectiva; es decir, sólo una vez que la filosofía se ha elevado sobre ella misma (la praxis ordinaria) para oponerse a ella. De esta misma oposición surge la experiencia ordinaria en tanto que *experiencia y praxis ordinaria*. La filosofía proyecta desde un *futuro* la *Lógica*; es decir, su propia condición de posibilidad en un *pasado*. La sensibilidad sería como el *pasado* de la *Lógica*.

Para Hegel lo relevante no son las impresiones inmediatas de los sentidos, sino el concepto de sensibilidad. Lo sensible es captado por Hegel como lo ya diferenciado y articulado. El concepto de sensibilidad es la esfera objetiva del sentir o del intuir susceptible de articulación. Estos dos aspectos de la actividad sensible nombran la parte por el todo: oír, oler, gustar, e incluso lo no precisamente olido, ligeramente difuso, la sensibilidad interna. Hegel llama imágenes a los objetos construidos por la imaginación. Lo que en Kant era la *Einbildungskraft*, se transforma en Hegel en los fines de la voluntad y del pensamiento práctico. En general podríamos decir que los pensamientos son los objetos del pensamiento. La necesidad interna de la filosofía es elevar a concepto los pensamientos como tales. Esto implica lograr un concepto en su identidad real y no meramente abstracta[193].

La expresión externa de los pensamientos es lo fijo e no idéntico con el pensamiento mismo. Esto tiene lugar explícitamente cuando el pensamiento se transforma en regla. De forma implícita esto tiene lugar cuando el pensamiento se consolida como legalidad fijada por la costumbre en el uso común de expresiones. La relación de equivalencia externa es simultáneamente demasiado precisa como imprecisa. La equivalencia externa valora, por un lado, demasiado poco como equivalente si lo comparamos con lo que el contenido o el pensamiento pueden valorar como tal, ya que para ello necesitamos variaciones expresivas. En su fijación

192. “Das Denken ist wesentlich die Negation eines unmittelbar Vorhandenen”. Enz 8, § 12.

193. “So kommt er zu sich selbst, in tiefsten Sinne des Wortes, denn sein Prinzip, seine unvermischte Selbstheit ist das Denken: In diesem seinem Geschäfte aber geschieht es, daß das Denken sich in Widersprüche verwickelt, d.i, sich in die feste Nichtidentität der Gedanken verliert...”. Enz 8, § 11.

como convención externa es demasiado abstracta de lo que comprende cada contenido concreto del pensamiento. Para ello requerimos de juicios que trasladen los ejemplos prototípicos ya conocidos para una diferenciación general sobre lo concreto en una nueva situación.

El problema de Hegel consiste en comprender la paradoja del significado conceptual y particularmente de la abstracción de un contenido general a partir de las representaciones concretas externas. Hegel nota la contradicción entre exactitud superficial y rigor interno del contenido. El significado de las reglas formales de valoración de percepciones individuales o del comportamiento como idénticas o diferentes reside en que nos conducen a clasificaciones estables de valoración desde el punto de vista intersubjetivo. Con ello obtenemos conceptos claros tales como los de las figuras, las formas, esquemas sobre los controles más o menos directos para la intuición.

La igualdad o equivalencia de contenido y significado no se puede reconstruir de forma exacta y esquemática. Aquí juega un papel fundamental la complejidad en la representación semiótica de la experiencia, así como la posible transmisión de los contenidos. Esto es lo que introduce el recuerdo común, la historia, así como los juicios libres por los que desarrollamos y ampliamos el desarrollo común de un signo[194].

Existe una apertura necesaria de los significados en el desarrollo del uso de representantes y del juicio que para ello se requiere. Hegel habla de la libertad del concepto (*Freiheit des Begriffs*). Todo aquél que no reconoce esta apertura (posibles modificaciones y variaciones en el curso del desarrollo) piensa abstracta y esquemáticamente, aún cuando entienda que está pensando concreta y exactamente. El que así opera permanece sujeto a la superficialidad del uso convencional reglado por el empleo de un signo determinado, por lo que no ha conseguido liberar a éste y no capta el concepto o significado.

El pensamiento reflexivo toca los contenidos y significados a partir de sus exteriorizaciones y equivalencias expresivas. Con ello topamos con algo externo, opuesto al pensamiento como contenido. Este es un obs-

194. El concepto de mismidad de sentido de expresiones matemáticas, nombres, proposiciones, no es definible esquemáticamente. Sólo tenemos condiciones veritativas claras para definir la identidad de referencia general $N = M$ entre nombres abstractos o bien la equivalencia valorativa veritativa. Esto implica que la dimensión intensiva (significativa) se encuentra en matemáticas, y debido fundamentalmente a la indeterminación global o local de valoraciones equivalentes, tiene una dimensión irreductiblemente vaga. La razón es la intrínseca dependencia del contexto determinado.

táculo por el cual el pensamiento no logra ser sí mismo[195]. Hegel nota que el núcleo de toda la dificultad reside en que sólo existe pensamiento en un operar con figuras, palabras y símbolos. Las figuras, las palabras y los símbolos, pueden permanecer, en cuanto tales, sin pensamiento. Puede ocurrir que entendamos por pensar la reproducción de esquemas ya prefabricados. Hegel habla en tal caso de *Verstand*, adoptando la terminología kantiana con el fin de traducir el término latino *ratio*: simple capacidad de seguir comúnmente todo tipo de reglas esquemáticas.

En cambio, *racional* es un comportamiento en que se siguen reglas reconocidas y verificadas generalmente. La mera racionalidad es, sin embargo, algo de naturaleza convencional y conservadora. Siempre existen casos y motivos respecto a los cuales, un desplazamiento de la norma común no debe interpretarse como un signo de irracionalidad, sino precisamente de razón. Lo meramente racional es, en su fijación dogmática, un comportamiento más bien irracional: excluye conceptualmente una adecuación o adaptación al mundo real y un desarrollo de los esquemas del juicio y de la acción.

La *razón* es la facultad de abordar sistemas de reglas de racionalidad y criterios de forma autónoma y libre atendiendo a correcciones y relevancias finitas. La razón se ocupa de la situación del problema bajo distintas alternativas[196]. Bajo la mera consecución de reglas (argumentativo-lógicas) o patrones es imposible resolver completamente la contradicción entre un comportamiento esquemático-lingüístico (no-espiritual) y un pensar o actuar autónomos. La esencia del pensar consiste en un auto diálogo libre que no depende de la consecución de reglas previamente impuestas, sino que también atiende, entre otras cuestiones, a los límites del significado de este tipo de reglamentaciones y a su momento convencional.

Uno de los aspectos fundamentales de la *Lógica* de Hegel es la superación de toda ciega obsesión en una lógica meramente formalista, y en cuanto tal, carente de pensamiento en sus reglas fijas de constitución significativa y argumentación. La perspectiva que tiene que adoptar la

195. "Sich selbst nicht erreicht, vielmehr in seinem gegenteil befangen bleibt. Das höhere Bedürfnis geht gegen dies Resultat des nur verständigen Denkens und ist darin begründet, daß das Denken nicht von sich läßt, sich auch in diesem bewußten Verluste seines Beisichseins getreu bleibt, auf daß es überwinde, im Denken selbst die Auflösung seiner eigenen Widersprüche vollbringe". Enz 8, § 11.

196. "Die Natur des Denkens selbst die Dialektik ist, daß es als Verstand in das Negative seiner Selbst, in den Widerspruch geranten muß". Enz 8, § 11.

Lógica es la de desarrollar los significados y las argumentaciones en un diálogo, sin fijarlas para siempre.

Hegel emplea los términos en la forma del *singulare tantum*, tales como *Yo*, *la conciencia*, para designar las formas. Este singular es la manera expresiva más adecuada de designación. No se trata de adecuaciones accidentales dentro del conjunto de individuos particulares, sino de formas generales del reflexionar y del pensar consciente. Hablamos en general de la forma de la circunferencia, y no de los círculos empíricos.

En este sentido, desde la tensión interna descrita, existen dos formas fundamentales de considerar la *Lógica*. En un primer sentido, el comienzo de la *Lógica* supone el contenido de las todas las ciencias, así como todos los contenidos particulares de la conciencia (*Phänomenologie des Geistes*). En tal caso consideramos la *Lógica* desde el espíritu subjetivo[197]. De hecho, la exposición de la *Lógica*, el origen del pensamiento matemático y su aplicación al mundo físico, obedecen a una necesidad subjetiva. La *Lógica*, desde un punto de vista subjetivo, es un resultado. Como tal resultado, supone los contenidos de las ciencias particulares.

En otro sentido, en cuanto consideramos el comienzo en sí mismo, la *Lógica* no supone nada[198]. Hegel trata continuamente de mantener esta tensión a lo largo de toda su exposición. No se trata de justificar el orden de las categorías respecto al fundamento, como si una fuera prioritaria sobre la otra, sino de exponerlas (en orden a un logos de sentido)[199]. En la exposición, lo importante es cómo se manifiesta el objeto, y de aquí la relevancia del espíritu subjetivo. No se trata de fundamento, sino de incremento de la intuición eidética y de apertura a un nuevo horizonte comprensivo. La tensión descrita –entre necesidad subjetiva y exposición objetiva– aclara los motivos por los que Hegel, a lo largo de la *Lógica*, necesita recurrir a ejemplos tomados de la matemática y la física, con el fin de aclarar conceptos especulativos.

197. "Erst aus der tieferen Kenntnis der anderen Wissenschaften erhebt sich für den subjektiven Geist das Logische als ein nicht nur abstrakt allgemeines, sondern als das den Reichtum des Besonderen in sich fassende Allgemeine;...". WdL 5, p. 54.

198. "Hier ist das Sein das anfangende, als durch Vermittlung, und zwar durch sie, welche zugleich aufheben ihrer selbst ist, entstanden dargesttelt; mit der Voraussetzung des reinen Wissens, des Bewußtseins, soll aber keine Voraussetzung gemacht, der Anfang selbst unmittelbar genommen werden, so bestimmt es sich nur dadurch, daß es der Anfang der Logik, des Denkens für sich, sein soll". WdL 5, p. 68.

199. "Ist nichts zu tun, als das zu betrachten oder vielmehr mit Beisetzung aller Reflexionen, aller Meinungen, die man sonst hat, nur aufzunehmen, was vorhanden ist". WdL 5, p. 68.

La *Lógica*, tomada en su primer sentido, adquiere sentido y significado como resultado de la experiencia [experiencia tomada en el sentido fuerte es todo lo que constituye la ciencia, tanto en su dimensión empírica como histórico-cultural][200]. En cuanto la *Lógica* se considera en sí misma, nos encontramos en la esfera de una suprema pobreza de contenidos[201].

La *Lógica* de Hegel no tiene nada que ver con una producción. La *Lógica* no es una genética de contenidos, porque en el universo hegeliano no acontece nada (en el sentido de hechos o de sucesos). Todo ha sido *ya*: el fin está ya dado de antemano. La existencia de un tiempo, separado de la eternidad, es una necesidad (subjetiva) práctica que posibilita nuestra actuación científica y moral. La realidad (en Hegel racional) es, sin embargo, muy diferente.

Hegel encuentra una necesidad interna propia de la *Lógica*. Ninguna de las formas y contenidos es una secuencia de casualidades. La *Lógica* es la exposición de la forma de la razón. Hegel habla en este sentido de *Espíritu* o *Dios*. La forma de la razón es la forma esencial del desarrollo racional de nuestra cultura. Es el sentido dialógico-dialéctico del tiempo especulativo.

La reflexión filosófica se ocupa esencialmente de la propia comprensión del espíritu y de la explicitación de la *Idea* de la razón. En Hegel se trata fundamentalmente de una auto-revelación de la *humanidad*. Todo intento satisfactorio por articular los momentos esenciales, la forma interna, y sus manifestaciones (lo que llamaríamos sus realizaciones reales) amplía las posibilidades generales de lograr el concepto de hombre en su puesto frente al mundo. La realización de estas formas en el desarrollo propio y devenir de la conciencia es lo que Hegel quiere subrayar en sus exposiciones sobre la historia de la filosofía.

Hegel distingue entre una descripción histórico filosófica y una mera historiografía descriptiva: entre una ciencia de la naturaleza ordenada según leyes y una historia natural puramente empírica o meramente clasificatoria. De este modo distinguimos entre una filosofía o teoría y una pura historia. La pura historia puede controlarse por las noticias inme-

200. "So erhält das Logische erst dadurch die Schätzung seines Werts, wenn er zum resultate der Erfahrung der Wissenschaften geworden ist; es stellt sich daraus als die allgemeine Wahrheit, nicht als eine besondere Kenntnis neben anderen Stoffe und Realitäten, sondern als das Wesen alles dieses sonstigen Inhalts dem Geiste dar". WdL 5, p. 55.

201. "Das System der Logik ist das Reich der Schatten, die Welt der einfachen Wesenheiten, vor aller sinnlichen Konkretion befreit". WdL 5, p. 55.

diatas que aportan los documentos. La teoría aporta un orden amplio. Este orden teórico es el fundamento constructivamente dispuesto para toda posible comprensión y concepto relativo al mismo tiempo que invariante desde el punto de vista situacional.

La dimensión descriptiva de las ciencias es lo que Hegel llama positivo: las ciencias históricas son ciencias positivas. Otro uso del término positivo se asimila a lo que nosotros llamaríamos *positivismo*. Hacemos de la actividad científica una actividad positivista cuando no reconocemos sus determinaciones como limitadas[202]. Las determinaciones empleadas por las ciencias particulares dependen de los métodos concretos de representación, fines y presupuestos generales. La postura positivista no reconoce un tratamiento a nivel superior de las determinaciones que emplea: aclaraciones esenciales por parte de una filosofía o teoría, así como los problemas unidos a una correcta elaboración del concepto aportado por las aclaraciones dadas. La posición positivista adopta las determinaciones teoréticas como simplemente válidas desde el principio. La limitación de la forma está íntimamente relacionada con el fundamento último de este tipo de conocimientos, constituido en parte por razonamientos subjetivo-arbitrarios, creencias, sentimientos, autoridad o intuición externa e interna. Hegel menciona explícitamente aquellas filosofías que pretenden fundarse en una antropología; es decir, en una experiencia inmediata que no ha logrado suficientemente su propia forma conceptual lógica[203].

Toda exigencia del saber; comprensiones e interpretaciones, pueden ser valoradas correcta o incorrectamente desde el fondo común del saber que constituye la mejor realización del concepto perteneciente a un tiempo. Siempre que podamos suponer que el desarrollo fáctico de la cultura realiza verdaderamente las formas constitutivas de un progresivo desarrollo, entonces tendremos buenas razones para mejorar el concepto sobre las posibilidades presentes del saber y lo concebido considerado

202. "Ihre Bestimmungen nicht für endlich erkennen, noch den Übergang derselben... in eine höhere Sphäre aufzeigen, sondern sich für schlechthin geltend annehmen. Mit dieser Endlichkeit der Form hängt die des Erkenntnisgrundes zusammen, welcher teils das Räsonnement, teils Gefühl, Glauben, Autorität innern oder äußern Anschauung ist. Auch die Philosophie, welche sich auf Anthropologie, Tatsachen des Bewußtseins, innere Anschauung oder äußere Erfahrung gründen will, gehört hierher". Enz 8, § 16.

203. Hegel no critica la mera forma empírica de la representación científica ("bloß die Form der wissenschaftlichen Darstellung empirisch"), siempre que ésta exponga los ordenamientos, las leyes y estructuras conceptuales esenciales en la intuición de manera correcta.

hasta el *momento* como el mejor[204]. Estas formas no son aquellas que por definición nos son fácticamente accesibles. Estas formas constituyen un absoluto: lo que respecto a nosotros no es un patrón meramente relativo y está abierto a posibilidades futuras de impredecibles mejoras[205]. En Hegel

204. Los enunciados históricos vienen marcados por un índice temporal. Ahora bien, cuando son verdaderos, entonces son eternamente verdaderos. Un saber genérico, pronosticable y articulado técnicamente, puede ser relegado en un futuro debido; por ejemplo, a ciertos problemas que ahora son impredecibles. Sin embargo, mientras siga siendo el mejor saber disponible constituye un momento necesario del propio desarrollo racional del saber. En un *Ahora* es tan verdadero como lo pueda ser este tipo de saber (en la medida en que es valorado como tal). El relativismo cultural, las tesis históricas o las distintas concepciones del mundo quieren ignorar este hecho del concepto del saber y de razón (FAYERABEND, P., *Wider den Methodenzwang*. Frankfurt 1976. *Erkenntnis für freie Menschen*. Frankfurt 1980. R. Rorty). La historia sociológica de las ciencias (KUHN, Th., *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago (U .P) 1962, I. Lakatos, *Proofs and Refutations. The logic of Mathematical Discovery*. Cambridge 1976., *Mathematics, Sciencie and Epistemology*. Cambridge 1978.) quiere prescindir, así mismo, de la diferencia fundamental entre el mejor desarrollo posible de nuestro saber común y el hecho de que, con frecuencia, se imponen las opiniones de un grupo o de ciertos individuos. Sin embargo, Hegel advierte aquí, que con ello no atendemos a la existencia de todo tipo de problemas fácticos para exponer como concepto un estadio anterior del saber en un momento necesario del mismo. El recurso a conceptos tales como *consenso* y *tolerancia* (propios de un humanismo cívico científico) , junto con la continua referencia a la falibilidad de nuestro poder y saber nos llevan a oscurecer con frecuencia la diferencia entre el saber y la opinión. Sin embargo, debemos advertir que puesto que el juicio racional descansa en el espectro más amplio posible de experiencias no disponemos de una línea aguda esquemática que delimite los juicios racionales de los meros juicios subjetivos.

En todo caso, debemos admitir que un punto fundamental de la filosofía práctica de Hegel se centra en cuestionar la correcta comprensión de una religión dentro de una sociedad secularizada. Sin conocer el puesto que ocupan las tradiciones religiosas en nuestra propia comprensión cultural y en nuestras valoraciones prácticas y políticas, adoptaríamos todas estas formas inconscientemente o las sustituiríamos de forma casual por opiniones individuales. Uno de los objetivos centrales de la filosofía, ya desde la época de Platón, consiste en transformar críticamente los contenidos fundamentalmente dogmáticos de las religiones. Además, los principales objetivos de la filosofía se centran igualmente en las condiciones de posibilidad del desarrollo dialógico-dialéctico de una sociedad en su dimensión fáctico moral, económico-técnico y en el ordenamiento jurídico estatal. Las condiciones deben ser establecidas por la formación común de la capacidad de análisis crítico y juicio racional. El fundamento para la constitución de esta capacidad y juicio es el fondo constituido por el conocimiento de formas generales y particulares de una vida humana común. Hegel, siguiendo la tradición de Sócrates y Platón, particularmente en su *Politeia*, propone un objetivo claramente pedagógico. En este mismo objetivo, se contienen relacionadas entre sí sistemáticamente, las partes de la filosofía, lógica (*Logik*), física (*Physik*) y ética (*Ethik*).

205. No se trata, como pretende Popper, de que Hegel sea el soberbio y autonombrado intérprete autorizado del espíritu del mundo y del curso histórico. Lo que Hegel quiere decir es que la última filosofía según el tiempo, es un resultado dialógico-dialéctico de todas aquellas que la han precedido. La absoluta naturaleza del pensamiento de Hegel se funda en su reconocida relatividad a una problemática nacida y desarrollada en el tiempo. La última filosofía es fáctica e idealmente el mejor desarrollo y maduro contenido de un tiempo. “Die der Zeit nach letzte Philosophie ist das Resultat aller vorhergehenden Philosophien und... daher, wenn anders sie Philosophie ist, die entfaltetste, reichste und konkreteste”. Enz 8, § 13.

el sistema es cerrado por ser auto-referencial, no por la ausencia de autocrítica[206].

Existe sólo un desarrollo de la filosofía como único verdadero. La consideración histórica de las distintas filosofías es algo superficial. Pueden producirse errores en el desarrollo de la ciencia. Sin embargo, no existe una inconmensurabilidad científica absoluta entre las teorías; por ejemplo, entre la física aristotélica y lo que en nuestros días llamamos física[207]. La mediación es ciertamente compleja, sobre todo, cuando no tenemos suficientemente en cuenta la perspectiva de los diferentes temas, de las esferas diversas de experiencia y disposiciones finales. La razón de no tener estos aspectos en cuenta reside en que tendemos a afirmar la existencia de una única verdad y de una única ciencia.

El desarrollo de la cultura espiritual, de instituciones y usos, tanto lingüísticos como no lingüísticos, no puede ser expuesto en filosofía siguiendo el curso de una historia externa. La exposición debe ser sistemáticamente realizada como concepto en sus diferentes formas. Los pensamientos verdaderos son libres. Esto significa que son producto de un actuar libre, del juicio, de la identidad de un pensamiento en el contexto de un espacio libre de juego. En un cierto marco tenemos, siempre abierto y por ello mismo no esquemáticamente fijo, las expresiones que valoramos como equivalentes al expresar un mismo pensamiento[208]. Todo pensamiento es de suyo concreto en sí mismo[209]. La manifestación concreta del pensamiento se revela en su desarrollo unido íntimamente a sus posibles exteriorizaciones. Su identidad es única e individual dentro de la valora-

206. Tal como Félix Duque pone de manifiesto (*Historia de la filosofía moderna. La era crítica*. Akal, Madrid. 1998) la captación de sí por parte del Espíritu (que en nuestra interpretación es el desarrollo de la humanidad tomado como una totalidad) implica una variación categorial. “Todas las revoluciones, en las ciencias no menos que en la historia mundial, provienen únicamente de que el espíritu, para entenderse y percibirse a sí mismo, para tomar posesión de sí, ha variado sus categorías, captándose más íntima y exclusivamente a sí mismo de un modo cada vez más verdadero y profundo”. Enz 8, § 246. Toda la obra de Charles S. Peirce es un reflejo de las objeciones y contradicciones fruto de una evolución objetiva por parte del mundo. Los escritos de Peirce tienen un marcado carácter evolutivo ya que considera que el mundo está sujeto a un principio evolutivo que afecta también a sus teorías. Peirce consideraba que sus teorías estaban siempre abiertas a cuantas correcciones pudieran sugerirle la experiencia y la comunidad de investigación. Esto se traduce en un proceso continuo de autocorrección que dificulta la interpretación de sus escritos.

207. Entre la teoría de la gravitación de Newton y la de Einstein, la doctrina de los colores de Newton y la de Goethe.

208. Frege ha reconocido particularmente la dificultad que presenta determinar la identidad de un pensamiento.

209. “Der freie und wahrhafte Gedanke ist in sich konkret”. Enz 8, § 14.

ción determinada de las expresiones concretas dadas precisamente como sus expresiones.

Todo pensamiento es forma interna o idea de sus expresiones o de sus manifestaciones externas. La *Idea* es la forma interna, el contenido de la expresión del pensamiento. Hegel habla con frecuencia del *Absoluto* o de la *Idea*. Lo *Absoluto* es la forma general de los pensamientos en sus formas externas de clase e identidades internas (significados o contenidos)[210]. Así, tiene en cuenta la identidad temporalmente asumida: la identidad de un pensamiento contiene tras de sí todo tipo de desarrollos y modificaciones en las formas expresivas y en las instituciones externas.

Las formas internas y externas de una actividad sólo pueden ser expuestas adecuada y correctamente en el marco de un sistema. Las formas sólo se muestran como verdaderas dentro del sistema. La identidad de las formas viene dada por delimitación frente a otras[211].

Sólo podemos comprender las expresiones y manifestaciones externas que son respuestas a preguntas determinadas. Estas cuestiones pueden ser tesis científicas o filosóficas. En todo caso, se trata de soluciones concretas a problemas relevantes y generalmente conocidos. No existen enunciados verdaderos absueltos de todo contexto[212]. Sólo son comprensibles en su generalidad los términos, las palabras o las proposiciones desde la perspectiva de un contexto mucho más amplio. Éste es el sentido de la expresión hegeliana *momento*: cada contenido o significado es sólo un *momento*, un aspecto provisional. La naturaleza provisional de todo contenido nos indica su intrínseca pertenencia a la historia anterior de un uso. Un contenido adquiere sentido por el *límite* establecido por nosotros atendiendo a un empleo común del mismo. Newton emplea el término de *momento* dentro de su cálculo de fluxiones para referirse a un determinado aspecto bajo el que debemos considerar las magnitudes. Este aspecto bajo el que deben ser consideradas las magnitudes se identifica con la natu-

210. "...und so ist er Idee, und in seiner ganzen Allgemeinheit die Idee oder das Absolute". Enz 8, § 14.

211. "Die Wissenschaft desselben ist wesentlich System, weil das Wahre als konkret nur als sich in sich entfaltend und in Einheit zusammennehmend und-haltend, d.i. als Totalität ist, und nur durch Unterscheidung und Bestimmung seiner Unterschiede, die Notwendigkeit derselben und die Freiheit des Ganzen sein kann". Enz 8, § 14.

212. "Ein Inhalt hat allein als Moment des Ganzen seine Rechtfertigung, außer demselben aber eine unbegründete Voraussetzung oder subjektive Gewißheit". Enz 8, § 14.

raleza misma de la cosa: el aspecto que define a estas magnitudes es él mismo aspectual por la naturaleza de la relación que define[213].

Si eliminamos y abstraemos el contexto, lo que permanecen son meras opiniones. Fuera de la *Lógica* lo que existe son reflexiones y consideraciones infundadas sobre certezas relativamente inmediatas. La identidad de todo pensamiento y expresión lingüística es aquello que sólo podemos comprender como un cierto movimiento en un espacio lógico de juego. La identidad del pensamiento es un *momento*: es el aspecto manifestativo de un diálogo común, en cada caso concreto, y con un tema igualmente concreto en cada caso. Fuera del contexto (*Totalität* en Hegel) es imposible reconocer la condición de posibilidad que aporta contenido al discurso en cuestión. Podemos percibir la importancia de esto si atendemos a los usos y empleos que no están situados en un contexto correcto. Por este camino, los usos y empleos de los términos terminan por adoptar una configuración absoluta[214].

La oposición entre expresión y contenido; esto es, entre *mundo* y *Dios*, pertenece a un primer paso en el desarrollo propio del espíritu. La forma se va haciendo consciente de sí misma en su propio pensar. Con esta oposición empezamos a tomar en cuenta explícitamente nuestra propia experiencia, nuestro propio hacer y vivir, así como sus formas generales. Hegel conserva el significado propio del lenguaje religioso, despojándolo de toda consideración sobrenatural. Su objetivo es reconstruirlo y conservarlo. La oposición *Dios*, *mundo* prepara una elevación decidida hacia la consideración de nuestro saber y actuar a nivel reflexivo: fuera de esta reflexión, el término *Dios* carece de todo contenido[215].

213. La *infinitud*, extensionalmente considerada, carece por ello mismo, de sentido tanto en Newton como en Hegel. Por esta razón, Hegel adopta el término momento del cálculo de Newton para referirse a la forma, al contenido significativo que tenemos cuando comprendemos el empleo y las manipulaciones cuantitativas que introducimos.

214. La naturaleza absoluta del sistema de Hegel se podría predicar igualmente del de Aristóteles o Platón. El sistema es resultado de una madurez, y por tanto, no se comienza ni se termina nada. Tal como el mismo Hegel señala, no se trata de asignar un principio con el fin de distanciarse de otros, "von einem beschränkten, von anderen unterschiedenen, Prinzip...; es ist im Gegenteil Prinzip wahrhafter Philosophie, alle besondern Prinzipien in sich zu enthalten". Enz 8, § 14.

215. En Hegel no existe una dicotomía pascaliana entre el Dios de la filosofía y el Dios de la vida. Si la filosofía tiene por objeto la verdad, entonces ésta es inmediatamente viva. En caso contrario, la filosofía no sería una actividad seria, se limitaría a hablar de cosas en las que no se sabe de qué se habla. Hegel anula toda posibilidad a una escisión como la dada en el primer Wittgenstein entre la vida y la lógica, entre el pecado y la razón.

El discurso de nuestros análisis metaobjetivos se sitúa en una relación negativa frente al nivel objetivo. El nivel metaobjetivo limita al objetivo, y le obliga a definirse como un discurso finito. Al comenzar no tenemos más que una oposición abstracta y puramente verbal. En un principio, las expresiones del tipo *libertad de la razón* (*die Freiheit der Vernunft*), *lo absoluto* (*das Absolute*) o *la totalidad* (*das Ganze*) resultan huecas y vacías si las comparamos a las reglas finitas determinadas del entendimiento o del mundo cualitativamente articulado de las percepciones y experiencias.

Las ciencias experimentales triunfan sobre una oposición formal traducida bajo las formas de *Dios* y *mundo*. En las ciencias naturales esta oposición se concreta en la relación entre la *totalidad teorética de las leyes naturales* (*Gott*, *objektive Wahrheit und Notwendigkeit*) y las manifestaciones individuales de la naturaleza explicadas por ellas (*Welt*, *reale Erfahrung*). Las leyes las tomamos primeramente en el nivel objetivo: por ello hablamos de legalidad de la naturaleza en el modo de una pura inmediatez, sin reflexionar sobre la constitución de las leyes como disposiciones formadas y dispuestas por nosotros[216].

Hegel analiza conceptualmente el surgimiento y desarrollo de los conceptos o de los significados como la historia del curso reflexivo sobre un uso ya común (acción ya comúnmente establecida). Al mismo tiempo, investiga las posibilidades de una explícita reflexión de este tipo. Los resultados se hunden y se contienen en un nuevo uso: se convierten en presupuestos evidentes del nuevo empleo a nivel objetivo, y como tales, contenidos en este uso. Este uso se refleja implícitamente en sí mismo (*in sich reflektiert*). Cada explícita reflexión o toda ella está condicionada por lo experimentado y conocido (*das Aposteriorische*).

Lo *a priori* es captado por Hegel como la mediación inmediata del pensar y del hablar. Una evidencia generalmente supuesta. Esta evidencia representa la totalidad de los presupuestos. Los presupuestos median la identidad general del contenido o del significado del discurso (denominado aquí *Bei-sich-sein*). En el discurso o pensar objetivo prescindimos siempre de las condiciones presupuestas del entender común, de la constitución de significados comunes, suponiéndolo como dado o bien como conocido[217].

216. Hegel reformula el *Deus sive Natura* de Spinoza bajo esta última perspectiva de las cosas.

217. “Die eigene aber in sich reflektierte, daher in sich vermittelte Unmittelbarkeit des Denkens (das Apriorische) die Allgemeinheit, sein Bei-sich-sein überhaupt; in ihr ist es befriedigt

Siempre que queremos articular algo, decir algo, lo hacemos en virtud del conocimiento supuesto existente entre la relación aparentemente inmediata de un signo frente a lo designado. Únicamente sobre este fondo general común, adquieren un contenido determinado las condiciones de satisfacción del nivel objetivo del pensar o hablar. Sólo sobre la base de un extenso saber previo general entendemos el sentido y el significado de las proposiciones generales. En cuanto estas proposiciones generales aparecen como proposiciones del nivel objeto según la forma, producen la apariencia de reflejar la referencia inmediata respecto al mundo real[218].

El uso común, el pensar ordinario, está ya reflejado en sí mismo de la manera descrita. En el uso mismo no reflexionamos sobre el uso, sobre las formas y presupuestos generales comunes. No existe uso, concepto o pensar que reflexione sobre sí mismo (*auf sich*). Por el contrario, todo discurso reflexivo o especulativo es un análisis explícito del sentido y una reflexión a nivel superior sobre las formas del pensar o bien del uso común ordinario. Las formas de este tipo de discurso son objeto temático al igual que son objeto de reflexión. Hegel reconoce la diferencia fundamental entre un hacer objetivo y una reflexión metaobjetiva sobre un pensar, hablar y hacer siempre susceptible de contrario.

De forma implícita tratamos la relación conceptual entre la regla y su aplicación, entre la ley y su seguimiento, entre todo caso general y su particularización concretada en un caso individual. Cuando nos queremos referir a una regla, necesitamos nombrarla de una u otra forma, por ejemplo con la expresión *R*. En tal caso, hablamos de la regla como si se diera idéntica consigo misma independientemente de lo que nosotros llamamos sus aplicaciones. Sin embargo, esta regla es sólo tal por cuanto por ella conocemos consecuciones o comportamientos de acuerdo a la regla *R*. A partir de aquí, podemos diferenciar un comportamiento que no se adecua o no es conforme a *R*, o bien es conforme a *R* según ley. Ahora bien, si suponemos esta diferencia como algo fijo y determinado así para siempre, careceremos en tal caso de un desarrollo conceptual propio de la regla *R*. En consecuencia, hablaremos de la regla bajo el modo idealizado

in sich, und insofern ist ihm die Gleichgültigkeit gegen die Besonderung, damit aber gegen seine Entwicklung, angestammt". Enz 8, § 12.

218. De forma semejante, comprobamos que los enunciados de la aritmética producen la apariencia de ser objetos matemáticos y verdades en sí mismas independientemente de nuestras operaciones con figuras y la introducción de condiciones veritativas para proposiciones figurativas, tales como las ecuaciones.

(*sub specie aeterni*): presupuesto *a priori* atemporal en nuestros intentos de juicio en la consecución común de la regla.

En cuanto suponemos una comprensibilidad general de las formas del discurso lingüístico, abstraemos del uso fáctico del lenguaje y de la siempre fáctica y limitada capacidad funcional. Abstraemos en definitiva de desarrollos posteriores en la constitución abierta de los significados, y con ello también de su dimensión histórica. Hablamos tal y como si los significados fueran eternos y generales, invariantes en su perspectiva situacional y así, dados a las expresiones (ésta es precisamente una falsa idealización de las complejas y concretas relaciones que implica una semántica profunda del concepto).

En cuanto el uso normal es funcionalmente viable no se requiere reflexión sobre él. Juzgamos inmediatamente si sus condiciones están o no satisfechas, sin atender a las condiciones o al juzgar mismos. De acuerdo con ello, seguimos reglas institucionalizadas o constatamos dificultades sin que tengamos un concepto explícitamente articulado de la regla.

Hegel suele emplear como ejemplo de esto el discurso religioso. Una reflexión sobre el sentido y la constitución del significado de un discurso (en el caso de Hegel el religioso), no modifica en nada su función general. La comprensión de una praxis, nuevamente elaborada desde el punto de vista crítico, más precisivamente diferenciada, no cambia nada el que ésta logre satisfacción, o en caso de una contemplación intuitiva, una especie de beatificación (siempre y cuanto lo realice de manera real y racional)[219].

Lo que se modifica en el análisis crítico es algo completamente diferente. Se trata de la conciencia del contexto funcional, así como su juicio. Se trata, no tanto de una innovación radical, como de una mejora del rendimiento y los límites del concepto. Ahora bien, esto constituye al mismo tiempo una modificación del fenómeno mismo.

En la época de las ciencias empíricas resultaría demasiado formal filosofar únicamente con formas conceptuales demasiado generales, tales como las de *Ser* (Parménides) o *devenir* (Heráclito). Estas formas son demasiado generales como para reflexionar sobre una diversidad tan extendida de conceptos y formas fundamentales[220].

219. "...wie die Religion, ob entwickelter oder ungebildeter... dieselbe intensive Natur der Befriedigung und Beseligung besitzt". Enz 8, § 12.

220. "In dem die Philosophie so ihre Entwicklung den empirischen Wissenschaften verdankt, gibt sie deren Inhalte die wesentlichste Gestalt der Freiheit (des Apriorischen) des Denkens und die

Hegel muestra un esbozo del desarrollo general que parte de una meditación de la relación general entre el espíritu y la naturaleza y que alcanza hasta los análisis concretos de los conceptos, los significados de nuestros discursos y el contenido de nuestro saber. Lo que la tradición llama *Dios* o *Espíritu* es ahora la forma de la vida espiritual de los hombres. Esta vida espiritual es elaborada conceptualmente bajo la forma concreta de lo que comúnmente denominamos cultura.

Como tema central de la reflexión filosófica tenemos los presupuestos condicionales del discurso objetivo de las ciencias. El contenido esencial o las formas internas de las ciencias objetivas está objetivado como concepto en lo constituido por disposiciones a priori relativamente libres, tal como en el marco de una teoría matemática. Las necesidades definidas como teorético internas se verifican fundamentalmente en el uso de la teoría como representación de la experiencia. Estas piezas teoréticas no representan hechos de una forma absolutamente inmediata. La forma misma de la representación impregna esencialmente el concepto mismo de hecho.

No existe saber, pensar y razón sin la posesión concreta de formas susceptibles de ser elevadas a concepto al mismo tiempo que son intersubjetiva e invariantes desde su situación. En particular, es de suma importancia la capacidad misma para reconocer los representantes concretos, los signos que actúan como soportes o las formas de acción. La suposición empirista y también kantiana de una percepción inmediata (los datos de los sentidos como dato bruto o fenómeno) desde lo individual, mediado por un aparato psicológico de recepción y elaboración al que pertenecen también la conducta en una interacción con el mundo de la experiencia, contradice las relaciones sobre el modo en que realmente percibimos, tratamos y juzgamos algo individual y particular como algo general.

La fijación esquemática de criterios de sentido es la renuncia a ciertos niveles de la reflexión, y sobre todo en Hegel, la renuncia a la actividad filosófica[221]. Primero tenemos las formas dadas externamente en un uso,

Bewährung der Notwendigkeit statt der Beglaubigung des Vorfindens und der erfahrenen Tatsache, daß die Tatsache zur Darstellung und Nachbildung der ursprünglichen und vollkommenen selbstständigen Tätigkeit des Denkens werde". Enz 8, § 12.

221. La limitación de la matemática a la demostración deductiva en el marco de una teoría axiomático formal significa, sin más, la renuncia a una meditación rigurosa de modelos de sistemas axiomáticos. Sin esta meditación, es imposible juzgar estrictamente el sentido de un posible operar externo en teorías axiomáticas. El juicio sobre el sentido de los modelos tiene que abandonar el marco de la matemática pura. Tiene aplicaciones y disposiciones finales como tema y debe mostrar la satisfacción de los objetivos en un cierto contexto.

sea de palabras o de signos. Sin embargo, no estamos obligados a mantener estas formas. En los discursos meta-reflexivos superamos estos límites y analizamos las formas junto con las formas representativas de los esquemas de acción. La reflexión misma es la superación de las mismas. Todas las teorías se construyen sobre la base de los presupuestos que condicionan su misma articulación y exposición. Hegel trata de reflejar todo tipo de analogías, metáforas y nuevas configuraciones lingüísticas que constituyen la base de la pre-comprensión que hace uso del lenguaje ordinario. En las articulaciones empleadas por Hegel para reflejar todos estos contenidos se vuelven a manifestar todos ellos: precisamente el reflejo de este reflejo es lo que Hegel llama *esencia*[222].

2. LA RECONSTRUCCIÓN CIENTÍFICA DE LOS PRINCIPIOS LÓGICOS BÁSICOS EN LA *LÓGICA*.

2.1. *La validez de los primeros principios en la "Lógica" de Hegel*

Hegel se propone en primer lugar un análisis significativo del *principio de tercio excluso* (*Satz vom ausgeschlossenen Dritten*)[223]. Este principio es conocido en la moderna lógica formal clásica no-intuicionista como *principio de bi-valencia* o *principio de verificación*.

Los análisis críticos de Hegel se dirigen a toda suposición formal de validez general y absoluta. Este principio no es válido en general. No podemos suponer su validez para toda proposición u expresión que tenga la apariencia externa de ser una articulación de pensamiento con sentido.

La validez de este principio viene definido por ciertas las antinomias. En la *Lógica* de Hegel, la validez de este principio está limitada por las

222. El alma aristotélica constituye en Hegel, siguiendo las ideas de Böhme y Eckhart, el alma del mundo. La interioridad de las cosas, su forma interna, es su exteriorización, es ser su manifestación, y con ello ser *Nada*.

223. Hegel habla de este principio como de un principio ciertamente importante (*ein wichtiger Satz*) y lo enuncia de la siguiente forma: "Etwas ist entweder A oder Nicht-A; es gibt kein Drittes". WdL 6, p. 73. "Von zwei entgegengesetzten Prädikaten kommt dem Etwas nur das eine zu, es gibt kein Drittes". Enz 8, § 119.

antinomias matemáticas kantianas. El límite radica en el supuesto aplicativo: distinciones claras y distintas.

El carácter limitado de la validez de este principio se puede ver también mediante la construcción de ciertas paradojas[224]. La expresión de una proposición tal como *Yo miento* presenta, en un principio, el aspecto externo de ser una proposición bien formada desde el punto de vista gramatical, sintáctico y semántico-formal. Esto nos lleva a considerar la posibilidad de que una proposición semejante sea susceptible de ser verdadera o falsa. Sin embargo, esta proposición no articula ninguna afirmación en realidad[225].

Los significados de los términos (las palabras), las proposiciones y las expresiones constatativas se dan sobre la base de unos criterios comunes de juicio. La validez del así llamado *principio formal veritativo* queda establecida siempre que encontremos determinaciones adecuadas fijas. Cuando la valoración veritativa de una expresión concreta no se adecua con otras (las contradice), entonces estamos ante un signo de que el sentido o el significado determinado de las proposiciones *P*; o bien, de los términos implicados en las proposiciones, no ha sido comprendido aún suficientemente. Puede suceder que los criterios que definen un uso o empleo correcto de los posibles enunciados *Ap*, no hayan sido suficientemente determinados. Cuando tiene lugar esto último, no podemos ni tan siquiera decir que un enunciado *ap* viene articulado mediante *Ap*.

Por lo general, en el principio de bivalencia (de la lógica formal clásica no-intuicionista) tratamos con dos *momentos* para todo posible enunciado: las expresiones *Ap* de proposiciones *P*, en las que afirmamos o negamos *algo de algo* (*Etwas von Etwas*), son verdaderas o falsas. Ahora bien, esto es así sólo allí donde podamos discernir que esto (este algo) es así y no de otra manera (*so und anders*); es decir, siempre que podamos determinar que tal *algo* es verdadera y ciertamente un *algo*. Formalmente

224. WHITEHEAD, A. N. y RUSSELL, B., *Principia Mathematica*, Volumen primero; Introducción a la primera edición; Capítulo II. pp. 60-63.

225. Las antinomias de la dialéctica trascendental kantiana resultan, según Hegel, de un manejo superficial de nuestros conceptos. Hegel nota que el proceder superficial reside; por lo menos en lo que respecta a las antinomias matemáticas, en una confusión entre los conceptos y sus usos aplicativos a la cosmología "Um die Antinomie rein zu haben und sie in ihrem einfachen Begriffe zu behandeln, mußten die Denkbestimmungen nicht in ihrer Anwendung und Vermischung mit der Vorstellung der Welt, des Raums, der Zeit, der Materie usf. genommen, sondern ohne diesen konkreten Stoff, der kein Kraft noch Gewalt dabei hat, rein für sich betrachtet werden, indem sie allein das Wesen und den Grund der Antinomien ausmachen". WdL 5, p. 217.

expresado decimos: siempre que tratamos con enunciados *ap* significativamente plenos. Dicho de otra forma, todo depende de si estos enunciados articulan distinciones claras, distintas y generalmente comprensibles.

Toda proposición es susceptible de ser confirmada o desmentida por las expresiones referidas a estados de cosas. Todo ello depende de si se corresponden o no los términos predicativos (palabras) con los objetos. Este es un proceder propio de la moderna filosofía analítica[226]. Sin embargo, este proceder presupone la existencia de unos criterios trascendentales comunes. Nuestra actividad de diferenciar y clasificar se lleva a cabo según estos criterios. Estos criterios son los constitutivos del sentido.

Hegel critica este principio veritativo en lo que se refiere a su presuposición formal de validez: el principio es universalmente válido para todas las expresiones que aparenten ser enunciados. Este principio no es válido para todas las expresiones dotadas de sentido pleno; por ejemplo, para las primeras formulaciones o propuestas de articulación[227].

226. La filosofía analítica moderna designa determinadas condiciones veritativas por estos criterios como proposiciones. Estas proposiciones se interpretan como funciones p_s, cuyos valores de verdad son exactamente dos. Los argumentos de estas funciones son posibles situaciones referenciales (mundos posibles) w. Los argumentos pueden ser todavía mucho más especificados para toda expresión situacional concreta i por dependencia de un contexto k. Esto lo podemos representar según un esquema funcional del tipo $w = b(i,k)$.

227. De estos análisis debemos inferir que el nuevo objeto de la lógica es dar respuesta a la pregunta de cómo determinar concretamente significados como criterios de satisfacción para proposiciones o expresiones. Estas condiciones concretas de satisfacción son criterios que hacen posible la formación de clases de posibles casos genéricos. Estas son las clases respecto a las cuales, el principio de bivalencia es válido, o en general posible por vez primera. Cuando aparentes reglas válidas, usos lingüísticos o argumentación nos llevan a error, es decir, que valoramos ciertas expresiones *As* como correctas e incorrectas simultáneamente, entonces estamos obligados necesariamente a revisar, no sólo la adecuación o conformidad de las reglas de la demostración, sino también los criterios veritativos y la aplicación de los esquemas demostrativos. El principio de contradicción (*Satz vom Widerspruch*) opera como motor, esto es, momento para diferenciaciones ulteriores en las que se pueda reestablecer de nuevo su validez. Este es el método de todo análisis conceptual dialéctico. El objetivo es la restitución de la validez del principio de contradicción mediante la eliminación-asunción de defectos en los usos fácticos lingüísticos, juicios convencionales y maneras esquemáticas conclusivas.

En realidad no existen significados ideales. Lo que verdaderamente existe son adecuaciones funcionales en el uso lingüístico, en la valoración de la igualdad de significados y en nuestras diferenciaciones. El principio veritativo debe comprenderse como un ideal normativo. Este ideal normativo es la representación final a la que se orientan nuestros esfuerzos en las diferenciaciones comunes. La constitución significativa por elaboración de criterios de los conceptos de la *Lógica* consiste en la siempre abierta asunción-eliminación de contradicciones reales y previsibles malentendidos. El proyecto de poder eliminar para siempre el problema de la pluralidad de sentidos por

El principio de tercio excluso no es válido, sin más, *a priori* para todas las expresiones con sentido. Por ejemplo, este principio no puede ser aplicado para propuestas de diferenciaciones. Esto significa que este principio carece de validez previa a la constitución de criterios comunes trascedentales. Cuando hacemos propuestas con objeto de definir diferenciaciones conceptuales posibles lo que buscamos es establecer nuevas clasificaciones comunes.

Este principio tampoco es generalmente válido cuando lo aplicamos al discurso especulativo. El discurso especulativo contiene análisis metaobjetivos. Los análisis que describen las proposiciones especulativas y que contienen a éstas muestran que no son ni verdaderas ni falsas. Esto se debe a que nuestros criterios de diferenciaciones, hasta entonces empleados, están sujetos a objeciones o desarrollos ulteriores. Estos criterios tienen que evidenciar su adecuación, carácter de ser apropiado, o inadecuación. En el fondo, estos criterios suponen un juicio (*Urteilskraft*) para una intuición necesaria en el pensar.

Platón había advertido todas estas dificultades y exige una argumentación con sentido. Platón se inspira en la demostración geométrica interpretada como una demostración intuitivo indicativa que muestra de forma inmediata. Esta argumentación, como *Epagoge*, la había opuesto al deducir esquemático de fórmulas proposicionales *Apagoge* a partir de unas primeras fórmulas fundamentales. El juicio que se requiere en la *Epagoge* es de naturaleza más compleja que la mera capacidad del entendimiento de subsumir bajo un caso único los esquemas conceptuales fijos y del razonamiento.

medio de definiciones axiomáticas explícitas o implícitas es un error fundamental de la lógica formal moderna y de la filosofía analítica formal. Las condiciones veritativas o de satisfacción, los posteriores controles de satisfacción de las condiciones en la consecución de ciertas reglas esquemáticas, tienen que referirse siempre a cada uno de los estados en que se encuentre el desarrollo de los criterios, esto es, a nuestro saber. Las contradicciones constituyen en este proceso las únicas reglas realmente disponibles en el concepto de la verdad (único criterio realmente orientativo). El hilo conductor opera como delimitación negativa. Las contradicciones muestran que algo no está en orden.

El consenso fáctico tampoco puede ser criterio de verdad. El consenso fáctico tan sólo limita las posibilidades de error y malentendido. El éxito de nuestro actuar y las adecuaciones o apropiaciones fácticas en el juicio son sólo la regla o el patrón. Allí reconocemos la ausencia de ciertos malentendidos y errores. La identidad en Hegel de verdad teórica y práctica reside en esto: la verdad reside en algún término medio entre los polos del consenso fáctico y la disensión fáctica alcanzable dentro de nuestras clasificaciones y maneras de tratar los objetos clasificados. Estos objetos pueden ser cosas, situaciones, eventos u otros. Toda conclusión formal, argumentación y fundamentación es constituido en sistema o teoría interna por nosotros.

Hegel se ve por ello obligado a transformar el proyecto kantiano desde estas observaciones platónicas. El análisis trascendental de Kant consiste en desocultar los relativos presupuestos en la determinación del significado o de la validez de las condiciones veritativas para expresiones bien formadas según la esfera delimitada del discurso. Así, por ejemplo, Kant se refiere explícitamente al discurso sobre las cosas físicas en su orden espacio-temporal. Estos análisis no tienen que llevarnos a un conocimiento de formas absolutas o *a priori* enclaustradas en cada conciencia humana individual. La discrepancia de Hegel con Kant reside aquí, en que Hegel evita conscientemente el empleo del término *a priori* y *trascendental*, pese a la continuidad que mantiene en las reflexiones con aquél.

La naturaleza propia del discurso especulativo, ya que éste trata de mostrar *algo* y no de demostrar *algo*[228]. Hegel tiene en cuenta el contexto analógico típico de todos los análisis significativos[229]. Las condiciones de validez son instauradas normativamente. El discurso especulativo pertenece a la descripción de una imagen. Si la imagen se adecua o no, lo tiene que decidir la comparación con lo representado por la imagen. Un ejemplo de esto lo muestran las discusiones en torno al uso efectivo lingüístico de ciertos conceptos o palabras: la comparación entre el uso que se ha hecho común y lo más o menos funcional.

Esta problemática está íntimamente relacionada con la teoría del juicio en Kant. Los enunciados articulables en la esfera de la imaginación

228. La *Lógica* de Hegel tiene un fuerte componente lógico semántico del lenguaje, tal como muestran sus análisis referentes a las paradojas del montón. Las categorías y las formas expresivas no se ajustan en un sentido ordinario a los principios lógicos entendidos formalmente. Hegel detecta, por ejemplo, que la formulación misma del principio de tercio excluso afirma precisamente aquello que debería ser excluido, esto es, lo tercero mismo: "Aber damit ist schon das Dritte, das $|A|$ ausgeschprochen, welches weder $+A$ noch $-A$, und das ebensowohl auch als $+A$ und als $-A$ gesetzt ist.". Enz 8, § 119. "In der Tat aber gibt es in diesem Satze selbst das Dritte, das gleichgültig gegen den Gegensatz ist, nämlich A selbst ist darin vorhanden. Dies A ist weder $+A$ noch $-A$, und ebensowohl auch $+A$ als $-A$". WdL 6, p. 74.

229. Las determinaciones semánticas o las clasificaciones se fundan siempre en el conocimiento de ciertos tipos de situaciones y contextos. Tal es así, que la univocidad, distinción de las condiciones de verificación, así como la validez concreta del principio de tercio excluso, depende de un saber presupuesto fundamental de cosas particulares comunes. La suposición abstracta de que una palabra, un significado o un término nominal designan algo, es lo que Hegel denomina *ser-en-sí* del significado o de la referencia. Por ello, desde el punto de vista del contenido, un *objeto en sí* (*Gegenstand an-sich*) es igualmente indeterminado como una variable objetiva o un hueco en un sistema de afirmaciones; es decir, es *Nada* (*ein Nichts*).

trascendental (*Einbildungskraft*) son propuestas de juicios (*Urteile*)[230]. Se trata de propuestas encaminadas a definir diferenciaciones. No existen condiciones veritativas que sean definitivas o terminantemente clausurables[231]. Las determinaciones fácticas de las palabras y de las proposiciones descansan siempre en el conocimiento de ciertas situaciones o tipos situacionalmente paradigmáticos.

Los términos de los que se alimenta la Lógica son los contextos y las imágenes prototípicas que se encuentran a la base de todo nuestro uso común de términos. El análisis trascendental kantiano se transforma en Hegel en un proceso de desocultamiento. El objeto de la *Lógica* es desenmascarar las determinaciones significativas contenidas en los relativos presupuestos del discurso ordinario y científico. No se trata en modo alguno de un camino hacia formas absolutas *a priori* de conocimiento en el marco de una conciencia humana individual[232].

En la *Lógica* de Hegel, el principio de tercio excluso es presupuesto (aplicativo y significativo) condicional del *principio de no-contradicción* (*Satz vom Widerspruch*)[233]. El principio de tercio excluso es una regla que opera como condición general: una expresión *Ap* articula un enunciado o juicio *ap* como afirmación significativa siempre y cuando introduzca una diferenciación con sentido en el seno del concepto. En caso de no satisfacer la condición regulativa que expresa el principio; tenemos que todos los intentos de refutación o fundamentación de *Ap* carecen por completo de sentido.

El principio de no-contradicción, desde un punto de vista funcional veritativo, afirma que no podemos asignar el valor verdadero y falso si-

230. Hölderlin interpreta el *juicio* (*Urteil*) como *Ur-Teil*; es decir, diferencia originaria. Tanto la recepción característica de Spinoza *omnis determinatio est negatio*, como la sentencia de Hölderlin *Alle Dinge sind ein Urteil* (todas las cosas son un juicio) adquieren en el sistema lógico de Hegel una clara relevancia dialéctico-negativa, filosófico-antropológica y de teoría del conocimiento crítico lingüístico.

231. Siempre podemos tropezar ante excepciones insoslayables de una regla general. En matemáticas tropezamos por ejemplo con una excepción al advertir que no podemos dividir un número por cero. Por ello, la asignación artificial de valores para expresiones de la forma $n{:}0$ carece por completo de sentido.

232. STRAWSON, P., *Die Grenzen des Sinns. Ein Kommentar zur Kants Kritik der reinen Vernunft*. Königstein 1981.

233. Hegel observa que el entendimiento común emplea el principio de tercio excluso para evitar la contradicción (*den Widerspruch von sich abzuhalten*). Enz 8, § 119. Sin embargo, Hegel observa igualmente que este principio incurre en la contradicción que se quiere evitar con su articulación (*womit denselben begeht*). Enz 8, § 119.

multáneamente a un enunciado *ap* como determinación significativa de una posible expresión *Ap* de una proposición *P* en un contexto k y en una situación concreta i. Normalmente decimos que no podemos pensar que un enunciado pueda ser simultáneamente verdadero y falso. De lo contrario *Ap*, en k y en i, no articularía diferenciación alguna. Esto supondría que tanto la expresión de *P* como de *no-P* sería igualmente válida. Las dos expresiones serían, en los dos sentidos del término, carentes de valor.

Hegel, adoptando el decir de Aristóteles[234], se refiere al *Ser* como contenido de una diferenciación constatativa. El *Ser* es determinado, al mismo tiempo, como una de las partes de la contradicción[235]. Hegel explica que el *puro Ser* (*das reine Sein*) debe comprenderse como la pura afirmación de una proposición existencial. La *pura Nada* (*das reine Nichts*) es la negación carente de criterios o la oposición de lo mismo (del *Ser*), indiferente o indescirnible del *Ser*. La indescirnibilidad entre *Ser y Nada* es la ausencia de contenido (diferencia significativa o saturada de contenido) que se introduce por la diferencia vacía de *Ser y Nada*[236].

Los significados de las palabras, los términos lingüísticos, las proposiciones y las expresiones constatativas no existen fuera de las diferenciaciones introducidas por nosotros mismos. Estas diferenciaciones introducidas por nosotros en las proposiciones tienen como base todos los criterios (*juicios*) comunes que podamos adoptar. Hegel explicita aquí la relevancia que manifiesta el sentido de la experiencia histórica. El mismo Aristóteles, de forma un tanto implícita, procede metódicamente a eliminar la ambigüedad semántica provocada por los distintos usos de las palabras cuando éstas dependen de contextos diferentes.

Aristóteles hace explícita referencia a la *homonimia* del *pollachos legetai*. Aristóteles pasa posteriormente a investigar el uso de las formas conclusivas que posibilitan el silogismo. La razón fundamental estriba en que las formas conclusivas son válidas bajo un supuesto básico; a saber, que los sujetos y los predicados *A*, *B* de las formas proposicionales aristotélicas tienen que ser conceptos claramente determinados (*horoi*). La absoluta determinación se requiere con el fin de que las proposiciones sean verdaderas o falsas.

234. An. pr. I,2 (25 a).
235. An. pr. I,1 (24 a).
236. Enz 8, § 88.

La negación *no-P* de los predicados *P* tiene un sentido claro y distinto bajo una condición; a saber, que nos sea accesible y conocida una esfera *B* que se divide en dos partes bien definidas (absolutamente determinadas) por *P y no-P*. Hegel sabe que no se puede negar lo que da sentido a la negación, esto es, el principio de contradicción. Ahora bien, el principio abstractamente considerado, no dice nada sino determinamos previamente el sentido de la negación misma. Hegel quiere decir que no negamos porque el principio de contradicción sea primero o principial (conforme al principio de no-contradicción), sino que el principio de no-contradicción existe y adquiere su principialidad porque negamos; esto es, desde la mediación retrospectiva.

La validez del silogismo *Barbara* aristotélico supone que los conceptos están definidos correctamente respecto a un género relativamente superior[237]. Tanto Aristóteles como Hegel advierten las carencias e insuficiencias de las definiciones formales. Hegel considera vacíos la mayor parte de los axiomas formales tales como; por ejemplo, reflexividad *A=A* o de comparatividad *si A=B y A=C, entonces es válido B=C*. La interpretación formal del silogismo *Barbara* puede asimilarse igualmente a una simple regla de transitividad de la inclusión: *si A está en B, y B en C, entonces A está en C*.

Cuando ciertas reglas del uso lingüístico o de la argumentación nos llevan a valorar ciertas expresiones *Ap* de proposiciones *P* simultáneamente como verdaderas o como falsas, estamos obligados a someter nuestros criterios de diferenciación a una revisión. En esta revisión, se desenmascara la validez aparente de semejantes reglas. Este proceder debe analizar la conformidad de las demostraciones, de los criterios veritativos y de los esquemas demostrativos. Para Hegel, la contradicción es un motor de la dialéctica al mismo tiempo que marca el *momento* de una diferenciada determinación significativa.

El empleo del término *momento* para indicar el restablecimiento de la validez del principio de contradicción es algo que pertenece a la naturaleza del asunto. El restablecimiento de la validez de este principio está intrínsecamente relacionado con el problema del tiempo[238]. Con el término *momento*, siguiendo la terminología newtoniana del cálculo de fluxiones,

237. Esto es lo que Aristóteles mismo parece indicar cuando afirma que el término medio del silogismo se toma de la diferencia específica, en caso contrario no se dice nada.

238. Este tiempo es el tiempo interno respectivo a nuestra comprensión y manipulación de las magnitudes.

indica Hegel el carácter temporal propio; la velocidad interna característica de la historia y de la vida interna ligada a la comprensión de las teorías.

Una vez que reflexionamos sobre algo, el resultado de ello es una aclaración o explicación de sobre la esencia de las cosas (*Wesenserklärung*). En esta explicación pasamos del conocimiento de un fenómeno previamente dado, por ejemplo, de una caracterización lingüística vaga, a un saber mejorado. En este proceso se modifica siempre la forma expresiva y, en un cierto modo, el contenido. En cada explicación esencial debemos atender a la dimensión temporal del desarrollo de nuestro saber.

El nuevo estadio u horizonte abierto por nuestro saber es comparado con el precedente. Esto es lo que Hegel entiende por *Aufhebung*: el resultado de este análisis de la esencia asume el imprescindible saber previo en la comprensión de una nueva verdad[239]. Con este método, Hegel quiere evitar proceder dogmática o irreflexivamente; es decir, sin pensamiento. La referencia constante de toda nueva comprensión a toda *pre-comprensión* previa evita que declaremos como verdad inmediata y eterna el resultado de nuestros análisis esenciales.

El sujeto activo de todo pensar es el individuo. Sin embargo, la realidad del individuo reside sólo en que los contenidos significativos y los pensamientos son constituidos lingüísticamente por la lógica especulativa. Lo comprendido por un individuo puede ser comprendido generalmente por cualquier otro en virtud de las categorías lingüísticas especulativamente expuestas (reflejadas) por la *Lógica*. El individuo puede proponer generalmente nuevas aplicaciones, articulaciones y juicios. Cada sujeto puede desarrollar esto de manera autónoma en el marco a él mismo posible y disponible de una esfera completa de diferenciaciones, y junto con ellas, del actuar y pensar posibles. Sin embargo, esta posibilidad no es creada por el sujeto individual. La posibilidad viene dada por una cultura general racional y una formación concreta.

Hegel reconoce que toda actividad y forma de saber humanos presuponen una reflexión sobre aquellos que han sido sus predecesores. La historicidad del saber humano no sólo hace referencia a la extensión por acumulación de conocimientos, sino que también hace referencia a la constitución conceptual misma. Esto último significa que los conceptos y los criterios de los que disponemos para revisar un supuesto saber no se

239. La verdad asume la falsedad como *momento* parcial en el desarrollo de nuestro saber.

desarrollan por sí mismos. Los conceptos y los criterios cualitativamente determinados dependen de una práxis común por parte de la humanidad. El contexto de la lógica es el universal concreto definido por el curso mismo de la historia humana. El desarrollo de esta práxis común constituye la metafísica de Hegel. La metafísica de Hegel es la transformación de la *energeia* aristotélica en esta actividad como sustancia humana que marca los límites de los conceptos. Esta actividad contribuye a la constitución de un solo concepto. Finalmente, este concepto es equivalente a la humanidad; o lo que es lo mismo, a la divinidad.

De todo esto tiene que resultar una contradicción necesaria; a saber, entre la exigencia de todo saber a lo definitivo y último; es decir, a la ingenua exigencia de eternidad de todo saber) y la disponibilidad fáctica del mismo. Precisamente por atender al hecho de que no existen conceptos ni trabajo conceptual fuera de los usos fácticos de las palabras y términos conceptuales, así como del juzgar fácticos, se distinguen la *Lógica* de Hegel de la *Kritik der reinen Vernunft* de Kant. Los conceptos se desarrollan en el proceso de elaboración conceptual, y este proceso es la actividad que en Hegel lleva el nombre de *concepto*. Kant había prescindido por completo de la historicidad. Al prescindir de la historicidad se desatiende la relatividad de los significados y del saber comunes. Hegel protesta, en cambio, contra toda teoría de la conciencia resultante de tomar el significado puramente lógico (*nouménico*) de los términos reflexivos: *Yo*, *la conciencia*, *la cosa en sí*.

2.2. *La reconstrucción significativa de la validez conceptual*

Toda diferenciación D divide una totalidad relativa, un género previamente conocido y establecido G (*Gattung*), en dos partes absolutamente determinadas. La condición para introducir una diferenciación en el concepto de algo es disponer de unos criterios para realizar esta diferenciación. Estos criterios tienen la propiedad de ser genéricamente comprensibles en el plano de la pura idealidad. Los criterios determinan intersubjetivamente las partes de G que se encuentran en D. Al mismo tiempo, fijan las partes de G que se excluyen de D o que no se encuentran en D. La simple negación *no-D* engloba las partes de G que no se encuentran en D. El género G puede siempre definirse como la síntesis o unión de *D y de*

no-D. La identidad (*Fürsichsein*) del género queda establecida reflexivamente por la doble negación.

En la forma proposicional *B no es D*, la negación de esta proposición significa una determinación finita. Esta es la negación de la simple negación o negación proposicional. La finitud es equivalente a la satisfacción de los presupuestos básicos en el empleo normal de esta forma proposicional. La proposición *B no es D* significa entonces *B no es parte de no-D*. La negación expresada por *no-D* designa el complemento normal de D en una esfera básica que opera como fundamento. Cuando advertimos que el presupuesto mencionado no es satisfecho, esto es signo de dos cosas: primero, puede ocurrir que B no se encuentra totalmente en D. Éste es el caso del enunciado *los números no son pares*. En segundo lugar, B no forma parte del predicado o género permisible G. Éste es el caso del enunciado *los números no son rojos* o del enunciado aristotélico *la voz no es blanca*[240]. En este último caso hablamos de una negación indefinida o simple negación en sentido hegeliano.

La *Lógica* de Hegel es un método para resolver *contradicciones*. Más que resolverlas, la *Lógica* de Hegel lo que hace es disolverlas. La disolución de una contradicción consiste en la búsqueda de un contexto adecuado[241]. Dentro de este contexto podemos distinguir las *negaciones determinadas* de las *no-determinadas* o *indefinidas*. Un predicado o proposición adquiere un significado determinado si conocemos su *negación determinada*. De esta forma conocemos la esfera categorial susceptible de ser dividida en dos o más partes. Hegel no admite la existencia de un

240. Los números no son conjuntos. La forma proposicional $x \in N$ no es una relación numérica, sino una relación entre elementos y conjuntos. La esfera objetiva está determinada por las formas enunciativas correspondientes.

241. Hegel considera carente de sentido fijar una distinción entre conceptos contrarios y contradictorios. Para Hegel, la ciencia tiene que ocuparse de mostrar el modo en que ciertas relaciones conceptuales, en principio contrarias, puedan llegar a ser contradictorias. Uno de los ejemplos que Hegel investiga lo toma de la doctrina de los colores (*die Farbenlehre*) de Goethe. Los conceptos *azul* y *amarillo* parecen ser conceptos contrarios sólo en cuanto los consideramos como dos de entre los colores posibles (incluyendo la referencia indirecta a un *tertium* entre ambos dentro del mismo género). Ahora bien, la doctrina de los colores, con su teoría de los colores simples y complementarios, propone el concepto de un color respecto al cual tanto *azul* como *amarillo* definen una relación contradictoria. Según la teoría de los colores de Goethe, los colores simples *azul* y *amarillo* se destacan como aquellos a partir de los cuales se originan los demás colores fundamentales *rojo* y *verde*. El *rojo* y el *verde* surgen como consecuencia de un ensombrecer (*Durchschattung*) o iluminar (*Durchleuchtung*) el *amarillo* y *azul*. El interés que tienen estas observaciones, aunque limitadas a una época determinada, es la orientación aplicativa que muestra Hegel con su lógica reflexiva. Enz 9, § 320. (Zusatz).

género supremo absoluto. No existe una esfera objetiva universal de diferenciaciones predicativas. La totalidad (*Totalität*) de Hegel no es el holismo de una ontología total.

Leibniz traduce la idea lógica de género supremo en una especie de *objeto supremo*. El término *Ser* o bien *Dios* son los títulos empleados para este tipo de ontologías completas. La *Lógica* de Hegel es un esfuerzo por descosificar estos objetos. La *Lógica* traduce a *Dios* (*Gott*) en la completa totalidad inmanente de todas las propiedades. El término *Dios* engloba el concepto de todas las posibilidades, de todas las diferenciaciones, de todas las contradicciones y de todas las oposiciones. La *Lógica* de Hegel muestra que *Dios* no es un objeto del discurso ordinario[242].

Hegel define mediante una metáfora (Enz § 101 y en la WdL 5, p. 210) el contexto común de *Lógica*, metafísica y matemática[243]. Las modificaciones que sufren las intensidades perceptivas, cualidades significativas, parecen en un principio irrelevantes frente a aquello que constituye la identidad de un *algo*. Esto mismo consideramos también respecto a posibles modificaciones de extensiones espaciales y temporales. Toda modificación extensional de lo ya cualitativamente diferenciado resulta indiferente respecto a aquello que constituye la identidad de una cosa. Por identidad de una cosa se entiende la identidad en el concepto que tenemos del objeto: el *límite* significativo del *algo*.

Hegel menciona que nuestras diferenciaciones extensionales no afectan a la esencia de lo enunciado en un predicado; por ejemplo, en lo que sea una *casa* o *rojo*. Hegel atiende a las diferenciaciones vagas respecto a la forma; es decir, respecto al concepto del objeto. Estas distinciones vagas prescinden fundamentalmente de todo tipo de posibles diferenciaciones más precisas. Prescindir de la vaguedad de las diferencias implica prescindir igualmente del traspaso continuo de nuestros predicados; esto es, desde *A* a *no-A*, dentro del concepto significativo de una cosa. Así por

242. Si no advertimos esto, podemos caer fácilmente en la cosificación. De hecho, los objetos posibles no entrañan contradicción, por ser precisamente conjuntos máximamente consistentes de propiedades. En la moderna lógica formal no-intuicionista se contempla la posibilidad del concepto mismo de "mundo posible" como el conjunto máximamente consistente de proposiciones.

243. "Die Mathematik pflegt die Größe als das zu definieren, was vermehrt oder vermindert werden kann; so fehlerhaft diese Definition ist, indem sie das Definitum selbst wieder enthält, so liegt doch dies darin, daß die Größebestimmung eine solche ist, die als veränderlich und gleichgültig gesetzt sei, so daß unbeschadet einer Veränderung derselben, einer vermehrten Extension oder Intension, die Sache, z.B. ein Haus, Rot, nicht aufhöre, Haus, Rot zu sein". "Wenn wir aber unter Grenze die quantitative Grenze verstehen und z.B. ein Acker diese seine Grenze verändert, so bleibt er Acker vor wie nach". WdL 5, p. 210.

ejemplo, desde *casa* a su entorno; el concepto de *casa* puede incluir diferenciaciones más precisas que pasan por *edificaciones*, *cuevas* u otras estructuras recubiertas.

La continuidad de los traspasos continuos de nuestros predicados desde *A* a *no-A* muestra la vaguedad intrínseca en nuestras articulaciones conceptuales sobre el mundo. Al mismo tiempo, esta vaguedad se traduce en una polaridad difícil de evitar. Nuestras distinciones son claras, distintas y generalmente comprensibles (*el tercero excluido*), si excluimos el continuo de límites indeterminados del empleo normal; imagen ideal o arquetípica, de un predicado P. En los casos de aplicación confusa del predicado P, decimos que lo que allí vemos es algo que no es ni *rojo* ni *no-rojo*, ni *casa* ni *ninguna casa*. Este tipo de casos no pertenecen a la esfera normal o ideal del predicado P. La esfera que define el *ni-ni* de negaciones articuladas son las infinitas negaciones (la contradicción hegeliana).

El presupuesto significativo para emplear de forma normal un predicado P es la exclusión de estos casos de vaguedad dentro de la esfera aplicativa del predicado P. Esta esfera de vaguedad se encuentra entre los polos que definen los casos claramente determinados por *P* y *no-P*.

Para determinar las líneas divisorias que separan un predicado de otro introducimos términos. Estos términos dependen del contexto y de la situación. Esto es lo que define la finitud en la *Lógica* de Hegel. En la práctica, existen muchos menos problemas que en la teoría. Las situaciones y los contextos nos transmiten las esferas fáctica y claramente separadas: las diferenciaciones de los colores vienen dadas por una separación de franjas negras. Si desplazamos las líneas separadoras, ocurre frecuentemente, que los fragmentos de superficies que para nosotros definían la esfera del predicado *verde*, pasan a ser o formar parte de la esfera definida por el predicado *azul*.

La polaridad de los predicados queda definida por una imagen geométrica. La línea que representa la polaridad de los predicados o de los conceptos es una esfera relativamente superior constituida por nosotros. Esta esfera representa además un continuo representado gráficamente por una línea o segmento horizontal rectilíneo. Los intervalos cerrados representan los casos claros y distintos de predicación. Dentro de los intervalos cerrados no necesitamos distinguir explícitamente entre la claridad de los casos aplicativos de un concepto.

En la *Lógica*, la predicación elemental es la antecedencia de la cualidad sobre la cantidad. Por ello, Hegel afirma que la cualidad es una determinación inmediata[244]. La línea se puede dividir en segmentos que corresponden a cada uno de los colores. La línea misma representa al género, que en Hegel es el concepto de color. Dentro de las divisorias que constituyen los segmentos de la línea, tiene sentido dudar de si se trata de un color o del inmediatamente próximo en el espectro. La incertidumbre se acentúa si atendemos a la determinación de la línea divisoria misma o punto de corte. El punto de corte está definido por el oscilar entre el *Ser* y el *no-Ser* del concepto en la determinación de *algo*, en este caso, del color. Esto último es lo que caracteriza a la cantidad: consideración extensional de un concepto. La consideración extensional es la pérdida del límite determinado en la determinación del concepto[245].

El término que divide se compara a un punto de la línea. En este sentido, Aristóteles define en su *Física* el instante de tiempo como el límite del tiempo extendido, esto es, no como puro tiempo real siempre presente ni como parte del tiempo extendido entre pasado y futuro. La duda objetiva que nos surgía va desapareciendo conforme nos vamos alejando hacia afuera de los puntos o términos divisorios de la línea entre segmento y segmento. También, cuando dentro de cada segmento nos vamos alejando de esos mismos puntos divisorios que definen el segmento y nos vamos acercando así al centro de éste.

Según la descripción de la línea tenemos una unidad o identidad conceptual que es idéntica con su pluralidad en unidades diversas (*Sein-für-Anderes*). Esta relación es lo que define la *coloridad* respecto de los diversos colores, así como la de los diferentes representantes que son valorados como equivalentes respecto a un mismo color[246].

De acuerdo con esta imagen, algunos fenómenos son claramente incompatibles entre sí, comparables respectivamente a los colores en los extremos del espectro: o una cosa u otra, o *rojo* o *violeta*. El principio de tercio excluso tiene, con respecto a ellos, una aplicación absolutamente determinada. Pero hay otos fenómenos, con respecto a los cuales, no es este el caso. Tales fenómenos son comparables, por tanto, al de colores

244. "Die Qualität ist die erste, unmittelbare Bestimmtheit,...". WdL 5, p. 209.

245. "Die Quantität die Bestimmtheit, die dem Sein gleichgültig geworden, eine Grenze, die ebensosehr keine ist;...". WdL 5, p. 209.

246. "Die Repulsion der vielen Eins, die unmittelbar Nicht-Repulsion, Kontinuität derselben ist.". WdL 5, p. 209.

más próximos entre sí que el color *rojo* y el color *violeta* de los que partíamos. Así, pongamos el color *rojo* y el color *naranja*. En este caso se trataría de una cuestión de grado. Las modificaciones extensionales o cuantitativas adquieren una relevancia cualitativa o respecto a la identidad de un objeto.

Por otra parte, en el centro del segmento correspondiente a cualquier color no cabe tampoco en principio dudar de si se trata de ése o de otro color, ya sea vecino o más lejano. Desde el punto de vista de la moderna lógica formal clásica no-intuicionista, el principio de tercio excluso significa, que no hay tercio entre los extremos de *Ser* y *no-Ser*, *rojo* y *no-rojo*... Pero el violeta no es, sin más, *no rojo*, ya que no coincide con este. Entre violeta y rojo existe una gama continua de colores: una gama dentro de la gama o espectro de colores en general.

Aquí se perfila la diferencia que Hegel establece entre *cantidades puras* (*Reine Quantität als Kontinuum*)[247] y las *magnitudes finitas* (*Die Größe als bestimmte Quantität*)[248]. El espectro abstracto de la línea en cuestión sería *el tercio* mencionado que dicho principio excluye tautológicamente. Sin embargo, es precisamente respecto a esos extremos, con *un tercero o algo intermedio* entre ellos, a los que se aplica el principio de tercio excluso sin dejar lugar a dudas: con validez absoluta. La paradoja consiste en que si bien este principio se aplica a realidades discretas absolutamente determinadas, su condición de aplicación es la indeterminación de la continuidad (que por otra parte es lo que debe ser excluido incurriendo con ello en la contradicción que se deseaba evitar)[249].

En el medio de la línea se encontraría un intervalo abierto que representa los casos límite o indecisos, que por su falta de claridad deben ser excluidos. Este intervalo sería una continuidad que separa a *P* de *no-P*. La polaridad, la negatividad (*Negativität*), tiene sentido respecto del tercero excluido.

Los intervalos semiabiertos representan más esferas fuera de la esfera genérica dividida por los predicados P en dos partes. El concepto de la

247. "Zunächst ist die reine Quantität von ihr als bestimmter Quantität, vom Quantum zu unterscheiden". WdL 5, p. 209.

248. "Diese geht zweitens zu der Bestimmtheit fort, die an ihr gesetzt wird, als solche, die zugleich keine, nur äußerliche ist". WdL 5, p. 209.

249. Hegel no parte sin más de la validez o la autoevidencia de los principios lógicos. Más bien, la Lógica de Hegel lo que trata es de mostrar como la evidencia es evidente y la validez válida.

polaridad lo toma Hegel de este esquema. El *principio de bivalencia* descansa en la exclusión de los casos límite que separan claramente *P* de *no-P*, tal y como se puede ver intuitivamente en esta imagen de la línea. La moderna lógica formal clásica no-intuicionista no advierte que la validez incondicionada de los principios depende de una tarea o proceso constitutivo previo que depende de nosotros. Por esta razón, la lógica formal tiende a tomar los principios como válidos en sí y por sí de forma supuesta.

La estructura del sentido y del significado de las diferenciaciones o predicados no formales se obtiene al adoptar el siguiente punto de vista: todos los casos de la experiencia inmediata para los que no tengamos claro, según nuestros habituales criterios comunes, o siempre que no podamos decidir si pertenecen a la clase de los casos *A* o a la clase de los casos *no-A*, son semánticamente considerados como casos que resultan de una negación infinita (también siempre y cuando tengamos toda la información disponible). La validez de este procedimiento depende de la ausencia de criterios comunes institucionalizados. Mediante la institucionalización de los criterios se asumen los casos en la esfera *A*. Las asunciones constituyen modificaciones del sentido y del significado de *A*. Estos casos de ampliaciones diacrónicas del significado deben entenderse como precisiones.

2.3. *La vuelta desde la cantidad a la cualidad y la superación lógica de la materia mediante el cálculo infinitesimal*

Lo que llamamos *naturaleza*, esto es la materia, el espacio, el tiempo y la luz carece de límites propios[250]. De aquí, la complejidad a la hora de delimitar la existencia de límites propios para las sustancias individuales; es decir, la cuestión de hasta qué punto podemos dividir un objeto sin que éste deje de ser lo que es (el problema de la esencia o la especie individual). En Hegel, las sustancias individuales carecen de identidad propia. A lo más que podemos llegar es a delimitar un contexto común en el que podamos hablar coherentemente de la identidad de una cosa. Ahora bien,

250. "Así, longitud y duración no son cosas inherentes al mundo exterior; son relaciones de cosas del mundo exterior con respecto a algún observador determinado". EDDINGTON, A. S., *Espacio, Tiempo y Gravitación*, trad José María Plans y Freire, Espasa Calpe Madrid 1922. p. 56.

este contexto depende de nuestros intereses científicos teleológicamente establecidos: así, por ejemplo, asignamos predicados de identidad a una partícula material y a su trayectoria continua en el espacio-tiempo.

Los límites los introduce el espíritu humano con el fin de poder reproducir de forma invariante los resultados de las medidas (Esto es precisamente lo que consigue el cálculo infinitesimal en el sistema de la lógica: variaciones cuantitativas que en un contexto funcional (*Potenz-Verhältnis*) adquieren un significado cualitativo puesto que sus resultados son susceptibles de una medición). La respuesta de Hegel es que la verdadera infinitud es la forma (*Fürsichsein*); esto es, la identidad construida con el fin de identificar un objeto. Una cantidad infinitesimal resulta de un paso al límite. Considerada de suyo no existen semejantes cantidades. El modo que tienen de ser consiste, poniendo un ejemplo del mismo Hegel tomado de la mecánica, en ser la variación de una magnitud entre dos instantes sucesivos cuando el intervalo entre estos dos instantes tiende a cero.

En primer lugar, los instantes los marcamos nosotros sobre la recta[251]. En segundo lugar, la descripción infinitesimal descompone el cambio en una serie infinita de cambios o variaciones a su vez infinitamente pequeños. En Hegel lo infinito no es la magnitud, sino la forma (*Verhältnis*) que define la relación por la que obtenemos un cuanto finito (*Quantum* como objeto métrico). Hegel describe el resultado del cálculo como resultado de un número finito de transiciones de magnitud finita.

En cada instante la descripción del estado del móvil comprende no sólo su posición, que podemos llamar r, sino también su tendencia instantánea a cambiar de posición, esto es, su velocidad v en ese instante y su tendencia a modificar esta velocidad, esto es, su aceleración. Hegel considera de gran importancia la deducción de la validez del cálculo infinitesimal a partir de su aplicación. La velocidad y la aceleración instantáneas son conceptos límites que miden una variación instantánea como el cociente entre dos *cantidades infinitesimales*. Hegel destaca, precisamente por ello, que este cociente no es un cociente ordinario de magnitudes, sino una relación límite. Es el límite que relaciona la variación de la magnitud posición o velocidad, durante un intervalo de tiempo Δt que tiende a cero,

251. “Medir una longitud y una duración es comparar con divisiones de espacio y tiempo, trazadas por el observador de referencia, con auxilio del aparato que participa de su movimiento. Estas divisiones no afectan a la naturaleza, pues, como veremos más adelante, tiene una geometría peculiar, que es de tipo diferente”. EDDINGTON, A. S., *Espacio, Tiempo y Gravitación*, p 57.

y el mismo intervalo Δt. El truco aquí es precisamente aproximar lo más posible el valor de la variación a cero, pero sin identificarse con cero, puesto que en tal caso el cálculo no sería posible. A tales magnitudes se les denomina derivadas con respecto al tiempo. Con Leibniz escribimos $v = dv/dt$. En cuanto a la aceleración $a = dv/dt = d^2v/dt^2$, es decir, la derivada de una derivada o derivada segunda[252].

El objeto de la mecánica desde Galileo es la descripción de una velocidad que varía de manera continua. Así mismo, tiene también por objeto describir la evolución, instante a instante, de las diversas magnitudes (en Hegel bajo el término *reine Quantität*): posición, velocidad, aceleración (en Hegel estas magnitudes son cantidades concretas (*Quantum*) mediadas por una unidad (*Qualität*) de medida (*Maß*), que caracterizan el estado instantáneo de un móvil. Aquí opera la función fundamental que tiene el cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel: unificar la cualidad con la cantidad. El resultado del límite es un cuanto finito, pero que como cuanto o magnitud finita no se reduce a ser una pura cantidad sino que es una magnitud cualitativamente designada como límite, como relación funcional.

Galileo descubre que no podemos exigir a la naturaleza la causa de su estado de movimiento si éste es uniforme, ni tampoco pedirle la causa de su estado de reposo. El movimiento y el reposo se mantienen por sí mismos eternamente, siempre que nada venga a perturbarlos. De aquello de lo que debemos pedir explicación es de todo paso del reposo al movimiento, del movimiento al reposo, por todo cambio de velocidad. Ahora bien, la velocidad es un objeto abstracto, su ser no es como cualquier otro sino que entraña una relación. Esta relación es, en el lenguaje de Hegel, una mediación (*Vermittlung*). Esta relación determina un límite, y con ello, una unidad en el espacio y el tiempo que tiene como resultado el objeto métrico.

252. Hegel propone el recurso a la mecánica para dotar de significado a las operaciones del cálculo diferencial. Los términos de una serie en los que se desarrolla la función de un movimiento tienen un significado bien determinado. El primer término de la serie tiene el significado de ser la primera función sobre el momento de la velocidad. El segundo término es la función sobre la fuerza de aceleración. El tercer término se refiere a la resistencia de fuerzas. En este sentido, comenta Hegel, los términos de la serie no se tratan como *partes* de una suma, sino como diferentes *momentos cualitativos* de la totalidad del concepto. Lo relevante no es el añadido extensional de los sumandos, sino el añadido cualitativo en nuestro concepto de movimiento.

No cabe preguntar, sin embargo, por qué el cuerpo se acelera; la pregunta es cómo se efectúa esta transformación para poderla describir y enunciar matemáticamente. La importancia de la relación cuantitativa (*das quantitative Verhältnis*) en el sistema de Hegel procede de aquí. La ley matemática introduce un límite cualitativo en aquello que en principio carece de toda determinación cualitativa: la extensión pura de espacio y tiempo. La ley determina una regla de comportamiento, y como tal es una medida (*das Maß*).

2.4. *La continuidad y la discontinuidad, la simplicidad y la composición*

La antinomia matemática que se refiere a la constitución cualitativa de la sustancia; o bien la sustancia se compone de partes simples, o bien sólo existe lo compuesto de lo simple, adquiere en la *Lógica* el siguiente significado: hasta qué punto podemos hablar de la identidad de una sustancia. En el curso expositivo de la *Lógica*, esta antinomia es tratada por Hegel en un orden inverso al de Kant. En el sistema trascendental kantiano, esta antinomia ocupa un lugar posterior. Esto responde a que el curso de la *Lógica* de Hegel comienza por la cualidad. Lo primero que tiene lugar, una vez que hemos perdido la capacidad de determinar exactamente los límites conceptuales y su extensión, es precisamente la irrupción de la pura cantidad. La vaguedad de nuestros límites conceptuales se traduce en una escisión de carácter cualitativo (oposición de los conceptos de *finitud* e *infinitud* desde la substancia)[253].

En esta oposición se trata de establecer la conexión entre la continuidad y la identidad, conectar su divisibilidad en el espacio y en el tiempo con su identidad o con el límite respecto al cual podamos afirmar que dicha sustancia ha dejado de ser tal para ser otra; o más bien, si en general podemos hablar de sustancia. Al final del capítulo dedicado a la cantidad introduce Hegel el análisis de la primera antinomia matemática kantiana. En el curso expositivo de la *Lógica* de Hegel, esta antinomia ocupa un segundo lugar. Esto responde a una razón profunda: una vez que nuestras

253. "Die daselbst betrachtete Antinomie enthielt den Gegensatz der qualitativen Endlichkeit und Unendlichkeit. In einer anderen, der ersten der vier kosmologischen Antinomien, ist es mehr die quantitative Grenze, die in ihrem Widerstreite betrachtet wird". WdL 5, p. 271.

diferenciaciones conceptuales sobre el mundo han perdido nitidez, precisión y pureza, se busca reintroducir la naturaleza cualitativa y conceptual en nuestras proposiciones sobre éste. Aquí es donde Hegel recurre a la teoría cálculo infinitesimal: el concepto de infinito que presenta el cálculo supera con mucho una consideración puramente extensional y material del mismo.

La argumentación de Hegel, en lo que respecta a la antinomia matemática que acabamos de mencionar, establece una íntima relación entre el problema de la continuidad, representado ejemplarmente en magnitudes continuas como son el espacio y el tiempo, con el cálculo infinitesimal[254]. Para Hegel no se trata simplemente de la cuestión de si el mundo puede o no tener un comienzo o término en el espacio y en el tiempo, sino de si en general podemos decir que algo comienza o termina[255]. En este sentido, esta antinomia está relacionada con la de la sustancia: se trata de delimitar cualitativamente si es la misma sustancia la que en este instante está en este lugar o si por el contrario para cada instante se dan identidades distintas.

En la *Lógica* de Hegel, los términos *divisible* o *indivisible* designan propiedades u aspectos del concepto. Hegel es consciente del origen concreto del predicado *divisible*. Este predicado está tomado de nuestra representación de la experiencia de las cosas corpóreas. Sin embargo, lo *divisible* es el contexto lógico definido desde el que analizamos nuestra representación del concepto de cuerpo.

Los conceptos de lo *divisible* (*Teilbar*) o *indivisible* (*Kontinuum*) no designan predicados de objetos. Estos predicados designan el aspecto o el punto de vista desde el cual analizamos nuestro concepto del objeto. Los predicados de *finito* (*endlich*) e *infinito* (*unendlich*) tampoco designan

254. "Die kantische Antinomie über die Endlichkeit oder Unendlichkeit der Welt in Raum und Zeit wird unten bei dem Begriffe der quantitativen Unendlichkeit näher betrachtet werden.... "Das Angeführte ist auch dieselbe Dialektik, die der Verstand gegen den Begriff braucht, den die höhere Analysis von den unendlcih-kleinen gibt". WdL 5, pp. 109-110.

255. Para Hegel tiene mucha más relevancia la dialéctica del comienzo (*Anfang*) de la *Lógica* o la discusión matemática del problema de las *magnitudes infinitesimales* que una aplicación de las categorías a cuestiones cosmológicas tal como muestra el proceder de Kant. Además, Hegel detecta que según el sentido de la argumentación kantiana en lo que se refiere a la primera antinomia matemática es, no si el mundo tiene o no un principio temporal sino, más bien, si el número de instantes temporales hasta el presente es finito o infinito. Si consideramos que el tiempo es continuo resulta que el número de instantes es infinito, sin importar si en virtud de un principio intrínseco o extrínseco de medir es de longitud finita o infinita.

propiedades de objetos[256]. Estos predicados no introducen división o escisión alguna en dos clases dentro una esfera de objetos conocidos (tal como Hegel describe por atracción y repulsión).

Los términos implicados aquí; a saber, *divisible-indivisible* (*simple-compuesto*), *continuidad-discontinuidad*, o bien, *finito-infinito* protagonizan las antinomias matemáticas kantianas de la razón. En Kant, estas antinomias no definen una verdadera relación de contradicción. Esto se debe fundamentalmente a dos cosas; primera, porque el objeto *mundo* no es una totalidad absolutamente determinada. Hegel argumenta que lo que llamamos mundo no es un contexto lógico adecuado para una aplicación de estos términos. En segundo lugar, porque las antinomias matemáticas en Kant no comprometen la validez del principio de no-contradicción, sino el de tercio excluso. Lo que las antinomias matemáticas afirman es que *el mundo no es finito ni no-finito*, *ni simple ni no-simple*.

Las dificultades surgen siempre en el nivel de nuestra predicación sobre objetos. Las proposiciones contradictorias de la forma *este N es un P* y *N es no-P*, deben disolverse con tan sólo examinar la esfera de objetos susceptibles de ser definidos por el esquema proposicional *x es P*. Sólo cuando fijamos y determinamos una esfera de objetos de forma absoluta, podemos admitir como válida la siguiente implicación: la proposición *x es no-P* es verdadera, sólo cuando la proposición *x es P* es falsa. Este es el principio lógico de bivalencia o principio de verificación de la moderna lógica formal clásica no-intuicionista. Sin embargo, esto es sólo así bajo la condición de una absoluta determinación previa de la esfera de objetos a la que se refieren nuestras proposiciones.

En la *Lógica* de Hegel, sin embargo, no existen géneros supremos que definen de forma absoluta una esfera fija de diferenciaciones predicativas. Esto es lo que significa que en la *Lógica* de Hegel no es posible la consideración de realidades absolutas o en sí. Todo juicio requiere siempre de indicaciones concretas que nos ayudan a definir el contexto relevante. Hegel está obligado a comenzar primero por lo que es *sólo en sí*: los predicados se refieren de forma vaga a supuestas esferas de objetos. En estas esferas de objetos, los criterios de diferenciación de los mismos están simplemente supuestos e implícitos. De aquí surge la *apariencia* (*Schein*): tendemos a pensar que las referencias de nuestros conceptos son indeendientes de la forma a como nos referimos a ellos. Consideramos que

256. Enz 8, § 28.

aquello a lo que se refieren nuestros conceptos existe independientemente del sistema de diferenciaciones estipulado en una esfera (género) previamente dada.

La razón en Hegel tiene que progresar desde lo que es *sólo en sí*. El objeto de la *Lógica* es siempre poder distinguir en el concepto, y de forma concreta, el *Ser* del *no-Ser* (esfera del *Dasein*). Para discernir los dos sentidos de la negación de forma concreta, Hegel obliga al concepto a pasar también por la esfera de lo que articulamos como *Dasein* en el mundo de la percepción.

La variación o modificación de las intensidades dadas en la percepción sensible no constituyen una transformación esencial en la identidad del concepto que tenemos de lo que es una cosa. Esto mismo lo podemos observar igualmente respecto de las extensiones de tiempo y espacio. Hegel recurre a ejemplos concretos para expresar esta noción especulativa: el concepto de color *rojo* o el concepto de *casa*. Sin embargo, Hegel también detecta la existencia de una relación entre la dimensión intensiva y la dimensión extensiva en el predicado o el concepto de una cosa.

Todo *algo*, como objeto de un discurso o de un pensamiento, es esencialmente *algo* general. Todo objeto viene constituido, en sus representaciones sensibles y concretas, por una relación relevante de equivalencia. Esta relación se supone generalmente conocida. Esta equivalencia se tiene que referir en cada caso a los supuestos puntos de vista y formas afirmativas satisfacibles. La clase de equivalencia definida se refiere, en definitiva, a aquellos predicados, distinciones y diferenciaciones que han sido definidas para los objetos así constituidos. Así, por ejemplo, una vez que fijamos y establecemos un contexto para hablar de una esfera de objetos llamados números o para los enunciados de la aritmética, entonces es cuando podemos decir *algo* sobre ellos. Cuando sustituimos los nombres y los términos numéricos por equivalentes, no nos referimos a sus designaciones; sino a los objetos mismos[257]. No podemos definir estas relaciones en la esfera puramente expresiva y sintáctica. Lo importante aquí es la forma interna.

257. Operamos de la misma forma cuando sustituimos palabras o frases por aquellas otras que tienen igual significado. Lo relevante aquí no son ni la historia conceptual externa ni los significados filológicos. Lo relevante aquí es notar que las relaciones que definen el significado y la identidad referencial dependen del contexto.

El *holismo* de la *Lógica* de Hegel reside en que los significados y las referencias conceptuales dependen del contexto. Aquí el contexto lo marca el saber general común y los fines comunes: el saber general común y los fines comunes los marca curso histórico de la racionalidad[258].

La constitución primaria de clases discretas en el fenómeno del espectro tiene como soporte un *continuo* (*Kontinuum*). Este continuo lo representamos como una línea horizontal extendida. La línea horizontal extendida representa el género relativamente superior estipulado cualitativamente en la esfera lógicamente articulable de la predicación elemental (*Dasein*). La dimensión extensional del *Ser* surge cuando desaparece el carácter de *algo* general a partir de la predicación elemental (*Dasein*): esto

258. La identidad (*Identität*) de un objeto es el correlato semántico común de términos que aparecen verificando una serie de ecuaciones a satisfacer valorativamente. Mediante estas ecuaciones y junto con clases determinadas, diferencias limitadas, predicados, frases verbales, formas proposicionales P(x), se constituye un objeto o esfera de discurso G. P(x) tiene que satisfacer las condiciones que definen ciertos presupuestos. En primer lugar, lo que se conoce como el principio de sustitución de Leibniz y, en segundo lugar, lo que en lógica formal es el principio de verificación. Por tanto, si tenemos los términos ${}^{k}N_1$, ${}^{k}N_2$,... que verifican las ecuaciones valorativas ${}^{k}N_i = {}^{k}N_j$. Según el principio de sustitución de Leibniz, si es válido ${}^{k}N_i = {}^{k}N_j$ y $P\left({}^{k}N_i\right)$, entonces también es válido $P\left({}^{k}N_j\right)$. Según lo segundo, para cada frase verbal P(x) admisible y cada designación ${}^{k}N$ en G tiene que ser válido: $P\left({}^{k}N_i\right)$ tiene que ser determinado como verdadero o como falso. Según el principio de tercio excluso no puede haber un tercero (Enz, § 119). Toda forma permisible P(x) en G tiene que dividir G en dos partes (clases) exactas, y no debe, siempre que sea posible, definirse fuera de G.

Este procedimiento es el presupuesto oculto en la constitución significativa de un objeto. Si se satisfacen estas condiciones, entonces Hegel habla de conceptos finitos y definidos desde el punto de vista de los criterios sobre los límites de G. Esta es la base presupuesta en la conclusión de la lógica formal, en la lógica aristotélica y en la lógica de Frege. Estos principios son igualmente válidos para la diferencia, esto es, predicados de dos variables $x \neq y$ de desigualdad en G (*die Unterschieden jedes für sich, was es ist, gleichgültig gegen seine Beziehung auf das Andere, welche also eine ihm äusserliche ist*). Hegel generaliza el uso de las palabras en la *Física*, y designa por atracción (*Attraktion*) la intrínseca dependencia de los representantes de un objeto respecto de G. La atracción viene definida por los criterios de igualdad, así como la repulsión (*Repulsion*) los criterios de desigualdad o inidentidad. STECKELER-WEITHOFER, P., *Verstand und Vernunft, Zu den Grundbegriffen der Hegelschen Logik*. In: (Demmerling Ch./Kambartel F. (Eds.), Analytische Interpretationen zur Dialektik Hegels. Frankfurt/M. 1992).

tiene lugar cuando pierde su límite (*Grenze*)[259]. El límite se pierde cuando el significado concreto se transforma en la pura generalidad.

La definición abstractiva de una esfera continua de magnitudes por atracción y repulsión es un intento de clarificar la naturaleza de la cantidad como la forma constitutiva de clases primarias y esferas abstractas de magnitudes.

Vamos a partir de las diferenciaciones comunes en la esfera de los fenómenos perceptibles. Estos fenómenos constituyen un *continuo*; es decir, un contexto de posibles diferenciaciones racionales. Dentro de esta esfera identificamos una dimensión genérica de un concepto todavía no diferenciado. Esta dimensión genérica constituye el contexto predicativo de continuos diferenciables.

Si aceptamos, siguiendo a Hegel, los predicados sobre colores, obtenemos un buen ejemplo de lo que estamos tratando: *esto es azul*, *esto es rojo*. Los objetos abstractos surgen por nominalización abstractiva sobre la predicación anterior: *lo rojo*, *lo azul*... Por esta operación pasamos a hablar de objetos abstractos que son *para-sí*: elementos designados de una clase determinada; en nuestro caso, de los colores. Siempre que bajo la expresión *los colores* entendamos una clase de colores disjuntos, y no el continuo de la *coloridad* sin más (*Farbigkeit*), su significado objetivo depende fundamentalmente de un sistema de diferenciaciones de colores. En la formación de las clases atendemos sobre todo al contenido: el paso está mediado por las no-diferenciaciones establecidas de las diferentes representaciones fenoménicas hasta los objetos representados generalmente por las representaciones fenoménicas. La formalización lógica de este procedimiento explica los términos predicativos nominalizados.

Dentro de los elementos que definen una clase, en nuestro ejemplo, la *coloreidad*, suponemos siempre posibles diferenciaciones más precisas (más finas y exactas). Dentro del segmento que designa el color *rojo* de nuestra línea horizontal extendida es posible una diferenciación aún más exacta. Esto significa que dentro del *rojo* existe aún lo indiferenciado. En la *Lógica* de Hegel la indiferencia es la *atracción* del *rojo*: un continuo o contexto continuo. La continuidad es en Hegel una propiedad del concepto y consiste en poder siempre determinar diferenciaciones más precisas que las precedentes de forma indefinida e imprevisible *a priori*. La *Lógica* de Hegel es la síntesis del azar y de la necesidad. La continuidad de una línea,

259. "Am Etwas ist seine Grenze als Qualität wesentlich seine Bestimmtheit". WdL 5, p. 210.

tal como la empleada para representar el género conceptual, reside en que es siempre divisible en segmentos.

2.5. *La deducción del continuo matemático en la "Lógica"*

Hablamos de *continuo* allí donde podemos discernir partes. El continuo y sus partes o elementos, en nuestro caso por ejemplo por un lado el predicado genérico de la *coloridad* y por otro los colores concretos *rojo*, *verde*... representan la relación inmediata que Hegel llama cantidad (*Beziehung der Quantität*). Esta relación viene definida tanto por sus elementos como por su totalidad respecto de sí mismos (*auf sich selbst*). La relación de la pura cantidad es la negación de la cualidad previamente establecida[260]. Esta relación es lo que Hegel llama el *ser-para-sí* de un concepto (*Fürsichsein*), su mismidad (*selbst*). Se trata de la esfera superior continua en la que son definidas diferenciaciones cuantitativas o extensionales mediante el establecimiento fijo teorético-abstractivo de *la repulsión y la atracción*[261].

El proceso de una abstracción primaria consiste en lo siguiente: partimos de las articulaciones lógicas cualitativas vertidas en la esfera de lo perceptible sensiblemente (o de lo que en la predicación cósica llamamos realidad *Desein*). En principio, siempre existe la posibilidad de realizar todo tipo de diferenciaciones. Sin embargo, prescindimos de aquellas diferenciaciones, que siendo posibles, las valoramos como no relevantes (caen fuera) respecto de nuestro modelo teórico (principio teleológico) o (según nuestros intereses científicos).

En esta operación constituimos igualdades y desigualdades (clases de equivalencia); por ejemplo, entre las *formas*, los *colores* o las *cosas*. Dentro de la esfera objetiva, los objetos concretos se encuentran unos frente a los otros. La constitución de las esferas objetivas es explicada por Hegel por medio de los momentos formales de la *atracción* (*Attraktion*) y la *repulsión* (*Repulsion*). Estos momentos formales son una operación gramatical (en el sentido de una gramática pura de la lógica).

260. "Die Quantität ist das aufgehobene Fürsichsein", WdL 5, p. 211.

261. "Die Quantität zunächst in ihrer unmittelbaren Beziehung auf sich, oder in der Bestimmung der durch die Attraktion gesetzten Gleichheit mit sich selbst ist kontinuierliche... ". Enz 8, § 100.

Esta operación (de *atracción* y *repulsión*) define las diferenciaciones cualitativas por las *no-diferenciaciones* o equivalencias establecidas explícita o implícitamente entre las representaciones estipuladas o identificadas de objetos y conjuntos de éstos. Las clases de colores surgen por las posibilidades en las diferenciaciones determinadas de la *coloreidad*. Las formas espaciales surgen por las posibles diferenciaciones e igualdades de formas determinadas. El género de las cosas corpóreas surge dentro de un contexto de diferenciaciones e identificaciones cósicas.

Lo que en cada caso diferenciamos y clasificamos son unidades. Estas unidades vienen designadas por términos nominales y definen los *unos* (*die Einsen*) o elementos de las clases discretas[262]. En nuestro caso, de los colores determinados, *rojo*, *azul*... Los elementos de las clases, posteriormente discretas, satisfacen y hacen verdaderas las proposiciones del tipo[263]: *rojo es un color*, *negro es un color*, *rojo y negro son distintos colores*... Este procedimiento es igualmente válido si aplicamos la diferenciación mencionada a las cosas corpóreas.

Por tanto, distinguimos categorialmente entre las siguientes clases de objetos: cosas y formas, eventos o sucesos, propiedades cósicas y propiedades de formas, colores, tonos, olores, números y conjuntos, así como formas geométricas abstractas. Todas estas distinciones categoriales, presupuestas como generalmente evidentes, se convierten en objeto primordial de nuestra atención cuando advertimos ciertas confusiones o paradojas. Esto se produce generalmente cuando desatendemos las limitaciones propias establecidas para los predicados permisibles[264].

Decimos que una esfera de la que partimos es continua sólo en cuanto ésta permite continuadas diferenciaciones más precisas así como la formación de clases[265]. Este es el caso de nuestro ejemplo: *lo coloreado*. Respecto a las diferenciaciones fácticas es todo finito y discreto. La línea está siempre fácticamente dividida en partes finitas. En relación a esta división fáctica, y sólo con respecto a ella, podemos asignar o predicar de la línea

262. "... in der andern in ihr enthaltenen Bestimmung des Eins ist die diskrete Größe". Enz 8, § 100.

263. "Das repellierende Eins, das sich gegen das ausgeschlossene Eins nur negativ verhielt, in die Beziehung mit demselben übergegangen, verhält sich identisch zu dem Anderen und hat damit seine Bestimmung verloren; das Fürsichsein ist in Attraktion übergegangen". WdL 5, p. 212.

264. Esto le ocurre al que, por ejemplo, intenta ver números u olores, o bien, busca el lugar de una forma o la cosa conjunto en lugar de un montón de cosas.

265. "Jene Quantität ist aber ebensowohl diskret, denn sie ist nur Kontinuität desVielen". Enz 8, § 100.

conjuntos discretos. Estos conjuntos discretos se consideran como los componentes de la línea. Lo que en ningún caso podemos afirmar es que la línea esté constituida por puntos[266]. Debemos distinguir y diferenciar la línea del conjunto infinito e indefinido de todas sus posibles partes puntuales[267].

Los *unos*, esto es, los elementos o individuos de la cualidad, son ellos mismos continuos[268]. Así por ejemplo, el segmento de la línea que define el *rojo* como un *uno* (*atracción del rojo*). Estos elementos pueden subdividirse aún más, tal como dentro del color *rojo* son posibles nuevas diferenciaciones comunes, o tal como son distinguibles en un cuerpo sus partes espaciales o fases temporales[269].

El espacio resulta dividido en sí mismo, siempre que nos lo representamos como el conjunto formado por tripletas de números reales, o bien nos lo imaginamos como el conjunto formado por intervalos fácticamente indivisibles. El espacio resulta de esta forma discreto. Lo mismo es extensible para el tiempo. El espacio y el tiempo son continuos siempre que nos imaginemos una divisibilidad infinita en cada uno de sus segmentos o intervalos. Hegel señala que los dos puntos de vista son igualmente parciales[270].

266. "Die Mathematik dagegen verwirft eine Metaphysik, welche die Zeit aus Zeitpunkten, den Raum überhaupt oder zunächst die Linie aus Raumpunkten, die Fläche aus Linien, den ganzen Raum aus Flächen bestehen lassen wollte; sie läßt solche unkontinuierliche Eins nicht gelten. Wenn sie auch z.B. die Größe einer Fläche so bestimmt, daß sie als die Summe von unendlichen Vielheit der Linien, da der Raum, den sie ausmachen sollen, doch ein beschräkter ist, liegt schon das Aufgehoben sein ihrer Diskretion". WdL 5, pp. 213-214.

267. Según Kurt Gödel el problema que se refiere a la hipótesis del continuo de Cantor se reduce a una pregunta: ¿Cuántos puntos hay en una línea recta de un espacio euclídeo?. Una pregunta equivalente es: ¿Cuántos conjuntos diferentes de números naturales existen?. GÖDEL, K. "¿Qué es el problema del continuo de Cantor?", 1947. En *Obras completas*, Introducción y traducción de Jesús Mosterín, p 340. Alianza Universidad, Madrid 1981.

268. "...diese sind ebenso kontinuierlich, ihre Kontinuität ist das Eins als dasselbe der Vielen Eins, die Einheit". Enz 8, § 100.

269. "Raum, Zeit usf. sind Ausdehnungen, Vielheiten, die ein Außersichgehen, ein Strömen sind, das aber nicht ins Entgegengesetzete, in die Qualität oder das Eins übergeht, sondern als Außersichkommen ein perennierendes Selbstreproduzieren ihrer Einheit sind. Der Raum ist dies absolute Außersichsein, das ebensosehr schlechthin ununterbrochen, ein Anders- und Wieder-Anderssein, das identisch mit sich ist,- die Zeit ein absolutes Außersichkommen, ein Erzeugen des Eins, Zeitpunktes, des Jetzt, das unmittelbar das zunichtewerden desselben und stetig wieder das zunichtewerden dieses Vergehens ist; so daß dies Sicherzeugen des Nichtseins ebensosehr einfache Gleichheit und Identität mit sich ist". WdL 5, p. 215.

270. "Diese Antinomie besteht allein darin, daß die Diskretion ebensosehr als die Kontinuität behauptet werden muß. Die einseitige Behauptung der Diskretion gibt das unendliche oder absolute

Para Hegel, en último término, no existen ni magnitudes continuas ni discretas de suyo, sino que en todo caso existen aspectos continuos y discretos en la esfera del ser de la experiencia, la percepción sensorial y la práctica vital. Ambos aspectos, dependen en cada caso de las determinaciones o diferenciaciones elegidas en cada caso. La aplicación de esta perspectiva tiene lugar a la hora de resolver las dos antinomias matemáticas kantianas; en concreto, la que aquí más directamente importa es la segunda[271]. En el transcurso de la lógica esta antinomia ocupa el primer lugar dentro de aquellas que afectan a la cantidad en general.

No existe ningún continuo infinito. Se trata de un postulado matemático o construcción ideal de la representación matemática. Sin embargo, la crítica matemática no debe extralimitarse hasta tal punto que excluya todo tipo de discurso sobre el infinito. Hegel busca comprender, más bien, las formas, posibilidades, límites y significaciones implícitas en todo discurso nuestro sobre la infinitud.

La cantidad pura, que podemos representar por un segmento horizontal y extensionalmente lineal, es la forma de constitución de las clases primarias y de las esferas abstractas de nuestro discurso sobre las magnitudes finitas. La cantidad o magnitud pura es el concepto (género) aún no diferenciado y, por tanto, sin contenido. El género es la estructura lógico formal, por tanto vacía (y eternamente existente antes de la constitución del mundo), de sus posibles diferenciaciones (constitución del mundo como equivalente a la encarnación de los conceptos). Lo que Hegel entiende por *atracción* viene a comprenderse de forma más precisa como la constitución de una cantidad primaria: la línea horizontal continua del género G es la esfera de las posibles partes que pertenecen al género G[272].

Esta cantidad primaria pasa a ser una esfera de partes posibles que pertenecen a G. En el caso de que se trate de cantidades discretas o clases de objetos (los segmentos determinados de la línea horizontal que son los

Geteilt sein, somit ein Unteilbares zum Prinzip; die einseitige Behauptung der Kontinuität dagegen die Unendliche Teilbarkeit". WdL 5, p. 216.

271. "Die Antinomie des Raumes, der Zeit oder der Materie, in Ansehung ihre Teilbarkeit ins Unendliche oder aber ihres Bestehens aus Unteilbaren, ist nichts anderes als die Behauptung der Quantität das einemal als kontinuierlicher, das anderemal als diskreter. Werden Raum und Zeit usw. nur mit der Bestimmung kontinuierlicher Quantität gesetzt, so sind sie Teilbar ins Unendliche; mit der Bestimmung diskreter Größe aber sind sie an sich geteilt und bestehen aus unteilbaren Eins; das eine ist so einseitig wie das andere". Enz 8, § 100.

272. "Die Attraktion ist auf diese Weise als das Moment der Kontinuität in der Quantität". WdL 5, p. 212.

representantes del género G), entendemos estas partes como indivisibles y separadas unas de las otras; esto es, las partes vienen a ser determinadas como átomos o elementos discretos relativos.

El género G es una esfera continua de cantidades o magnitudes discretas en las que contemplamos las clases de posibles continuos: dentro de la línea los segmentos a su vez continuos (una gama dentro de la gama)[273]. La división de esta esfera continua, proceso arbitrariamente continuo, determina órdenes de magnitud como una especie de inclusión de las magnitudes originadas. La atracción es aquello que define a algo como parte absolutamente determinada del género G. La repulsión define la diferencia de partes o de elementos dentro de un género[274].

Lo que Hegel describe es un pensamiento esencialmente aristotélico. En el nivel de la predicación extensional cuantitativa, la *animalidad* engloba a caballo, perro, gato... . Sin embargo, el ente no dice aquello que de común tienen la cantidad, la cualidad, la relación,...; cada una de las significaciones del ente es heterogénea respecto de casi todas las demás. Esta restricción se aclara en la lógica de Hegel en la parte dedicada al concepto (*Begriffslogik*). El ente es, hasta entonces, y según la exposición de la *Lógica del ser* (*Seinslogik*), casi una pluralidad o multiplicidad sin relación, sin un logos.

La *Lógica* de Hegel establece; en primer lugar, esferas completas (géneros) de cualidades. Por este procedimiento disponemos de propiedades determinadas. Sin la constitución de esferas completas de objetos, variedades, conjuntos, clases, carecemos de un concepto determinado de objeto[275]. En principio no tenemos una idea clara de lo que son los objetos y los elementos como para posteriormente formar con ellos conjuntos sobre propiedades. Si suponemos sin más una clase abstracta de *pluralidades* o de *unidades*, lo único que podemos saber de ella es que tiene un número de elementos. Según lo supuesto, no nos cabe saber más de sus cualidades. Por consiguiente, los elementos de la clase son todos iguales entre ellos.

273. "Die Kontinuität ist also einfache, sich selbst gleiche Beziehung auf sich, die durch keine Grenze und Ausschließung unterbrochen ist, aber nicht unmittelbare Einheit, sondern Einheit der fürsichseienden Eins. Es ist darin das Außereinander der Vielheit noch enthalten, aber zugleich als ein nicht Unterschiedenes, Unterbrochenes". WdL 5, p. 212.

274. "Unmittelbar hat daher die Größe in der Kontinuität das Moment der Diskretion,-die Repulsion, wie sie nun Moment in der Quantität ist.-Die Stetigkeit ist Sichselbstgleichheit zur Kontinuität aus". WdL 5, p. 212.

275. "Die Vielen sind aber das Eine was das Andere ist, jedes ist Eins oder auch Eins der Vielen; sie sind daher ein und dasselbe". Enz 8, § 98.

Hegel subraya que sólo podemos conocer algo sobre sus cualidades (lo articulado y referido como un *Dasein*). Lo único que suponemos es el hecho lógico de que los elementos deben ser diferentes entre sí. Desde este nivel de consideración, todas las pluralidades, variedades o conjuntos del mismo número son indiscernibles. Hegel describe este fenómeno con el empleo de la propiedad de congruencia geométrica homogénea (*Gleichgültigkeit*) espacial y temporal.

De lo que hemos dicho anteriormente se deduce en la *Lógica* de Hegel el fundamento del concepto matemático de continuidad. La *Lógica* muestra que las posibles variaciones y modificaciones de las intensidades perceptivas indica la existencia de un continuo de diferenciaciones conceptuales todavía posibles dentro de lo que habíamos identificado como *uno*. Por ejemplo, las variaciones del *rojo*. De la misma forma, en matemáticas tenemos primero el número natural; esto es, lo *uno* como representación del individuo. Pero posteriormente, pasamos a los conjuntos posibles o a las sucesiones infinitas de números naturales. De esta forma distinguimos entre la teoría de números, que tiene por sujeto de estudio a los números naturales, de la teoría del continuo.

También hablamos de continuidad para referirnos a la identidad interna de las cosas corpóreas. Un cuerpo puede ser objeto de división bajo diversos puntos de vista. En concreto, la fragmentación de un cuerpo en el tiempo nos obliga a efectuar más divisiones de esta especie. Este proceso de división recibe en Hegel el nombre de *Quimismo* (*Chemismus*): este es el recurso lógico que define la constitución de los compuestos químicos[276]. Los compuestos químicos materiales, tal como por ejemplo los gases, no son *cosas* en el sentido ordinario del término. Siempre que aplicamos *predicados cósicos* en esta esfera no podemos más que hacerlo metafóricamente. Los límites de la metáfora los establece, precisamente, la ley fundamental de conservación de Lavoisiers. Este principio regula en qué medida y hasta qué punto son correctos y justificables los predicados metafóricos. El siguiente paso sería comprobar la utilidad de los modelos atómicos y moleculares para representar los procesos químicos y microfísicos.

276. Hegel entiende por *Quimismo* (*Chemismus*) el supuesto lógico que oculta un modo peculiar de considerar la materia, a saber, al tratar a ésta como los compuestos químicos. El *Mecanismo* (*Mechanismus*) es el supuesto lógico oculto expresado en forma lingüística que opera como guía teleológica para ocuparnos de las propiedades primarias reconocibles de las cosas corpóreas respecto a las propiedades del movimiento.

2.5.1. *El continuo matemático*

Todo *cuanto abstracto* (*abstraktes Quantum*) o *magnitud* (*Größe*) está definido por lo que Hegel llama exponente de una operación. El cuando abstracto y la magnitud; considerados como números reales, son exponentes de grados y pasos métricos. La definición de toda magnitud incluye implícitamente la definición operativa que nos conduce a su obtención. Por ello, la naturaleza *pura* (*reine*) del *cuanto* es tan sólo una consideración inmediata (abstracta) que prescinde de las reales mediaciones correspondientes. Un objeto fundamental de la *Lógica* es precisamente el análisis de estas implícitas mediaciones. En este procedimiento debemos tener en cuenta las divisiones o particiones de las unidades de grado.

Hegel menciona explícitamente la ventaja de representar los números reales como sucesiones o series de números racionales[277]. Hegel quiere subrayar con esto la dimensión cuantitativa, numérica y aritmética del concepto del concepto de número real. La otra alternativa para representar el número real se remonta a las investigaciones de los antiguos: el número real viene definido por proporciones lógico algebraicas de longitudes o números pitagóricos y euclídeos.

La definición cuantitativa de número real nos proporciona una directa indicación operativa con objeto de construir un segmento con arbitraria exactitud. El desarrollo en serie de números racionales que define el segmento $\sqrt{2}$ o π nos indica la forma operativa por la que podemos llegar a construir con exactitud arbitraria un segmento de longitud $\sqrt{2}$ o π. Los segmentos de estas longitudes son resultado de simples divisiones o adiciones aproximativas. Este procedimiento constructivo es siempre relativo a una unidad de longitud previamente establecida. Este proceso de exactitud arbitraria viene condicionado por una determinación conceptual y, por ello mismo, gradual. En la *Lógica* de Hegel esto tiene un significado especial: en nuestra consideración extensional del mundo no permanecemos en una indeterminación carente de cualidad; esto es, crarente de criterios conceptuales, sino que podemos superar la consideración puramente extensional para recuperar el mundo como medida.

Toda determinación de grado es él mismo, una magnitud *para sí*: magnitud cualificada o identificada. Con ello establecemos la dimensión de identidad e igualdad de una magnitud frente a sus posibles represen-

277. WdL 5, p. 246-248.

taciones. La proposición que dice: *el grado existe* adquiere un significado bien determinado. El grado es la forma cualitativamente operativa por la que determinamos conceptualmente la igualdad o la equivalencia de longitudes mediante relaciones de equivalencia establecidas y definidas (*Gleichgültigkeitsbeziehungen*) entre sus posibles representantes[278]. Un caso bastante común es la determinación de igualdad de longitudes.

El grado viene determinado por sus posibles representantes. La longitud de *un centímetro*, pongamos por caso, viene definida por los correspondientes segmentos. El tiempo de *una hora* está definido por el recorrido del movimiento estandard tipificado y representado arquetípicamente (por nuestros relojes)[279]. Las delimitaciones de un grado son siempre extrínsecas. Estas delimitaciones siempre dependen de la instauración de igualdades o equivalencias entre determinados representantes. Estos posibles representantes están sujetos a un control real intersubjetivo.

Lo que Hegel quiere subrayar con estos análisis es que carece de sentido afirmar la existencia de algo así como *el metro en sí* o *la hora en sí*. La *idealidad* de Hegel, no está realizada de forma perfecta en el mundo material. Aquello de lo que realmente disponemos respecto del espacio son los patrones métricos. Al comparar analógicamente estos patrones descubrimos su relativa adecuación operativa entre los mismos. Estos patrones presentan el carácter aproximado de ser más o menos invariantes frente al movimiento. Respecto del tiempo disponemos igualmente de relojes. Estos relojes marchan más o menos igual. Los relojes están dispuestos de escalas, subdivisiones de grados que son más o menos arbitrarios.

Todos estos análisis tienen por objeto reconstruir todo discurso posible con sentido sobre el espacio y el tiempo. En Hegel no existe *el espacio y el tiempo en sí*; es decir, independientemente de las relaciones que establecemos cualitativamente en el seno de una intrínseca indeterminación. La indeterminación representa en la *Lógica* la materialidad.

Hegel, apoyándose en la autoridad de Leibniz, considera que lo que llamamos materia tiene que ver con la constitución de lo que aquí hemos descrito como *cantidad pura* (*reine Quantität*). Los conceptos de materia y cantidad se distinguen como el ser y la esencia, es decir, la materia es la

278. "Im Grade ist der Begriff des Quantums gesetzt. Er ist die Größe als gleichgültig für sich und einfach,...". Enz 8, § 104.

279. ",...so daß sie aber die Bestimmtheit, wodurch sie Quantum ist, schlechthin ausser ihr, in anderen Größen hat". Enz 8, § 104.

determinación pura del pensamiento. La determinación pura del pensamiento es la intencionalidad (pretensión) no realizada (no satisfecha) de que nuestros conceptos adquieran una satisfacción real. La cantidad es el ser que corresponde a esta pura potencialidad del pensamiento: es la realidad que corresponde al concepto *sólo-en-sí*[280]. Desde el punto de vista puramente extensional prescindimos de las pluralidades (*Vielheiten*) determinadas, por ejemplo, de *los rojos* o *los verdes* concretos, en la esfera del (*Dasein*). Cada unidad de los muchos es el mismo que el otro. Sin embargo, la representación concreta de la unidad exige de la continuidad extensional. La intuición simple tiene lugar dentro de este concepto de cantidad[281]. Hegel trata de reconstruir una *conversio ad phantasmata* sin recurso material. La potencialidad es la del pensamiento mismo[282].

Lo que Hegel llama *el infinito progreso cuantitativo* (*quantitativer Progreß*) no es en realidad progreso alguno. Este fenómeno se produce por la escisión de la cantidad y de la cualidad. Debido a esta escisión atendemos sólo a la consideración extensional de nuestros predicados. Una de las formas en que se manifiesta este supuesto progreso consiste en aumentar los números métricos dentro de una mismo cuanto mediante progresiva precisión de los grados.

La misma naturaleza convencional en la elección de divisiones graduales nos hace reconocer la trivialidad de este supuesto progreso. Dentro de un mismo cuanto, y modificando el grado, podemos aumentar arbitrariamente el número. Este es el mismo procedimiento que empleamos cuan-

280. “In der Tat sind diese Begriffe auch nicht weiter verschieden als darin, daß die Quantität die reine Denkbestimmung, die Materie aber dieselbe in äußerlicher Existenz ist”. WdL 5, p. 215.

281. “Auch eine Vorstellung von dieser Einheit verlangen, die finden dergleichen hinlänglich an jenen Stetigkeiten, die den deduzierten Begriff der Quantität in einfacher Anschauung als vorhanden geben”. WdL 5, p. 216.

282. Hegel coincidiría con Tomás de Aquino. Para Tomás de Aquino no podemos conocer verdadera y completamente la naturaleza de la piedra o la de cualquier otro objeto material si no se la conoce como existente en concreto. Ahora bien, lo particular lo percibimos por los sentidos y por la imaginación. Por consiguiente, para que el entendimiento entienda en acto su objeto propio, es necesario que recurra a las imágenes de la fantasía, a fin de descubrir la naturaleza universal existiendo en un objeto singular. La diferencia de Hegel con Tomás de Aquino consiste en que para Hegel no existen las diferencias en la realidad de una forma absolutamente anterior (inmediata) a nuestra comprensión de la misma (a su mediación matemática, física,..., cultural). Las diferenciaciones tienen lugar dentro del concepto y esto es a lo que Hegel llama movimiento del concepto. El movimiento del concepto es la autocomprensión de los géneros por medio de su diferenciación específica, esto es, la comprensión de las partes como partes de un todo y del todo como el todo de las partes. Hegel aborda esta problemática dentro de la lógica bajo las estructuras formales de la atracción y de la repulsión de los predicados lógicos respecto de sus supuestos.

do determinamos un mismo número racional dejando intactos los numeradores y aumentando los denominadores. Hegel nota que la forma que tiene lo finito de ser infinito es de este tipo. Sólo en este sentido, podemos considerar lo finito como una realidad compuesta de infinitas partes.

La infinitud del espacio y del tiempo consiste tan sólo en el procedimiento aparente del mencionado progreso. La infinitud del espacio y del tiempo no reside tanto en extensión, como en la intrínseca indeterminación que conlleva definir un punto: podemos fijar un punto paso a paso por un proceso de subdivisión que progresa *ad infinitum*. Schelling había notado precisamente en este fenómeno la *finitud* esencial e intrínseca que define el universo. La dimensión cuantitativa de este proceso marca la ausencia de interioridad: la ausencia de un *sí mismo* en la materia.

Las reflexiones de Hegel conectan con las de los antiguos. Anaxágoras mantiene que entre los pequeños no existe el más pequeño, sino que siempre hay algo menor. Anaxágoras dice en sus reflexiones sobre la continuidad que aquello que es no puede dejar de ser sin importar cuánto se subdivida. Un criterio semejante emplea Aristóteles para definir la sustancia: lo que existe de por sí de tal forma que no pueda ser dividido sin dejar de ser lo que es. Cierto que existe un margen de indeterminación que es lo que hace de todo esto un elemento inestable e intrínsecamente finito[283]: el problema de la *Lógica* es establecer los límites dentro de los cuales se mantiene la identidad de un objeto al mismo tiempo que no se excluye su posible diferenciación. En la *Metafísica* de Aristóteles este problema es la búsqueda de la *ousia* o de lo que realmente es. En la *Lógica* de Hegel este problema se aborda desde el fundamento del calculo infinitesimal y entraña la introducción de un límite cualitativo en el continuo.

Este carácter abierto del espacio y del tiempo es comunicado a las cosas del llamado mundo externo. La indeterminación y la ausencia de límites cualitativos claros se manifiesta en la gradación continua de las cualidades. Las denominadas cosas reales nunca pueden determinarse adecuadamente. El horizonte interior (en Hegel *Fürsichsein*) de estas cosas nunca puede determinarse adecuadamente. Este supuesto horizonte interior de las cosas reales se descubre por un proceso infinito de experiencias siempre nuevas y más exactas. Husserl habla por ello de una idea límite en el mismo sentido en el que hablaba Kant. Lo que Hegel más bien deduce

283. En la Lógica de Hegel esta inestabilidad marca la necesidad de pasar de la cantidad y la cualidad como categorías separadas a la unidad reestablecida de la medida.

de todo esto es la inexistencia de eso que llamamos mundo por lo menos en su sentido ordinario.

El problema de la realidad del mundo se relaciona así con la determinación cualitativa de coordenadas en el continuo matemático y con la validez de los principios lógicos fundamentales del pensar ordinario (lo que Hegel llama *Verstand* a diferencia de *Vernunft*). Un punto arbitrario puede ser localizado con cualquier grado de precisión empleando puntos racionales. Las magnitudes que encontramos en la denominada realidad física o en el mundo real externo nunca se dan o se conocen con absoluta precisión. Estas magnitudes nos son accesibles siempre con tan sólo un grado de incertidumbre. Esto es lo que hace que las magnitudes del mundo físico sean bien medidas por números racionales. Hegel por ello subraya la importancia de este fenómeno de aproximar cualquier magnitud por números racionales.

Hegel contempla el carácter del continuo en *statu nascendi*, es decir, el continuo viene representado por un proceso de devenir. El carácter básico del continuo en Hegel es la relación de *parte* a *todo*. Esta relación es más básica que la de *elemento* a *conjunto*. El continuo pertenece a la noción todo extensional. Husserl caracteriza esta noción como aquélla que permite una escisión de tal tipo que las partes son por propia naturaleza del mismo tipo de especie inferior determinada por el todo sin dividir[284].

Podemos ilustrar mejor el esquema de división para el continuo unidimensional de un segmento finito. Si lo partimos por la mitad, descomponemos el continuo en dos partes que vamos a designar de la siguiente forma: una parte izquierda (10) y una parte derecha (11). Cada una de estas partes, al dividirlas por la mitad, se descompone en una parte izquierda (100) (101) y otra derecha (110) (111) respectivamente. Este proceso de subdivisión determina un sistema de coordenadas en el continuo y hace posible la designación aritmética de cada punto concreto por fracciones binarias. En realidad, este proceso no puede llevarse a cabo más allá de cierto punto.

En un continuo concreto es imposible determinar límites y fronteras exactas. En ningún momento la división está fijada con absoluta precisión. Lo que si podemos asegurar es que a medida que la subdivisión continúa, los puntos anteriores de subdivisión aumentan constantemente en precisión. Cualquiera dos partes contiguas del i-ésimo paso de división pue-

284. *Logische Untersuchungen*, II, S. 267.

den unirse en un intervalo del i-ésimo nivel. Los intervalos de división del i-ésimo nivel están situados de tal manera que para cualquier número dado de forma aproximada, en cuanto la aproximación sea lo suficientemente precisa, se puede encontrar un intervalo del i-ésimo nivel en el que esté contenido el numero. El número real concreto viene definido por una sucesión infinita de intervalos de división encajados de nivel siempre creciente.

Decimos que dos números reales *a* y *b* coinciden si, para todo valor de n, el n-ésimo intervalo de la sucesión *a* y el n-ésimo intervalo de la sucesión de *b* se superponen parcial o totalmente. Decimos que dos números reales *a* y *b* son distintos si existe un número n para el cual estos dos intervalos son ajenos. La aplicabilidad del principio de la lógica formal clásica *tertium non datur* no está exenta aquí de dificultades. Por esta razón, L. E. J. Brouwer afirma que este tipo de proposiciones no definen una disyunción claramente determinada por los predicados *o bien P* o bien *no-P*. La disyunción completa requiere de una reconstrucción significativa[285].

Tenemos aquí lo mismo que en el continuo de diferenciaciones definido para los colores. Determinamos los colores por franjas negras y los representamos por segmentos. Si desplazamos las líneas que los separan, puede ocurrir que los segmentos que cualitativamente venían definidos por un color se transformen en otro; por ejemplo, de *verde* a *azul*. Esto significa que modificaciones cuantitativas pueden conducirnos a diferenciaciones cualitativas. Esto también ocurre en el continuo matemático a la hora de determinar un punto en el continuo. La inestabilidad en la aplicabilidad del *tertium non datur* procede de lo siguiente: la separación de dos lugares en el espacio pasa a ser indiscernible cuando movemos un lugar hacia el otro. Para Hegel, al igual que para Anaxágoras y Brouwer no existe un

285. En la matemática clásica la cuestión de si dos puntos A y B del continuo coinciden o no, es una pregunta que siempre puede llegar a ser decidible. En la matemática intuicinista en cambio, esta es una pregunta que desde el punto de vista de la intuición humana no siempre puede llegar a ser decidible. Cada uno de los dos puntos viene definido por una sucesión de intervalos encajados. En este caso, se trata de la siguiente alternativa: o bien se superponen los n-ésimos intervalos de la sucesión A y B para todo n; o bien, existe un n para el cual no sea este el caso. La matemática clásica de Cantor postula que una alternativa del tipo *existe o bien no existe* dirigida a una totalidad tiene sentido. Brouwer, en cambio, se atiene a la intuición y al concepto aristotélico de continuidad: una alternativa semejante no permite una decisión humanamente definitiva desde el punto de vista puramente intelectual. Brouwer considera que la discontinuidad la introduce la voluntad humana en el continuo. Brouwer entiende, de la misma forma que Aristóteles, que es imposible dividir una línea continua desde 0 hasta 1 en dos partes tales como desde 0 hasta ½ y desde ½ hasta 1, de tal forma que todo punto del segmento pertenezca con absoluta certeza a una de las dos mitades.

continuo compuesto de partes. Este fenómeno se asimila a lo que ocurre en el continuo de los colores entre dos colores muy próximos: *rojo* y *naranja*.

Hegel atiende sobre todo a establecer la infinitud como una relación: infinitud por vía de la forma que establece un límite en este proceso. Si tomamos el segmento π podemos aproximarlo por exceso y por defecto con cualquier grado de exactitud mediante perímetros de polígonos regulares de 6-, 12-, 24-,... Estos lados pueden circunscribirse e inscribirse euclidianamente en un círculo. Así, podemos construir un círculo de radio unidad representando los diámetros poligonales $e_1, e_2, e_3,...; u_1, u_2, u_3,...$ como segmentos sobre una recta desde el punto origen fijo O hacia la derecha. Los extremos forman una secuencia de puntos sobre la recta: $E_1, E_2, E_3,...; U_1, U_2, U_3,...$. Todos los puntos E quedan situados a la izquierda de todos los puntos U. El punto E_n se aproxima progresivamente a la derecha conforme aumenta el valor del índice n, igualmente ocurre con el punto U_n hacia la izquierda. La diferencia entre $E_n U_n$ es menor que cualquier límite. La cuestión es entonces, cómo saber si existe un punto tal como Π, que deje a todos los puntos E a la izquierda y a todos los puntos U a la derecha. Es claro que este objeto Π, no se da en este procedimiento más que como un progresivo proceso constructivo al que tienden las dos series numéricas $e_1, e_2, e_3,...; u_1, u_2, u_3,...$ que se agotan en el infinito. Lo que Hegel concluye es que este objeto no se da, por tanto, en el sentido de un *en-sí*.

Interpretando el pensamiento matemático de Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966) podríamos decir que lo que objetivamos es en realidad un *hueco de objeto*, o lo que Hegel llamaría *negatividad* (*Negativität*). Para Brouwer no existe fundamento firme por el que podamos atribuir a un número decimal infinito ψ; la propiedad de ser distinto de cero; o la de ser idéntico a cero. Este enunciado parece, en principio, contradecir a toda lógica. Sin embargo, ocurre aquí de forma similar a lo que tenía lugar en las antinomias matemáticas kantianas: puesto que el número ψ infinito decimal (o bien π) no se dan como una *cosa en sí* (*Ding an sich*) absolutamente determinada (lo absolutamente incondicionado) como una secuencia finita de cifras, sino más bien, como un hueco, el principio de tercio excluso (*tertium non datur*) pierde aquí su validez aplicativa.

En este caso, la definición de los números reales sería equiparable al estatuto ontológico que adquiere el concepto de *fenómeno* (*Erscheinung*) en Kant. No disponemos de los medios por los cuales podamos decidir o

experimentar (*erfahren*) si un número decimal infinito es cero o diferente de cero; o bien, dicho de otra forma, no nos está principialmente permitido el afirmar que un número decimal infinito es *ni-cero*, *ni no-cero*. La imposibilidad reside en el concepto de infinito subrayado por Brouwer: el infinito es tratado como potencial o en devenir o constructivo. Para Cantor, en cambio, el infinito es tratado como actual o completo o extendido o existencial.

En la matemática clásica, un conjunto infinito es considerado como algo que existe como totalidad completa, con anterioridad o independencia de cualquier proceso humano de generación o construcción. Se trata de algo que se puede desplegar por completo ante nuestra inspección. Si rechazamos el *absolutismo existencial* denunciado por Weyl en la matemática de Cantor, y con ella en toda la matemática clásica, advertimos la similitud que existe entre el problema de la existencia del mundo en Kant con el problema de la existencia de los números reales (así como, por consiguiente, la fundamentación del cálculo infinitesimal).

Si eliminamos de la matemática el concepto de totalidad, entonces nos enfrentamos a una dificultad advertida tanto por Weyl como por Hilbert: si dividimos un conjunto infinito en dos partes, entonces no podremos decir que, por lo menos, uno de los dos subconjuntos permanece infinito. De esta forma, importantes teoremas del Análisis (por ejemplo, teorema de Bolzano-Weiertraß) quedarían inmediatamente sin fundamento demostrativo. Sin embargo, la actitud de Brouwer está firmemente respaldada; en primer lugar por el matemático L. K. Kronecker[286], pero también por Kant e incluso por Husserl[287], cuando éstos se plantean la cuestión de

286. "Die… aufgestellte Definition der Irreduktibilität entbehrt so lange einer sicheren Grundlage, als nicht eine Methode angegeben ist, mittels deren bei einer bestimmten vorgelegten Funktion entschieden werden kann, ob dieselbe der aufgestellten Definition gemäss irreduktibel ist oder nicht". KRONECKER, L. K., "Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Grössen". Werke II, § 4, 1882, S. 256-57.

287. Así dice Husserl "daß auf dem Sirius Menschen wohnen, ist für mich, der Ich eine daseiende Welt in der ungebrochenen Einheit meiner Erfahrung gegeben habe, ebenfalls eine "leere" Möglichkeit, insofern als dafür in meiner Erfahrung nichts spricht; aber keineswegs eine völlig leere, insofern als ich wirklich Erfahrungswege einschlagen und Kenntnisse gewinnen kann, durch welche sich schließlich entscheiden müßte, ob solche Menschen existieren oder nicht. In das Reich sozusagen absoluter Fiktionen, die nicht in den Weltraum hineingezeichnet sind und seine Horizonte "realer" Möglichkeit bevölkern, also noch an der Kraft der Einstimmigkeit der Erfahrung (oder was daselbe ist, der wirklichen universalen Wahrnehmung) einigen Anteil haben, führen keine Erfahrungswege, keine Wege des: "Ich kann" zusehen, ich kann Erfahrungskenntnis gewinnen und entscheiden" (VIII, 57; vgl. auch III, 114; I, 23; IX, 186: "...Zunächst in dem Sinne, daß z.B. der Feldberg, wenn auch keine Wahrnehmung seines Wahrnehmungsystems ihn verwirklicht, doch von

la existencia de algo independientemente de los medios de los que disponemos para decidir su existencia.

Otra manifestación de progreso al infinito, progreso cuantitativo hacia nada, consiste en poder escribir cualquier número natural delante de una indicación de grado. Con ello, obtenemos una denominación meramente formal de un posible cuanto. Primero, tenemos la única interpretación plena de sentido de números designados: se trata de los exponentes de una medición fáctica posible o de su resultado. Posteriormente, hemos realizado una extrapolación en cuanto declaramos que ciertos números métricos son los resultados posibles de una medición. Este paso es sólo de naturaleza formal: podemos escribir números cualesquiera ante la designación de una unidad de medida. La contradicción que surge dentro del concepto de lo posible se resuelve en cuanto atendemos a la diferencia articulada entre lo que es en principio posible y lo fácticamente posible. Lo que es en principio posible se extiende a una infinitud, que abandona tras sí la dimensión de las numerabilidades y mediciones fácticas. Lo fácticamente posible permanece en la esfera de la realidad abierta; esto es, de la experiencia[288].

Hegel quiere mostrar la ingenuidad de toda infinitud inmediata. Lo continuo existe sólo como la posibilidad ilimitada de precisión en nuestras diferenciaciones. La verdadera infinitud, no la meramente vaga y simple, se concibe como forma. Una de las manifestaciones de la verdadera infinitud como forma es dada mediante la ley formal de una serie determinada y designada no-finita[289].

Hegel observa sobre la naturaleza de la aritmética que los números son la exteriorización de la intuición (*die Äusserlichkeit der Anschauung*). Los números vienen dados, primeramente, por el camino directo o indirecto de las designaciones de conjuntos concretos o de objetos abstractos.

anderen Wahrnehmungen anderer Dinge aus zugänglich ist, und in einer Weise, daß von ihren Gegenständen aus Erfahrungswege zu ihm und seinen Wahrnehmungen in subjektiver Gewehrleistung vorgezeichnet sind. Meine gegenwärtige Wahrnehmung und ihr Gegenstand haben einen weiteren Erfahrungshorizont, der in möglichen Wahrnehmungen und, wörtlich gesprochen, auf bekannten Wegen zu ihm hinleiten würde". Estas manifestaciones de Husserl se correlacionan con la doctrina kantiana de la realidad empírica del espacio-tiempo y del realismo empírico en general (*Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels*, III, Teil, den Anhang "Von Bewohnern der Gestirne").

288. "In diesem Widerspruch, daß die fürsichseiende gleichgültige Grenze die absolute Äusserlichkeit ist, ist der unendliche quantitative Progreß gesetzt". Enz 8, § 104.

289. "-eine Unmittelbarkeit, die unmittelbar in ihr Gegenteil, in das Vermitteltsein (das Hinausgehen über das soeben gesetzte Quantum), und umgekehrt, umschlägt". Enz 8, § 104.

Los conjuntos son una diversidad o pluralidad designada. En segundo lugar, calculamos, contamos y numeramos siempre representantes intuitivos: en último término esto es igualmente válido para determinar el número de los objetos abstractos.

Si confundimos la distinción formal entre la determinación cualitativa de los grados (designación numérica) con la determinación de las cantidades abstractas (las cantidades puras de los números) surge una contradicción[290]. El espacio-tiempo euclídeo es un constructo ideal matemático. Este espacio-tiempo, entendido como un contexto general representativo de resultados métricos reales, estaba limitado ya antes de que Einstein lo mostrara concretamente. Los análisis hegelianos en torno a los cuantos geométricos y cronométricos se dirigen a esta aclaración crítica; tanto del infinito como de la forma matemática.

No basta con pensar o creer *a priori* que cualquier indicación de grado numéricamente designado tenga un correspondiente cuanto real o experimentable. Una vez que concebimos el proceso por el que producimos un infinito en el sentido formal del concepto (infinito falso o simple), estamos en condiciones de distinguir entre lo fácticamente posible y lo formal-matemáticamente posible. Desde un punto de vista formal, podemos construir velocidades, longitudes lineales rectas,... etc. Una vez establecida esta distinción, podemos comprender el significado de la existencia de un mínimo de temperatura o de una velocidad relativa más rápida. Hegel es especialmente cauto en lo que respecta a instaurar la geometría euclidiana tradicional como la forma *a priori* de la intuición externa.

La infinitud numérica reside en la posibilidad formal de construir y formar el número siguiente. Todo conjunto finito, que represente un número, puede ser, en principio, aumentado en un nuevo elemento. El conjunto que se origina representa el número siguiente. A toda secuencia finita de signos numéricos podemos añadir un nuevo elemento último. Una vez que comprendemos operativamente la adición *más 1*, el añadido de una longitud genérica, la nueva realización de una regla o de un paso

290. "Durch seinen Begriff ein unendliches Hinausschicken über sich. Der unendliche quantitative Progreß ist ebenfalls die Gedankenlose Wiederholung eines und desselben Widerspruchs, der das Quantum überhaupt und in seiner Bestimmtheit gesetzt, der Grad, ist". Enz 8, § 104.

genérico determinado, comprendemos simultáneamente el proceso general[291].

La conexión del concepto de grado con su determinación como medida se refleja en lo que llamamos realidad física: basta con advertir que en la realidad física, las cantidades nunca se dan a conocer con absoluta precisión sino siempre con sólo un grado de incertidumbre. La mayor expresión de lo que se debe entender por grado lo ejemplifican las medidas consideradas por números racionales. La vaguedad de nuestras diferenciaciones cualitativas dentro del mundo físico se reducen al soporte material que tienen incluso nuestras diferenciaciones matemáticas (supuestamente absolutas desde el punto de vista de la determinación).

Aquí Hegel retoma una cuestión fundamental del aristotelismo con la que conecta sus reflexiones en torno a la matemática desde el punto de vista de su aplicación y que afecta a *La doctrina sobre la esencia*. Decimos que X es ontológicamente anterior a Y si y sólo si X puede tener a Y como predicado. Ahora bien, es difícil que X pueda ser predicado de Y. Por ejemplo, podemos hablar de una superficie coloreada mientras que hablar de un color superficial tiene sentido sólo metafóricamente. Dedekind también había advertido que los números reales, entendidos como símbolos para las longitudes de segmentos, eran un instrumento coherente para la medición científica. En este sentido, al igual que Hegel y Aristóteles, tenemos al continuo sensible como soporte intrínseco de las determinaciones matemáticas.

Según esto último, aquí el grado hace de autoreferencia a las clases de cuantos. Ciertamente podemos hablar de la intensidad de una cualidad, por ejemplo, el grado de tinte rojo. Pero aquí, de lo que tratamos es del grado en la esfera de la cantidad pura. El grado en esta esfera es la autoreflexión: la cantidad pura pasa a ser cuanto debido a que necesitamos expresar medidas de cantidades en términos de números. Esto nos obliga a extender el concepto de número de tal manera que podamos describir una gradación continua de medidas; es decir, establecer un límite finito de magnitudes finitas determinado por un paso métrico cualitativamente instaurado.

El límite de la esfera puramente cuantitativa lo encontramos en el ejemplo mencionado; a saber, el grado de intensidad de un color. Una posible modificación, en principio cuantitativa, de una frecuencia de onda

291. "Über den Überfluß, diesen Widerspruch in der Form des unendlichen Progresses auszusprechen, sagt mit Recht Zeno bei Aristoteles: Es ist dasselbe, etwas einmal sagen und es immer sagen". Enz 8, § 104.

puede provocar diferencias cualitativas. Por ejemplo, según la intensidad, puede pasar de ser un color determinado a ser otro, así como también, dentro de una misma especie de color (por ejemplo dentro del rojo), estará más próximo o más lejano de un determinado color según la intensidad de pigmentación. La reproducción de estos fenómenos exige una síntesis lógica que tiene como resultado una medida.

La reflexión de la cantidad sobre su propia esfera mediante el grado (gradación y refinamiento en sus diferenciaciones) reproduce simplemente una reiteración vacía: el infinito falso (reiteración de lo mismo sin diferencia alguna) se da a todos los niveles de diferenciación cuantitativa, sea la clase de los naturales, enteros, racionales, irracionales, o sin cumplir el principio arquimediano, los números complejos, los hiperreales,... . El contenido, la determinación de las clases de magnitudes (números reales), o de números (complejos e hipercomplejos) viene condicionada cualitativamente, o lo que en Hegel es igual, conceptualmente (sobre criterios comúnmente establecidos que dichas magnitudes o números deben satisfacer para obtener su identidad).

En la *Lógica* de Hegel el género de lo cuantitativo está intrínsecamente limitado, ya que es imposible que este género de cuenta de todo. Hegel sigue en esta postura un parecer genuinamente aristotélico. Para Aristóteles, la categoría de magnitud, exaltada por los pitagóricos y platónicos, es tan sólo una determinación superficial de las realidades substanciales que soporta a éstas. Hegel, reinterpretando este concepto de soporte, subraya la prioridad lógica de la cualidad frente a la cantidad, aún cuando propiamente no se puede hablar de substancia en el sentido aristotélico del término.

Los argumentos de Aristóteles se centran en saber si los objetos de las matemáticas tienen una existencia de suyo o si constituyen atributos de otras realidades. En el caso de ser atributos de otras realidades, los objetos matemáticos dependerían de éstas, al tiempo, que están desvinculadas de ellas[292]. Aristóteles subraya la metodología de estas ciencias: primero, abstraen a partir de las realidades sensibles (Met 1077b: 17-28). Segundo, distinguimos diversas etapas de la abstracción matemática (Met 1077b:

292. "Que las cosas matemáticas posean menor entidad que los cuerpos, que no sean anteriores en el orden de existencia a las cosas sensibles, que no tengan sobre estas cosas sensibles más que una anterioridad lógica, que no puedan existir en parte alguna en estado separado, todo ello ha quedado suficientemente establecido [...]. Está claro o que no se dan en modo alguno, o bien se dan de modo particular, y por esta razón, no son en el sentido riguroso del término ser: pues, sabemos, el ser se toma en diversas acepciones". *Met*, M 1077b: 12-17.

18-30). Aristóteles describe estas etapas desde la Geometría de los sólidos hasta la Aritmética pura[293].

Aristóteles relaciona el trabajo matemático con la operación de establecer una premisa[294]. Podemos lograr excelentes resultados mediante esta operación de afirmar como separado lo que no está separado. Esto se debe a que la matemática no postula una premisa cualquiera: lo que se abstrae no tiene realidad en acto en lo sensible y no tiene tampoco realidad separada[295], sin embargo, no tratan del *no-Ser* absoluto por ser determinaciones en potencia de Ser[296].

Para Hegel no existe una simple pluralidad de objetos discretos. Las pluralidades, sin más, no existen ni pueden llegar nunca a ser objeto de conocimiento. Lo que existen son pluralidades de algo. Las pluralidades o diversidades, en cuanto hacen referencia a algo, decimos que se comportan atractivamente respecto a un género relativamente supremo. Aquí es donde lo cuantitativo tiene su soporte cualitativo. La diversidad, considerada dentro del género, es difusa; así, por ejemplo, el género de lo numérico y los objetos concretos numéricos designados. Estos objetos discretos, vistos desde el punto de vista genérico, constituyen o forman un continuo.

Hegel, al igual que Aristóteles, determina el objeto de la matemática, la cantidad, equiparándolo al nivel de la materia. De hecho, para Hegel, el pitagorismo y el platonismo matemático son dos formas de materialismo. El número, como objeto discreto, desaparece cuando lo vemos formando parte extensional del continuo de los reales. De esta forma, el *Ser* del objeto pierde la cualidad de ser algo determinado (limitado). La diferenciación de un número concreto desde el continuo de los reales requiere establecer una unidad gradual conforme a la que establecemos posibles

293. "[...] los objetos en movimiento podrán dar lugar a proposiciones y a ciencias que los consideren no en cuanto en movimiento, sino solamente en cuanto cuerpos; los cuerpos, a su vez, serán considerados en cuanto superficies solamente; o en cuanto longitudes solamente, o en cuanto divisibles, o en cuanto indivisibles pero ocupando una posición o, finalmente, en cuanto indivisibles solamente". *Met*, M 1077b: 18-30.

294. "Así pues, cuando nos referimos a atributos separados de los atributos que les acompañan, y los sometemos a examen en cuanto tales, no por ello erramos, como tampoco yerra el geómetra quien, trazando una línea sobre el suelo admite que tiene un pie de largo cuando lo tiene, pues el error no reside en las premisas del razonamiento". *Met*, M 1078a: 17-20.

295. "Y las ciencias matemáticas no serán ciencias de lo sensible, sino de otros objetos separados de lo sensible". *Met*, M 1078a: 3-5.

296. "[...] que los geómetras razonan correctamente: sus decisiones tratan sobre lo que es; pues los objetos de su ciencia son, ya que hay dos sentidos del ser, el ser que es entelequia y el ser en cuanto materia". *Met*, M 1078a: 28-31.

diferenciaciones. Por este último procedimiento, el *Ser* del objeto recupera el límite desaparecido momentáneamente. Hegel ve este procedimiento reflexivo plasmado en las paradojas de Zenón: el objeto concreto, estático, indivisible y eterno, representaría el *Ser* de Parménides, mientras que el continuo representaría la *Nada* en la que se disuelve toda identidad concreta según Heráclito[297].

Una vez recuperado el límite, gracias a la mediación gradual, establecemos aquello que constituye la posibilidad general de una física desde el punto de vista lógico: la medida. La vuelta de una consideración puramente cuantitativa del *Ser* a una cualitativa es una modificación de nuestra comprensión del *Ser*; un devenir. Esta modificación tiene un correlato objetivo en un horizonte instaurado nuevo del *Ser*, la medida. Esta categoría del devenir entraña un sentido del tiempo propio de la comprensión del espíritu. Hegel asocia explícitamente este sentido del tiempo al cálculo de fluxiones de Newton. En la medida se contienen los dos pasos previos, cualidad y cantidad, no como desaparecidos (en pasado absoluto) de forma absoluta, sino como asumiendo sus efectos pretéritos (en presente, esto es, mientras desaparecen). La medida es la cifra de este movimiento.

2.6. *El movimiento del concepto y el concepto del movimiento*

Hegel propone el movimiento local como ejemplo de lo que debemos entender en *Lógica* cuando empleamos el término contradicción (*Widerspruch*). El movimiento local presenta uno de los casos límite o poco claros, desde el punto de vista lógico, con los que se enfrenta el entendimiento (*Verstand*) a la hora de delimitar cualitativamente los predicados que le corresponden a una sustancia que transcurre continuamente (*kontinuierlich*) por diversos estados. La complejidad de nuestras distinciones puede ser tal, que al entendimiento le resulta muy difícil discernir entre un estado de movimiento y uno de ausencia de movimiento. En la asignación de nuestros predicados, esto equivale a tener que hablar de una sustancia que en un mismo instante adquiere el predicado P y el predicado no-P; es decir, equivale a hablar de contradicción.

297. "..., sie betreffen die Begriffe von Raum und Zeit,... Sie haben das reine Sein des Parmenides zum Resultate, indem Sie die Auflösung alles bestimmten Seins in sich selbst aufzeigen, und sind somit an ihnen selbst das Fließen des Heraklit". WdL 5, p. 109.

Desde el punto de vista puramente cuantitativo, la vaguedad reside en un proceso siempre realizable de precisión progresiva y afinamiento (extensional) de un supuesto estadio intermedio, tal como por ejemplo, entre un estado u otro, entre el movimiento y el reposo, o en definitiva, entre el *Ser* y el *no-Ser* lógicos de la referencia predicativa. El problema consiste en introducir un límite cualitativo, conceptual, tal como por ejemplo, determinar el instante en que un cuerpo pasa del reposo al movimiento o el instante mismo en que surge o termina algo en un proceso determinado.

Hegel mantiene que el movimiento local es una contradicción. Hegel trata este ejemplo en una observación al capítulo dedicado sistemáticamente al concepto de contradicción en la *Wissenschaft der Logik*[298]. Hegel presenta en este capítulo la primera orientación apropiada sobre la *esencia de la contradicción*[299].

Hegel se refiere explícitamente en este contexto a las reflexiones de los antíguos. En concreto, Hegel dedica especial interés a las denominadas paradojas de Zenón. La tesis de Hegel sobre la esencia de la contradicción se apoya en uno de los argumentos fundamentales de Zenón de Elea contra la posibilidad del movimiento local. Zenón argumenta que si admitimos que un objeto está en movimiento, tal como por ejemplo una flecha que en su vuelo pasa de un lugar a otro, debemos concluir que esta flecha se encuentra en cada instante de su vuelo exactamente en un único lugar. Este lugar se corresponde exactamente con su magnitud.

El movimiento, sin embargo, es cambio de lugar. Además, por otra parte, no existe objeto alguno que pueda estar al mismo tiempo en distintos lugares. Por tanto, la flecha tiene que permanecer inmóvil en cada lugar en el que ella se encuentra. Hay que añadir, que la flecha tampoco se mueve en aquellos lugares en los que no se encuentra. Zenón concluye que la flecha en movimiento, y cualquier otro cuerpo en movimiento, en realidad permanece inmóvil[300].

298. WdL 6, pp 74-80.

299. “Die äußerliche sinnliche Bewegung selbst ist sein unmittelbares Dasein. Es bewegt sich etwas nur, nicht indem es in diesem Jetzt hier ist und in einem anderen Jetzt dort, sondern indem es in diesem Hier zugleich ist und nicht ist. Man muß den alten Dialektikern die Widersprüche zugeben, die sie in der Bewegung aufzeigen; aber daraus folgt nicht, daß darum die Bewegung nicht ist, sondern vielmehr, daß die Bewegung der daseinde Widerspruch selbst ist”. WdL 6, p. 76.

300. La argumentación viene recogida por Aristóteles, *Physik* VI 9,239b 5-7; y por Diogenes Laertius, IX,72(=29B 4 Diels/Kranz)

Bertrand Russell interpreta los resultados de las paradojas de Zenón desde los descubrimientos matemáticos realizados en el campo de la teoría de conjuntos. Russell defiende una concepción del continuo elaborada a partir de los trabajos de Cantor[301]. Para Russell, cuando un cuerpo se mueve lo único que podemos enunciar desde un punto de vista lógico consistente es que existe una correlación entre un punto temporal y un lugar espacial allí donde el cuerpo se encuentra. Para cada punto temporal diferenciable, existe un punto espacial asignable en el que el cuerpo se encuentra. El movimiento local es posible. Si decimos que un cuerpo se ha desplazado, entonces éste puede encontrarse en distintos puntos temporales correlativos a diferentes puntos espaciales[302]. Russell conviene con Zenón en que, para todo punto que podamos discernir, el cuerpo está inmóvil.

Por el contrario, tanto para Kant como para Hegel, constituye una diferencia fundamental afirmar que el cuerpo se está moviendo o permanece inmóvil en cualquier punto determinado de su trayectoria de movimiento. La postura de Russell, sobre todo frente a Hegel, está condicionada por una renovación parcial del mundo inmutable de los eléatas. La postura de Russell se reconcilia con las consecuencias ontológicas de los eléatas mediante un postulado añadido; a saber, para puntos temporales distintos admite Russell diferentes estados del mundo[303].

301. Esto es lo que al respecto parece suponer Russell cuando se refiere a Kant y a Hegel: "Früher dachte man wenn sich etwas verändert, muß es sich in einem zustand der Veränderung befinden, und wenn sich etwas bewegt, muß es sich in einem zustand der Bewegung befinden. Heute weiß man, daß diese Ansicht falsch ist. Bewegt sich ein Köper, so läßt sich darüber nur aussagen, daß er sich zu dem einen Zeitpunkt an dem einen Ort und zu einem anderen Zeitpunkt an seinem anderen Ort befindet. Wir dürfen nicht sagen, daß er sich im nächsten Moment an dem angrenzenden Ort befinden wird, denn es gibt keinen nächsten Moment. Die Philosophen behaupten oft, daß ein Körper, der sich bewegt, seinen Standort innerhalb eines Moments wechselt. Dieser Ansicht trat Zenon vor langer Zeit mit der fatalen, aber treffenden Aussage entgegen, daß sich jeder Körper stets nur dort befindet, wo er ist; aber einem derartig einfachen und kurzen Gegenargument pflegen Philosophen ja kein Gewicht beizumessen". Russell comenta a continuación "Die Philosophie war offenbar in eine sackgasse geraten. Sie führte zu den kantischen Antinomien und somit, mehr oder weniger indirekt, zu einem Großteil der Hegelschen Dialektek". RUSSELL, B., "Recent Work in the Philosophy of Mathematics", in The International Monthly, 1901; La traducción de la edición alemana se encuentra publicada bajo el título de *Die Mathematik und die Metaphysiker* que aparece en Kursbuch 8, hrsg. von H. M. Enzensberger, 1968, S. 8-25.

302. En este punto, conviene Russell con Kant y Hegel frente a Zenón.

303. Russell, a partir de la teoría de conjuntos de Cantor y la eliminación del concepto de *magnitud infinitesimal* por obra de Weiertrass en el Análisis, reconstruye la imagen de un *mundo absoluto* en el sentido en que lo denuncia WEYL, *The Principels of Mathematics* de 1903: "Weierstraß, by strictly banishing all infinitesimals, has at last schown that we live in an unchanging wordl, and

Toda pregunta que se arbitre para indagar lo que ocurre en el *momento* del cambio o en qué consiste este cambio (o traspaso) de un estado a otro, es para Russell carente de sentido. Para Russell, igual que para los antiguos eléatas, el movimiento y el cambio no son objeto de conocimiento.

Para Hegel, por el contrario, la cuestión para la que Russell carece de sentido, es de vital importancia. Hegel no afirma que un cuerpo en movimiento cambie o modifique su lugar en el mismo instante individual de tiempo; tal y como si el cuerpo en movimiento alcanzara un punto siguiente (próximo, vecino o cercano) del espacio en el mismo lugar del cambio. Hegel afirma explícitamente que siempre que hablamos de movimiento en general, entonces decimos que un cuerpo está en un lugar y después se dirige a otro. Sin embargo añade lo siguiente: en cuanto consideramos que el cuerpo se está moviendo, entonces no está ni en el primer punto ni en el segundo (tercio no-excluido). Esto no quiere decir, tal como apunta Hegel, que el cuerpo se encuentre entre los dos puntos, puesto que con eso no decimos nada (*so ist dies nichts gesagt*). Esto último no añade nada puesto que el cuerpo, en todo caso, siempre se encuentra en un lugar (el que sea) entre los dos puntos[304].

Si por *movimiento* (*Bewegung*) entendemos la modificación local (de un punto del espacio y no de cualquier otra cosa), entonces esto sólo puede significar una cosa; a saber, que el movimiento que tiene lugar en un punto temporal determinado es la modificación de aquél lugar que precisamente está ocupando el cuerpo en ese determinado instante de tiempo[305].

Para Russell, las explicaciones de Hegel sobre el movimiento admiten supuestos que contradicen una interpretación del continuo en el sentido de

that the arrow, at every moment of ist flight, is truly at rest. The only point where Zeno probably erred was in inferring (if he did infer) that, because there is no change, therefore the wordl must be in the same state at one time as at another. This consequence by no means follows". New York 1943, S. 347.

304. Hegel intenta precisar, frente a Kant, el significado de lo que queremos expresar cuando decimos de un cuerpo que está movido (*bewegt*) en un punto temporal individualmente determinado.

305. Cuando hablamos de una modificación o variación; por ejemplo de L, no hablamos en el sentido de un cambio local del tipo de L a otro punto M; o bien, desde L a otro punto N, que se encuentra entre L y M. De lo que Hegel está hablando es de lo siguiente: cambiar de lugar o modificarse L significa para un objeto x sólo y únicamente que x está y no está en el mismo instante temporal en L. La necesidad de que exista un lugar próximo, vecino o cercano a L siempre que tiene lugar el movimiento en un instante determinado de tiempo es un supuesto del que Hegel no se sirve. Russell ha supuesto aquí demasiado.

la teoría de conjuntos. Sin embargo, lo problemático no es tanto esto, como que en los enunciados empleados por Hegel para describir el movimiento local de los objetos se contienen contradicciones. Esto significa: por lo menos en lo que se refiere a la forma de los enunciados, éstos parecen comportarse contradictoriamente. Esta forma contradictoria de las expresiones de Hegel es la que debe ser objeto detenido de análisis[306].

Las diferencias de Russell y de Hegel en la discusión de las paradojas de Zenón no se explican desde la concepción del continuo introducida por la teoría de conjuntos. La discusión radica, más bien, en una conclusión filosófica que Russell deduce del concepto de continuo implícito en la teoría de conjuntos. Para Russell, esta conclusión, y con ella la nueva interpretación del continuo, es importante para el concepto del movimiento local.

Lo verdaderamente importante de la propuesta resolutoria de Hegel para las aporias de Zenón es que permite enunciados, que al menos según la forma, son contradictorios. Sin embargo, y a pesar de ello, Hegel entiende que estos enunciados son verdaderos. Los enunciados empleados por Hegel, no sólo pretenden tener sentido, sino que a pesar de ser contradictorios según la forma, quieren ser verdaderos y expresar una profunda verdad.

Lo relevante en la interpretación de Hegel es el problema siguiente: qué sentido puede tener el afirmar que dos enunciados están entre sí en una relación de contradicción según la forma, y sin embargo, no ser falsos. La respuesta a esta cuestión la aporta Hegel no en una esfera de abstracción, sino al hilo de un ejemplo concreto: el movimiento local. Hegel mantiene que un objeto que se mueve de forma continua modifica su lugar en cada *ahora* (*Jetzt*). Por tanto, según esta concepción, el cambio local de un objeto significa: la cosa que se mueve en el instante T está en el lugar L, y simultaneamente no está en el lugar L. Aquí constatamos una con-

306. La interpretación hegeliana de las aporías de Zenón no tienen nada que ver con una concepción del continuo al modo de la teoría de conjuntos. Si interpretamos con Cantor que el continuo espacial es un conjunto actualmente infinito de puntos, entonces el conjunto de puntos de un continuo es no numerable. Esto implica que; para todo punto cualquiera que elijamos en una trayectoria continua, no existe un punto deferenciable del continuo que podamos determinar o destacar como *próximo*, *cercano* o *vecino*. Aquí reside una notable dificultad implícita en el postulado de Cantor; a saber, si podemos considerar válida una interpretación en la que la totalidad de los puntos de un segmento o superficie sea un conjunto. A su vez, parece problemático que un conjunto no numerable de puntos sin extensión pueda constituir una extensión. Véase, CANTOR, G, *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, Berlín 1932, Nachdruck Hildesheim 1966, S .370 ff. und 409 ff.

tradicción, por lo menos según la forma enunciativa. Sin embargo, Hegel no considera que este enunciado sea falso.

Para Hegel, constatar una contradicción según la forma, no es un criterio suficiente como para interpretar un enunciado como falso. Ahora bien, puesto que Hegel acepta el principio de contradicción, no es sostenible que un objeto sea en el instante T en el lugar L y simultaneamente no sea en el lugar L. Lo enunciado en esta proposición es algo insostenible en el espacio y en el tiempo, aunque tomemos el espacio y el tiempo todo lo pequeño que podamos. Esta contradicción ciertamente no puede existir.

Ahora bien, aquí reside uno de los pensamientos fundamentales de Hegel: no podemos *resolver* (*Auflösen*) todas las contradicciones formalmente enunciadas con tan sólo excluir la posibilidad de pensar lo contradictorio. Según Hegel, no podemos hacer esto y al mismo tiempo comportarnos adecuadamente a la verdad. Existen contradicciones formales cuyo origen no reside en un error nuestro sobre la naturaleza de las cosas, sino que reside en la esencia de las cosas mismas. Lo insostenible de estas contradicciones no reside en los errores que proceden de la falsedad de los enunciados.

En nuestro ejemplo, a un cuerpo en movimiento local le asignamos dos predicados *en el instante T en el lugar L* y *en el instante T no en el lugar L*. Según Hegel lo que aquí tenemos es una contradicción que no procede meramente de un error. Más bien, según Hegel, la contradicción es aquí manifestación de lo que tiene lugar realmente; a saber, que a un cuerpo en movimiento, al que le asignamos un lugar determinado del espacio y un instante correspondiente de tiempo, le acontece que está movido, se está moviendo o en movimiento (*Bewegt*). Esta contradicción no es resoluble con tan sólo adoptar las correcciones predecibles y pertinentes para los predicados del objeto.

Las modificaciones que adoptemos con objeto de *disolver* esta contradicción, son las modificaciones del objeto mismo del que enunciamos los predicados. Esto no sería evitable ni siquiera tomando el tiempo y el espacio tan pequeño como nos fuera posible[307]. La afirmación *el objeto en movimiento en el instante T y en el lugar L, y no en el lugar L* no puede mantenerse, precisamente porque esta afirmación contiene una contradicción.

307. A. Robinson trata de evitar la contradicción introduciendo el *infinitésimo* en el cálculo infinitesimal: el objeto atraviesa el lugar L en el instante T sin tan siquiera parar el mínimo tiempo discernible en el lugar L. Precisamente por esta contradicción, existe eso que llamamos movimiento.

No basta con modificar los *momentos* del enunciado; esto es, las posibles expresiones del enunciado en cuestión que definen el devenir lógico del movimiento local (físico-real). Con este ejemplo se muestra gráficamente la identidad de lógica-racionalidad-realidad en el sistema de Hegel: precisamente porque el objeto atraviesa el lugar L en el instante T sin detenerse siquiera un mínimo de tiempo (por pequeño que sea) en L, existe eso que denominamos movimiento. El movimiento mismo del objeto es aquello por lo que se disuelve la contradicción misma.

El resultado de todas estas reflexiones tiene una consecuencia filosófica de gran magnitud: la contradicción existe en cada instante y cada lugar del movimiento atravesado o recorrido por el objeto en movimiento. Mientras tiene lugar el movimiento, de cada resolución de una contradicción se origina una nueva. Hegel llega al convencimiento de que esta contradicción constatada no puede ser soportada por las realidades espacio-temporales. Precisamente por ello, los objetos se mueven con el objeto de evitar que sobrevenga la contradicción. El movimiento es contradictorio, porque lo contradictorio para el movimiento sería cesar. No es sólo contradictorio para nosotros, que asignamos un punto para cada instante de los cuerpos en movimiento, sino que el movimiento es la contradicción misma (al mismo tiempo que su resolución).

El concepto de movimiento implica necesariamente contradicción. Esta contradicción no atiende a una escisión entre un consideración subjetiva u objetiva. No se trata sólo de una contradicción en nuestra forma de comprender el movimiento, sino de que el movimiento mismo implica contradicción; es decir, el movimiento es el ser de la contradicción[308]. La continuidad del movimiento se define por el constante tener y carecer, adquirir y perder de propiedades en uno y en el mismo sentido. Hegel considera que esta contradicción es algo que pertenece a las cosas mismas; es más, es la realidad de las cosas en cuanto las definimos como cosas determinadas (esfera del *Dasein*). La contradicción es lo objetivo del ser que se mueve[309].

Aristóteles argumenta contra Zenón el que éste comprenda el tiempo como compuesto por *ahoras* o por una sucesión de instantes. Una vez eliminada esta suposición, no se sigue la conclusión del razonamiento de

308. "Man muß den alten Dialektikern die Widersprüche zugeben, die sie in der Bewegung aufzeigen; aber daraus folgt nicht, daß darum die Bewegung nicht ist, sondern vielmehr, daß die Bewegung der daseiende Widerspruch selbst ist". WdL 6, p. 76.

309. "Nur insofern etwas in sich selbst einen Widerspruch hat, bewegt es sich". WdL 6, p. 75.

Zenón. La refutación de Aristóteles consiste, según su sentido último, en afirmar que el movimiento y el reposo tienen lugar en el tiempo. El tiempo, sin embargo, no se compone de puntos temporales. El tiempo se compone de intervalos de tiempo tan pequeños como estos se quieran tomar. Los intervalos de tiempo están limitados por puntos temporales, pero nunca están rellenos de puntos temporales. En un punto temporal no se mueve la flecha voladora. Esto no significa, sin embargo, que en cada punto esté la flecha en reposo, sino sólo que su movimiento –por muy pequeño que éste sea– exige tiempo[310]. Por otra parte, la argumentación de Aristóteles no satisface por completo ni a Kant ni a Hegel.

Ahora bien, ¿Qué significa que un cuerpo en un determinado punto o instante individual se mueve?. Hegel quiere dar respuesta a esta pregunta. Para Hegel, intentar contestar a esta cuestión supone ineludiblemente enfrentarse a la contradicción. Si movimiento significa cambio de lugar, y no cambio de cualquier otra cosa, no pude tener lugar en ninguna otro sitio más que en el punto o instante temporal como la modificación local que el cuerpo ocupa en este instante. Para Hegel, cuando decimos que se ha producido un cambio de lugar, decimos que el lugar L cambia en un determinado punto o instante temporal. Esto significa que para un objeto x, x está y no está en ese punto o instante temporal en L. El cambio de un lugar L no es lo mismo que un cambio de lugar desde L hasta M o un cambio de lugar de L hasta el punto N que se encuentra entre L y M. Hegel no supone que tenga que existir, además de un lugar L, un siguiente lugar o punto espacial a L[311].

2.7. *El paso desde la "medida" ("Mass") a la "esencia" ("Wesen")*

Así como percibimos que la *chatéz* tiene un soporte intrínseco en la nariz, el infinito designa tan sólo el continuo sensible. El continuo sensible es en Hegel un sistema de posibles diferenciaciones según criterios teóricos establecidos. Esto significa, que de la misma manera que todo discurso sobre lo *chato* es un discurso sobre la nariz, así también todo discurso sobre el infinito no tiene otro sentido más que su referencia, implícita o

310. ARISTÓTELES, *Física* IV 9, 239b 30 ff.

311. Las palabras de Hegel son claras al respecto. "Bewegen heißt aber: an diesem Ort sein, und zugleich nicht an diesem Ort sein". Ebenda S.338.

explícita, al continuo. En este sentido, tanto en Aristóteles como en Hegel, se da un explícito rechazo de lo infinito en acto en el orden de la cantidad y de la magnitud[312]. Además de la astronomía, la óptica y la armonía son también ejemplos de una intersección entre física y matemáticas. Todas ellas emplean determinaciones geométricas orientadas para ser aplicadas a la física. En cambio, la geometría consiste en partir de la física para abstraer.

La determinación del lugar natural afecta también al físico. Éste se ocupa de la cosa materializada o substancializada. El espacio aristotélico no es homogéneo, sino propio de cada substancia. El espacio sólo se homogeiniza por abstracción de las substancias de las que es lugar natural. Entonces deja de ser una categoría para ser un modo de la categoría de la cantidad. La modulación del espacio y del tiempo, así como de las realidades sometidas a éstos, es el objeto de lo que Hegel categoriza bajo *medida*. Esta modulación analógica de la realidad asimila el universo de Hegel, y con ello ateniéndose a uno de los criterios aristotélicos, a los organismos vivos[313].

312. Gauß protestaba contra el empleo de una magnitud infinita como si se tratara de algo completo. Para Gauß esto no podía admitirse en matemáticas. *Werke* VIII, S. 216.

313. Hegel busca comprender el universo como un organismo siguiendo las ideas de Schelling. El universo, concebido como una totalidad creadora de formas diferenciadas, se ve obstaculizado por una consideración homogénea de las mismas. Bergson ya había notado que la física moderna surge en el momento en que pudimos aislar sistemas, considerándolos independientes del mundo al que pertenecen. En este sentido existen claras similitudes entre las posiciones de Hegel y las de Bergson. Hegel critica el tiempo de la mecánica por considerarlo estéril para comprender las diferentes formas del organismo natural (tiempo de la materia inerte). El tiempo de la mecánica es incapaz de explicar el impulso (*Trieb*) en la elaboración continua de novedades, el dinamismo armonioso, aunque divergente. El tiempo que corresponde al concepto es de naturaleza completamente diferente (*die Kontinuität des Begriffs mit sich selbst ist ganz anderer Natur*. Enz 9, § 249 Z.s.). El tiempo de Hegel no es una yuxtaposición exterior de instantes o de estados instantáneos. Esto no es más que exterioridad (*Äußerlichkeit*). Bergson entiende que el tiempo de la relatividad einsteniano es producto de una idealización; esto es, no sirve para describir a la naturaleza y los seres vivos. El tiempo de la relatividad sigue siendo el tiempo espacializado de la física que no tiene nada en común con el tiempo bergsoniano. El tiempo especulativo de Hegel se asimila más al tiempo termodinámico puesto que mide el devenir intrínseco y el proceso de diferenciaciones conceptuales creativas. En la física aristotélica no tiene sentido aislar un fenómeno. Todo movimiento en la *Física* de Aristóteles es un proceso, devenir que afecta intrínsecamente al cuerpo. Además, el movimiento no puede describirse sin referencia al cosmos del que el cuerpo mismo forma parte, ya que el movimiento puede responder, o no, a las tendencias esenciales del cuerpo, permitirle, o no, alcanzar su ubicación natural. BERGSON, H. *L évolution crèatrice Oeuvres*, Editions du Centenaire, PUF, París, 1970, pp. 784, 538. *La pensée et mouvant*, *Oeuvres*, Editions du Centenaire, PUF, París, 1970, pp. 1273, 1274, 1275.

La concepción fundamental de Hegel de una filosofía de la naturaleza como autointuición del espíritu en la naturaleza se debe a los primeros trabajos de Schelling en filosofía natural. En la *Lógica* tematiza Hegel la posibilidad de esta autointuición como una teoría de la medida. Según el juicio más extendido, Hegel ha quedado completamente desprestigiado y desautarizado por el sinsentido evidente de lo que trata y aborda bajo el titulo de *Física* (*Physik*) en lo que se refiere a las teorías de la luz, sol y aire, fuego, agua y tierra, lo claro y lo oscuro, la luna, los cometas y los planetas. Hegel subraya en varias ocasiones que su objetivo no es tratar la *Física* en el sentido de una ciencia matemática de la naturaleza (*mathematische Naturwissenschaft*) (transformación newtoniana de la filosofia), sino en el sentido de *filosofía de la naturaleza* (*Philosophie der Natur*)[314]. El objetivo de Hegel es la reconstrucción ideal prototípica de una historia conceptual[315]. La *Física* de Aristóteles viene a ser comprendida por Hegel como la reconstrucción de una historia: del desarrollo interno de nuestras diferenciaciones conceptuales relativas a los fenómenos naturales[316].

Para la medición del tiempo, Hegel advierte no sólo la necesidad de estipular ciertas clasificaciones y experiencias previas, sino que también incluye la relevancia que supone en este campo el desarrollo técnico de

314. Enz 9, § 246.

315. En el § 259 de la *Encyclopädie* propone Hegel concebir una matemática filosófica que tenga por objeto reconocer el concepto que ordinariamente se encuentra supuesto en las determinaciones de la ciencia matemática. Hegel propone la posibilidad de superar las determinaciones finitas de la matemática con objeto de generar el pensamiento de una matemática filosófica (*den Gedanken einer philosophischen Mathematik*) Enz 9, § 258. Las determinaciones matemáticas tales como *infinito*, *factores*, *potencias*,... tienen su verdad conceptual en la filosofía (en la comprensión radical de su uso). Estas determinaciones existen en la matemática sin concepto, sin razón genérica de su uso. Una justificación de su significado cabe sólo esperar de la filosofía (*ihre Berichtigung und Bedeutung vielmehr von der Philosophie zu erwarten haben*) Enz 9, § 258. En la introducción a la *Wissenschaft der Logik* (WdL. 5. p. 48) afirma Hegel que lo esencial sobre el método matemático había sido expuesto en el prólogo a la *Phänomenologie des Gesites* Sin embargo, el sentido de esta crítica no se dirige al cálculo infinitesimal sino a la adopción del método matemático como el método paradigmático de la filosofía ("Die Philosophie, indem die Wissenschaft sein soll, kann wie Ich anderwärts erinnert habe, hierzu ihre Methode nicht von einer untergeordneten Wissenschaft, wie die Mathematik ist.,...". WdL. 5, p.16). La crítica de Hegel se dirige contra toda forma de filosofía expuesta según el *more geometrico*, tal y como Spinoza, Wolff, Kant (*Metaphysischen Anfangsgründe der Naturwissenschaft*) y Schelling (*Darstellung meines Systems der Philosophie*) llevan a cabo en diferentes obras tomando en préstamo los métodos de *Los Elementos* de Euclides.

316. "Spuren der Begriffsbestimmung werden sich allerdings bis in das Partikulärste hinein verfolgen, aber dieses sich nicht durch sie erschöpfen lassen. Die Spuren... werden den Betrachter oft überraschen, aber demjenigen insbesondere... unglaublich scheinen, der in der Natur-wie in der Menschengeschichte nur Zuffälliges zu sehen gewohnt ist...(Trotzdem darf) solche Spur nicht für Totalität der Bestimmung der Gebilde genommen (werden)". Enz 9, § 250.

instrumentos. Por ello, Hegel separa claramente dos puntos de vista en el tratamiento científico; por un lado la génesis y por otro la validez[317]. Esta escisión se aplica tanto a las ciencias de la naturaleza como a los análisis conceptuales de la filosofía. Esto es así, incluso cuando las ciencias adoptan la forma de una reconstrucción como historia del concepto. En esta reconstrucción conceptual advertimos precisamente que durante largo tiempo, la esfera de los fenómenos había sido dividida y descrita en el marco de una directa e inmediata referencia al mundo de la vida. En el caso de la moderna física, sobre todo la mecánica, la moderna química y biología, nos ocupamos, por el contrario, de cuestiones principal y especialmente técnicas. Lo que Hegel entiende por *física orgánica* (*organische Physik*) muestra, a modo de títulos, divisiones en géneros supremos definidos por términos titulares: geología, zoología, Biología... etc[318].

Bajo el título de *Mecánica* (*Die Mechanik*) esboza Hegel una teoría filosófica de la ciencia de su tiempo. Hegel aborda un análisis lógico de los presupuestos, metodologías y formas representativas de esta ciencia. Los resultados de Hegel se diferencian netamente del construccionismo kantiano[319]. Hegel considera de manera más rigurosa que Kant los límites empíricos de satisfacibilidad de nuestros deseos y espectativas en la esfera de las normas del medir y las representaciones simples invariantes del mundo de la experiencia. En esta satisfacibilidad o no satisfacibilidad se pone de relieve el carácter objetivo básico de nuestras mediciones reales. También es importante atender al modo que tenemos de interpretar las extrapolaciones inductivas; esto es, el modo en que nuestras teorías se refieren a la realidad (formas genéricas, formas representativas situacionalmente invariantes), ideas, para poder exigir una representación adecuada de la misma.

La cuestión de cómo tendría que ser una teoría de campo puramente descriptiva de los movimientos libres diferente a la de Newton es algo que Hegel no contesta. Desde el punto de vista de los contenidos, Hegel deja la física de Newton sin refutar. La crítica de Hegel se centra en la *metafísica*

317. "Nicht nur muß die Philosophie mit der Natur-Erfahrung übereinstimmend sein, sondern die Entstehung und Bildung der philosophischen Wissenschaft hat die empirische Physik zur Voraussetzung und Bedingung"... "Ein anderes aber ist der Gang des Entstehens und die Vorarbeiten einer Wissenschaft, ein anderes die Wissenschaft selbst". Enz 9, § 246.

318. Ciertamente que todo esto no quita para encontrar problemático todo lo que Hegel expone bajo el título *Physik*.

319. Tesis extendida entre los discípulos de Hugo Dingler.

de la materia inercial[320], el uso superfluo del concepto de *magnitudes infinitesimales*, la cosificación de conceptos internamente matemáticos como los *números espaciales* (por ejemplo, del espacio euclideo tridimensional), y el concepto de tiempo interpretado por rectas numéricas abstractas. El no tener en cuenta las determinaciones concretas y reales de medida, tal como supone una teoría métrica, hace que permanezca una consideración puramente abstracta de las magnitudes. Estas magnitudes adquieren sus con-

320. En lo que respecta a la ley de la inercia (*Gesetz der Trägheit*), Hegel critica tan sólo la suposición de que existan direcciones y movimientos de relojes en un espacio absoluto newtoniano. Para Hegel, en Newton se da un oscilar entre una consideración de la inercia: unas veces es tan sólo definida como *pasividad* (*Passivität*), y en otras sólo como la masa o la gravitación (*die Masse oder Gravitation*), a la hora de dar la propiedad definitoria de los cuerpos. Hegel entiende que a Newton se le ha pasado por alto que ambos aspectos son momentos esenciales de un sistema completo en la representación de nuestras experiencias referentes a los movimientos corpóreos. Las *fuerzas inerciales* (*Inertiale Kräfte*) existen sólo como un momento de nuestra representación de los movimientos en el sistema solar o en el sistema de las estrellas fijas. Este sistema es el espacio real que debemos distinguir netamente de la representación de espacios matemáticos o estructuras. Según Hegel, introducimos un centro en la totalidad de la materia. Esto significa más precisamente, que nosotros introducimos un centro semejante con el fin de obtener una descripción genérica lo más simple posible, y entre otras cosas, también una explicación predictiva de los fenómenos reales. El hecho de que las leyes de Newton son válidas para todos los sistemas inerciales relativos al sistema solar, siempre que calculemos las coordenadas de acuerdo con las sencillas transformaciones espacio-tiempo de Galileo, es una consecuencia tautológica de la teoría. Sin embargo, para Hegel no existe una base empírica apropiada para privilegiar los movimientos inerciales uniformes no-acelerados. Hegel da especial importancia al principio newtoniano de la perturbación (*Prinzip der Perturbation*) como uno de los logros que sitúan a Newton sobre Kepler "Die Masse des besonderen Körpers ist... als ein Moment in der Ortsbestimmung desselben zu betrachten und die gesamten Körper des Systems setzen sich ihre Sonne, aber auch selbst die einzelnen Körper bilden nach ihrer relativen Lage, in welche sich nach ihrer allgemeinen Bewegung gegeneinander kommen, eine momentane Beziehung der Schwere aufeinander...". Enz 9, § 270. Esto no significa, sin embargo, que Hegel sea un precursor de la teoría de la relatividad. Sobre este punto han insistido diversos intérpretes (WANDSCHNEIDER, D, *Raum, Zeit, Relativität*. Frankfurt 1982 y Hösle. V, *Hegels System. Der Idealismus der Subjetivität und das Problem der Intersubjektivität*. Hamburg (Meiner) 1987, 2 Bde p. 86. Esta tesis se apoya en que tanto Hegel, así como Galileo y Leibniz, subrayan la dependencia aplicativa de los números al espacio en la elección de un punto de referencia y un patrón de longitud. Esta dependencia es intrínseca en el caso en que queramos obtener una interpretación real (en Hegel completa) de nuestras manipulaciones aritméticas con el espacio y el tiempo. Sin embargo, no basta con esto: Hegel no entra en la discusión sobre el problema de la medición temporal de sucesos lejanos o sobre la traslación de la información (las leyes que relacionan los distintos sistemas coordenados para transmitir las mediciones). Por otra parte, también debemos admitir que Hegel llama la atención sobre ciertos problemas que conciernen a la constancia de la velocidad de la luz (Enz 9, § 276). En todo caso, el concepto de simultaneidad no es objeto de crítica por parte de Hegel, tal como en Mach, Poincaré y Einstein, sino supuesto sin más. Tampoco reflexiona sobre la relación entre el tiempo absoluto del sistema solar frente a los diversos comportamientos que presentan los movimientos según las clases de mecanismos. Hegel no aborda las sutiles descripciones sobre los mecanismos que determinan cadencias o ritmos, así como otros sistemas cósmicos que en cada caso puedan constituir de suyo buenas clases relativamente aproximativas de movimientos de relojes, respecto de este tiempo absoluto.

cretas determinaciones primeramente al darse las determinaciones reales de medida: las magnitudes abstractas adquieren su referencia a la realidad por medio de las determinaciones métricas. Hegel observa que en muchas ocasiones no advertimos que los números métricos teóricos y la definición de materia se basan en nuestras disposiciones técnicas y bien fundamentadas dentro de una representación. Como consecuencia de ello, todas las explicaciones tienen por objeto una descripción genérica de las experiencias.

En Hegel el *Ser* es comprender el *Ser* (*Verständnis des Seins*). La comprensión del *Ser* es la manifestación del *Ser* mismo (*Erscheinung*). Tanto Schrödinger como Heisenberg perciben esta tesis anticipada por el hegelianismo. Schrödinger, distanciándose de las investigaciones más directamente relacionadas con el campo de la física teórica, consagra finalmente gran parte de sus reflexiones al análisis mismo del concepto que configura la base y origen de la disciplina. El término griego *Physis* no es equivalente a *naturaleza*, tal como viene tratado como objeto en la física teórica (moderna iniciada por Galileo). Estas meditaciones confluyen en la exposición, en forma de libro (*La naturaleza y los griegos*), de la percepción que los antiguos griegos tienen en torno al concepto de *naturaleza*. Las meditaciones de Schrödinger se remontan al origen en el que brota primigeniamente el concepto de *naturaleza*[321].

Heisenberg también centra el problema a nivel del concepto. Siempre que en *nuestro tiempo* pueda hablarse de una imagen de la naturaleza propia de la ciencia natural exacta, es decir, de la física teórica, entonces podemos decir que la imagen no es en último término, de una *naturaleza en sí*. Schrödinger ya había buscado esto al hilo de los textos presocráticos con el fin de encontrar lo originario de lo que significa pensar. Los textos presocráticos tienen la virtualidad de no limitarse al ámbito científico o filosófico, sino a un horizonte previo en el que no existe parcelación ni diferenciación de áreas para las tareas del espíritu. Precisamente el horizonte que Heidegger buscaba con la absoluta anterioridad al *ente particular* (*Dasein*) y a todo ontología regional. Ya antes, Husserl se refería a un sujeto neutro respecto a la entidad conocida y al propio acto de conocer.

321. De esta manera, se asimilan sus análisis con una de las tesis fundamentales de la hermeneútica desde Heidegger como la constante vuelta al origen del concepto: la manifestación del ser y su comprensión temporal (*Weltanschauung*) constituyen una unidad indivisible.

Sin embargo, esta pretendida neutralidad del sujeto es la que viene a ponerse en duda bajo el término de *imagen de la naturaleza*. Heisenberg habla de que se trata de una imagen de nuestra relación con la naturaleza. Esto significa que no se trata de una división tradicional entre un proceso objetivo en el espacio y el tiempo por un lado, y por otra parte el alma en que dicho proceso se refleja. Esto es precisamente contra lo que Hegel se revela: la dualidad de la distinción cartesiana entre *res cogitans* y *res extensa*. Hegel percibe que la ciencia natural moderna, y en general el conocimiento científico, ya no se encaminan desde este punto de partida. Este dualismo permanece en Fichte bajo la consideración del *mundo como lo que es* y *el mundo tal y como debería ser*. Fichte quiere poner de relieve, no un perspectivismo escéptico, sino mostrar que la realidad del mundo físico es su mismo carácter perspectivo. Este dualismo fichteano, heredero del cartesiano, degenera a entender de Hegel en ser la simple pretensión de un proyecto (*blosses Sollen*). Uno de los objetivos fundamentales de la filosofía especulativa natural de Schelling es la crítica del dualismo cartesiano.

La ciencia natural moderna dirige su atención fundamentalmente al plexo de relaciones entre hombre y naturaleza. Aquí *hombre* está en Hegel por *humanidad*. El hecho determinante es que *nosotros* (*la humanidad*), en cuanto seres vivos corpóreos, constituimos parte dependiente del concepto de *naturaleza*. Al mismo tiempo, en cuanto hombres, se constituye en objeto de nuestro pensamiento y de nuestra acción. La ciencia natural no es un espectador situado frente a la naturaleza, sino que se reconoce como parte de la interacción entre *hombre* y *naturaleza*. El método científico ha tomado conciencia de la incidencia que el método mismo incoa.

No existe la pura observación. La reconstrucción hegeliana del concepto de *experiencia* (*Erfahrung*) subraya claramente las limitaciones de una ciencia, la física-matemática (filosofía natural de Newton para Hegel), consistente en explicar, abstraer y ordenar. El método indica la dirección de la mirada: la incidencia del método modifica su objeto y lo transforma. Esto es de tal manera así que, y tal como Heisenberg percibe (*La imagen de la naturaleza en la física actual*), en la física teórica moderna no puede distinguirse el método del objeto. La imagen del universo propia de la ciencia ya no es la que se corresponde a una ciencia cuyo objeto sea la *naturaleza*. Esta tesis es la que Hegel mantiene: no existe una *naturaleza en sí* o un *mundo en sí* independiente de las manifestaciones, sino que la *naturaleza* en sí misma y el *mundo* en sí mismo consisten en

Ser pura apariencia (*Schein*), tal como tiene por objeto *la doctrina sobre la esencia* (*Die Lehre vom Wesen*) en la *Lógica* de Hegel.

Hegel proyecta originariamente tratar específicamente del concepto de *identidad* (*Begriff der Identität*) en *la doctrina de la esencia*. El tema de la *Lógica de la esencia* es precisamente la mismidad de los objetos abstractos; es decir, mostrar que su objeto es una *determinación reflexiva* (*Reflexionsbestimmung*). Sin embargo, Hegel necesita introducir el concepto de identidad en la *Lógica del Ser* para explicar el concepto de *grado* y *medida*. Por esta razón, en la segunda edición de la *Wissenschaft der Logik*, introduce Hegel pensamientos fundamentales sobre la reflexión determinante previos al análisis de la cantidad[322].

Lo que Hegel tematiza con los títulos de *grado* y *medida* es el *Ser*, no sólo como el predicado esencial (*was-ist*) de una cosa (el qué), sino como el predicado que manifiesta un modo de ser (*wie-beschaffen-ist*) de esa cosa (el cómo)[323]. Hegel avanza en la *Lógica* desde lo abstracto y general hasta lo particular y concreto. Con este procedimiento metodológico, parte Hegel de las formas expresivas máximamente generales, las categorías (*Kategorien*) del *Ser* y de la *Nada*, es decir, desde la afirmación y la negación, hasta las situaciones particulares.

Las situaciones particulares dependen constitutivamente en su satisfacción de las diferenciaciones o condiciones cualitativas. La identidad de las situaciones particulares de predicación, lo que Hegel define como *ser-para-sí*, depende analíticamente del uso habitual de los conceptos. Sin embargo, no podemos permanecer aquí si queremos pasar de la precomprensión a la comprensión (*vom Vorbegriff zum Begriff*), o lo que es igual, si no queremos clausurar los conceptos en una identidad prematura. El significado claro y distinto de los conceptos depende de las particularidades y concrecciones del contexto en el que un concepto adquiere sentido.

Toda realidad finita está referida, en sí misma, a posibilidades realizadas o no realizadas. Una *cualidad*[324] o *propiedad* (*Eigenschaft*) es una *determinación* (*Bestimmtheit*). Como ejemplo podemos poner la percepción sensible de algo. El *Dasein*, como referencia de un predicado perceptivo, tal como *el rojo que veo ahí*, es, en principio, únicamente, una forma

322. WdL 5, p. 177, y en Enz 8, §§ 115-120.

323. La interrelación de qué y cómo.

324. Hegel señala explícitamente la afinidad entre la categoría de la cualidad y la finitud: “Weiter ist die Qualität wesentlich nur eine Kategorie des Endlichen”. Enz 8, § 90.

de la percepción. La propiedad de *ser rojo*, por ser una determinación que es (*seine Bestimmtheit ist seiende Bestimmtheit*), es una *cualidad*. La cualidad definida, por ser determinada, es un *algo* susceptible de diferenciarse de *otro* (*Etwas gegen ein Anderes*).

La finitud y el movimiento resultan en Hegel de la diferencia de una determinación lógica respecto de otra, por ejemplo de una cualidad respecto de otras, o de una misma cualidad respecto a posibles diferenciaciones dentro de ella misma. En todo caso, no nos está permitido detenernos o permanecer de continuo frente a un aspecto o una cosa. Este aspecto es lo que constituye la naturaleza finita y modificable del *Dasein* (*ist veränderlich und endlich*): no se trata ya de que una cualidad se diferencia de otras, sino de que ella misma se define negativamente respecto de las otras. Todo nos obliga a extender nuestra mirada más allá de lo objetivado o contemplado de manera particular. La *cualidad* es, en este sentido determinado, nada en sí misma (*an ihm schlechthin negativ bestimmt*).

La determinación del ente finito (*Dasein*) hace referencia etimológica a un lugar particular. La comprensión lingüística de la expresión encierra una gran verdad. Sin embargo, Hegel advierte que debemos apartar nuestra atención de cualquier representación espacial[325]. La expresión etimológica contiene la verdad, por cuanto hace ver que el *ente finito* (*Dasein*) es una determinación concreta[326]. El espacio resulta, más bien, de la finitud misma del ente determinado. La expresión lingüística misma, *Da-sein*, indica posición. Ahora bien, no se trata primariamente de una posición espacial, sino de la reflexión[327]. La inmovilidad absoluta del pensamiento incapacita a éste para comprender *algo* en general. La inmovilidad significa en este caso la fijación en una sóla forma u aspecto.

La designación misma de predicados para asignar cualidades posibles es la objetivación de una reflexión. En realidad, las referencias de los predicados cualitativos no se dan de forma inmediata tal como aparecen en la percepción sensible. Para Hegel, es el pensamiento el que define una continua referencia al más allá (*Negativität*). El objeto percibido, el ente determinado y concreto, es el resultado de una reflexión. No se trata de que

325. “...aber die Raumvorstellung gehört nicht hierher”. WdL 5, p. 116.

326. “Das Dasein ist ein bestimmtes Sein, ein konkretes;... ”. WdL 5, p. 117.

327. “Aber so ist es für uns in unserer Reflexion, noch nicht gesetzt an ihm selbst,..., was gesetzt ist an einem Begriffe, gehört in die entwickelnde Betrachtung desselben, zu seinem Inhalte”. WdL 5, pp. 116-117.

aquello con lo que nos ocupamos, lo objetivado de forma concreta y determinada, se nos desocultara completamente con tal de penetrarlo y considerarlo el tiempo suficiente. El pasar a otros objetos quedaría explicado de esta manera. Es la consideración misma de lo objetivado la que nos impulsa a seguir adelante. Al mismo tiempo, este proseguir y seguir más allá constituye el principio para considerar cualquier cosa determinada.

El pensamiento no fija los objetos, sin al mismo tiempo vagar entorno a ellos: es decir, sin diferenciarlos de otros. Hegel no está hablando de un movimiento entre el *Yo* y la *realidad*. Se trata de un movimiento que incluye el espacio intermedio entre cualquier *Yo* individual y la *realidad*, así como también entre cosa y cosa, propiedad y propiedad. Los límites de cada una de las determinaciones son siempre extensibles. Este fenómeno es designado por Hegel como *la extensión del ente finito* (*die Breite des Daseins*)[328] en la *Enzyklopädie*. Toda determinación es algo general que, como tal, está sujeta a diferenciaciones posibles: la precisión de la diferenciación provoca la posible extensión cuantitativa del concepto[329]. Sin embargo, el coeficiente de extensionalidad que define los límites entre cosa y cosa, propiedad y propiedad, estado y estado, acontecimiento y acontecimiento, está de alguna forma fijado.

Este coeficientre de extensionalidad coincide con un cierto grado de accidentalidad en cada uno de los estados de cosas. Un aspecto parcial puede representar una cosa. Al mismo tiempo, este aspecto puede oscurecer u ocultar, ya que dicho aspecto refiere a *algo más allá de sí mismo*. Al referir *más allá de sí*, un aspecto indica ser por eso mismo, un aspecto parcial de un todo completo. Esto se debe a que el aspecto parcial se muestra como un algo que no es incondicionado. El aspecto muestra el carácter de lo que no es necesariamente así.

Las reflexiones de Hegel entorno al *grado* y la *medida* tienen como objetivo mostrar que el individuo mismo refiere la estructura de la ley. Esto significa que la *constitución* (*Beschaffenheit*) de los objetos forma parte de la esfera de la *esencia* como una *propiedad suya*. Esto explica que podamos contemplar la especie en el individuo mismo. En la especie podemos contemplar el género. En todo objeto podemos contemplar el mundo. En un aspecto podemos considerar el todo y, finalmente, en el caso la norma. Desde un punto de vista físico no se da ni substrato indiferente de

328. Enz 8, § 91.

329. "Die Bestimmtheit überhaupt ist das Allgemeinere, das ebensosehr auch das Quantitative wie weiter Bestimmte sein kann". WdL 5, p. 118.

un sujeto indeterminado sobre el que descasaran todas las determinaciones, así como tampoco la forma puramente abstracta de un género unívoco, del que procederían todas las restantes formas. La determinación de lo indeterminado surge en la determinación saturada del concepto. Dentro de las categorías nos situamos dentro de una forma abierta que evita toda clausura definitiva.

Existe un doble sentido del término objetivo que se corresponde con el subjetivo. El *sujeto* puede ser lo individual sustancial, expresado en una proposición mediante el *sujeto*, o bien, lo que designamos con el *Yo*. De acuerdo con esto, *objetivo* es lo que viene expresado por el predicado, o bien, en el segundo sentido, lo que depende del *Yo*. El concepto general de identidad no es el concepto de *Yo trascendental* (*das traszendentale Ich*). El término *Yo* es la expresión kantiana para referirse al *sujeto transcendental* (*transzendentales Subjekt*)[330]. Hegel interpreta el término kantiano como la *absoluta indiferencia* (*absolute Indifferenz*) o como la *identidad intersubjetiva del conceptuar* (*Identität des Begreiffens*). Hegel pone de relieve que las expresiones kantianas tienen la misma forma categorial que representa el término *Ser*. El *Ser* es la comunidad intersubjetiva que hace válida de manera inmediata la referencia de nuestros conceptos. La fórmula de Fichte *Yo=Yo* (*Ich=Ich*) es la comunidad ideal de todo saber y significado. Los sujetos individuales son todos equivalentes a pesar de la diferencia: la diferencia es indiferente (equivalente *Gleich-gültig*).

Todas las posibilidades del vivir humano son generales y no simplemente impuestas por mí subjetividad particular. Hegel critica las fórmulas de Kant y Fichte sobre el *Yo* y el *sujeto transcendental* y afirma que son meras metáforas. La función fundamental es referir el cáracter intersubjetivo de los significados. El análisis crítico de Hegel detecta en estas fórmulas la suposición inmediata de la certeza sobre los significados de nuestro pensar. Hegel niega que dispongamos de una certeza inmediata sobre los significados de nuestra conceptualización. Hegel entiende que las expresiones de Kant y Fichte son la suposición en nosotros mismos de una conciencia de verdad inmediata.

Hegel no puede comenzar su *Lógica* con las fórmulas (*Ich=Ich*) o (*Cogito, ergo sum res cogitans*). Estas fórmulas deben primeramente ser analizadas. Hegel quiere demostrar que la certeza de estas fórmulas es

330. "Sein kann zwar bestimmt werden als Ich=Ich, als die Absolute Indifferenz o der Identität usf... Aber indem innerhalb jeder dieser Formen bereits Vermittlung ist, so sind sie nicht wahrhaft die Ersten". Enz 8, § 86.

pura apariencia. La relación de igualdad (*die Beziehung der Gleichheit*), los términos *Ser* y *pensar* (*Denken*), así como los pronombres *Yo* requieren una valoración analítica de lo que se quiere decir con ellos. Para Hegel es insuficiente todo análisis que interprete la identidad como algo trivial. Así, los axiomas formales euclideos para definir la mismidad o igualdad matemática son insuficientes. Euclides describe sólo condiciones formales bajo las cuales se define una relación: relación de equivalencia o relación de igualdad abstracta. De lo que se trata es de aclarar el significado del reflexivo (*sich*) en la expresión *ser-para-sí* (*Für-sich-sein*). El esquema general de la *Lógica* hegeliana está montado bajo una idea directriz general; a saber, qué quiere decir *ser sí mismo*.

De acuerdo con esto, según el término que se tome de lo designado bajo lo que es objetivo, resultan nuevas constelaciones de significados dependientes. Así, si tomamos el término *sujeto* por *Yo*, obtenemos diferentes interpretaciones. En este caso tendremos que distinguir a la conciencia trascendental del *Yo* de los sentimientos y de las impresiones confusas. En el caso de un *Yo* trascendental hablamos de un sujeto como fuente de toda objetividad, en el sentido de inter-subjetividad. En el caso de un *Yo empírico*, se trata de un *Yo* como fuente posible de valoraciones erroneas. El *Yo* subjetivo de las meras impresiones se opone a la objetividad del mundo dado físicamente, ya que carece de una relación de exterioridad. Las impresiones que se tienen en un estado se reducen a procesos físicos de acción y reacción, estímulo y respuesta. La esfera del sentido, la vida de la conciencia sintéticamente configurada, quedaría excluida[331].

Si se contemplara un estado semejante, no sólo en el sentido kantiano de caso límite imposible, sino como positividad dada, entonces tendríamos que admitir algo irreparable. Lo irreparable del estado es que allí donde la subjetividad tomara contacto más inmediatamente con el mundo externo, allí precisamente se daría una subjetividad enclaustrada. Si este estado fuese real, representaría el más alto grado de subjetividad y objetividad (como la pura exterioridad del mundo externo). A la subjetividad le sería imposible salir de un estado semejante. Hegel quiere asegurar una dimensión semántica para la verdad que no se reduzca a una pura dimensión pragmática (aun cuando se tenga en cuenta esta dimensión en la construcción teórica de modelos científicos). Sin una dimensión semántica, lo

331. Algo a lo que parece avocarse el sujeto en Hume y contra lo que Kant reacciona proponiendo su sistema transcendental.

que llamamos conocimiento no sería más que una red de actos espirituales que extenderíamos sobre la naturaleza con el simple propósito de mantenernos en ella.

En un estado semejante al descrito se consolidaría por siempre la escisión entre la individualidad y la generalidad o naturaleza común, hechos y esencias, existencia y esencia[332]. De esta manera, no podríamos discernir la especie propia de los individuos y esencias, con la consiguiente imposibilidad para conocer a ésta. Aristóteles, en el *Libro de las Categorías*, quiere demostrar que los dos factores de la naturaleza, cuya unidad está aquí en juego, son algo indivisible. La esencia individual es aquello que no es en un sujeto (color blanco), ni puede ser dicho de un sujeto (este color blanco). No sólo la esencia individual adquiere el carácter de ser indivisible en Aristóteles, sino que también lo que se dice de un sujeto, sin ser o estar en él (ser vivo) recibe igualmente la designación de ser indivisible[333]. En definitiva, lo que no es como un género, sino que es como una especie (hombre) es indivisible. De las dos, del género y de la especie, Aristóteles acuña la expresión *atomon eidon*. A diferencia de los géneros, que pueden ser más o menos sustancias, las espcies conservan siempre la misma distancia respecto de los individuos como puestos en la sustancia primera[334].

Hegel sacrifica el tema del *Sujeto* por el problema del *Ser*. El término *es* se aplica también a predicaciones no esenciales. En caso contrario, sería imposible no estar condenados a las meras impresiones subjetivas. Desde aquí resulta imposible objetividad alguna. La esfera en la que se emplea el *es* de las predicaciones inesenciales se encuentra entre la positividad nominalística, que admite únicamente hechos atómicos accidentales o esencias subjetivo-convencionales, y una positividad metafísica que deja tras de sí cada una de las modalidades sin favorecer una realidad necesaria ni accidental. Esta esfera nos es dada mediante la palabra *Ser*, manteniéndose alejada de todos aquellos estados de cosas a los que pertenece propiamente la cópula. La cópula, gramaticalmente, está unida a un predicado que constituye la frase verbal. En estos casos, no existe predicado que pueda abrirnos a una esfera de objetividad, a lo más, a una esfera en la que no es posible abstraer completamente un concepto subsistente de un sujeto. Por

332. Este fenómeno aparece de forma clara con Ockham.
333. *Cat*. 2, 1 b 6.
334. *Cat*. 5, 2 b 22-28.

ello, el *es* permanece unido al sujeto individual, tanto en sentido gramatical como humano subjetivo.

El doble sentido del término *sujeto* provoca, no sólo los paralogismos kantianos de la razón pura, sino también puntos de vista que Kant comparte con la tradición. En la segunda versión de la deducción trascendental de las categorías, hace referencia a la diferencia entre dotar al juicio de fuerza afirmativa y desatender dicha fuerza. En el último caso, el término *es* viene empleado como una partícula relacional[335], con lo que nos mantendríamos en un juego desordenado o a lo sumo, en un juego puramente asociativo de la capacidad empírica de juzgar (*Einbildungskraft*). En tal caso, no podemos exigir que las cosas o estados de cosas se encuentren unidas o relacionadas tal como decimos que están. En la esfera que Hegel llama del *Dasein* nos encontramos en una estancia oscura frente a una pared que suponemos que es blanca, sin que podamos admitirlo plenamente. Lo que hacemos en tal caso, no es emitir el juicio sin más como *la pared es blanca* o *la pared no es blanca*, sino que, más bien, tratamos de satisfacernos con informaciones menos comprometidas del tipo *hay algo de blanco en la pared*, o *la pared tiene algo (etwas) de blanco en sí (an sich)*.

Como los límites no están puestos (*gesetzt*), la determinación está sujeta al devenir: la unidad de ser y nada se manifiesta en las diferentes valoraciones que reciben las proposiciones *la pared es blanca* o *la pared no es blanca*. Esto define la finitud (*Dasein*) como *devenir*[336]. Dentro de todo aquello de lo que recabamos información, podemos encontrar diferenciaciones genéricas relativamente fijas. Las determinaciones genéricas se manifiestan y articulan, por ejemplo, en las proposiciones. Entre estas proposiciones se incluyen, como es natural, las afirmaciones deícticas del tipo *esto es un P*. Las proposiciones, reducidas lógicamente, son, según el sistema de referencia, verdaderas o falsas. Todas estas proposiciones están sujetas a variaciones en sus valores de verdad. La razón de ello es que en esta esfera el objeto no es todavía absolutamente indivisible. En este mismo sentido, estas proposiciones no son ni eternamente verdaderas ni eternamente falsas.

335. *KrV* B, 142.

336. “Ihre Wahrheit ist also diese Bewegung des unmittelbaren Verschwindens des einen in dem anderen: das Werden; eine Bewegung, worin beide unterschieden sind, aber durch einen Unterschied, der sich ebenso unmittelbar aufgelöst hat”. WdL 5, p. 83.

Estas proposiciones definen un sistema. El sistema que viene expresado por estas proposiciones, sometidas a variaciones en su valor de verdad, es lo que Kant llamaba existencia en el contexto de una experiencia común, tal como comenta Hegel siguiendo en esto las palabras de Kant[337]. Los objetos que forman parte de este sistema de la experiencia no pueden ser nunca en sí mismos, tal como Kant ya había anticipado[338].

Empleando los ejemplos kantianos, podríamos decir *es como si, según una impresión subjetiva, el cuerpo fuera pesado*. Más, esto se emite sin poder afirmar con seguridad que el predicado se comporta así objetivamente respecto del cuerpo. Las cosas nos muestran en el Libro de las *Categorías* de Aristóteles, este doble sentido del estado subjetivo. Esto tiene lugar, en cuanto se ocupa de predicaciones del rango de las descritas; a saber, aquellas de las que no se puede exigir ser afirmaciones de la esencia de las cosas. El término *es* carece aún de su pleno sentido analógico, como para mantener la tensión entre sujeto y predicado, o bien, entre sujeto sustancial y predicado accidental. En el Libro de las *Categorías* permanece abierta la posibilidad para interpretar la proposición *el color blanco está en la pared* en el sentido de *ser visto* por nosotros (*es ist an ihm*, *es ist in ihm*). Los casos que hemos examinado pertenecen o caen bajo la designación hegeliana de lo *constitutivo* (*Beschaffenheit*).

Aquí Hegel está exigiendo, al igual que Aristóteles, que el verdadero juicio requiere un *es* que refleje o se flexione en un *es*, no sólo como contenido eidético (*was-ist*) (*Wesensaussage*), sino también como un *cómo es* (*wie-beschaffen-ist*). Hegel describe la necesidad de enriquecer el significado del *Ser* al describir el paso de la categoría de lo *constitutivo* (*Beschaffenheit*) a la de la *determinación* (*Bestimmung*) o determinación esencial de *propiedad* (*Eigenschaft*). Lo que Hegel titula bajo *Beschaffenheit* tiene que ver con aquello que se dice exterior y provisionalmente.

337. "So kommt durch die Existenz etwas in den Kontext der gesamten Erfahrung, wir bekommen dadurch einen Gegenstand der Wahrnehmung mehr, aber unser Begriff von dem Gegenstande wird dadurch nicht vermehrt". WdL 5, p. 90.

338. "Es sind demnach die Gegenstände der Erfahrung niemals an sich selbst, sondern nur in der Erfahrung gegeben, und existieren außer derselben gar nicht. Daß es Einwohner im Monde geben könne, ob sie gleich kein Mensch jemals wahrgenommen hat, muß allerdings eingeräumt werden, aber es bedeutet nur so viel: daß wir in dem möglichen Fortschritt der Erfahrung auf sie treffen könnten; denn alles ist wirklich, was mit einer Wahrnehmung nach Gesetzen des empirischen Fortgangs in einem Kontext steht. Sie sind also alsdann wirklich, wenn sie mit meinem wirklichen Bewußtsein in einem empirischen Zusammenhang stehen, obgleich sie gleich darum nicht an sich, d.i. außer diesem Fortschritt der Erfahrung, wirklich sind". A 492 f/B 521.

Lo exterior se dice de algo cuando no es capaz de hacerse uno con aquello de lo que se dice. Sólo mediante una decisiva y crítica adopción de aquello que inhiere de forma externa, podemos transformar las exterioridades accidentales en las que continuamente estamos enredados en momentos de nuestra *determinación* interna. El paso de lo que meramente acompaña a la determinante constitución interna en el sentido de la *determinación* viene en Hegel definido por expresiones linguísticas al unir *an-sich* con el *an-ihm*: *es-ist-an-ihm*. Este paso lo podemos ver ejemplificado en el inercambio de los juicios: *El muro tiene algo de blanco en sí, el cuerpo tiene algo de lo pesado en sí* en los juicios *El muro es blanco, el cuerpo es pesado*[339].

La observación de Hegel no está tematizada por Aristóteles en el Libro de las *Categorías*. Aquí todavía no se ve la posibilidad de dotar a la cópula *es* de una fuerza asertiva (*logos apophantikos*). Sin la fuerza aseverativa, todo permenace, hasta el momento, abierto e indeciso. En este escrito sobre las categorías se insinua, como mucho, débilmente la verdad de un estado objetivo de cosas en una situación más o menos comprometida, más o menos subjetiva, tal y como podemos comparar con Kant y Hegel al decir *hay algo de verdad en eso*. Ahora bien, entre decir *hay algo de verdad* a *esto es así o de otra forma*, existe la misma diferencia que entre *en la pared hay algo de blanco* y *la pared es blanca*[340].

El Aristóteles del Libro de las *Categorías* no ha ganado una diferenciada articulación del *Ser*. Esto provoca una tensión descompensada entre un constitutivo accidental y la necesidad sustancial que sustenta de fondo. La sustancia tiene un accidente, sin embargo, la sustancia no es el acci-

339. “Bestimmung und Beschaffenheit sind so voneinander unterschieden; etwas ist seiner Bestimmung nach gleichgültig gegen seine Beschaffenheit. Das aber, was Etwas an ihm hat, ist die sie beide verbindende Mitte dieses Schlusses. Das Am-Etwas-Sein zeigte sich aber vielmehr in jene bieden Extreme zu zerfallen. Die einfache Mitte ist die Bestimmung wie Beschaffenheit als solche; ihrer Identität gehört sowohl Bestimmung wie Beschaffenheit an”. WdL 5, p. 133.

340. “Ansichsein und Sein-für-Anderes sind zunächst verschiedene, aber daß Etwas dasselbe, was es an sich ist, auch an ihm hat, und umgekehrt, was es als Sein-für-Anderes ist, auch an sich ist-dies ist die Identität des Ansichseins und Sein-für-Anderes, nach der Bestimmung, daß Etwas selbst ein und daselbe beider Momente ist, sie also ungetrennt in ihm sind.-Es ergibt sich formell diese Identität schon in der Sphäre des Daseins, aber ausdrücklicher in der Betrachtung des Wesens und dann des Verhältnisses der Innerlichkeit und Äußerlichkeit und am bestimmtesten in der Betrachtung der Idee als der Einheit des Begriffs und der Wirklichkeit.-Man meint mit dem Ansich etwas Hohes zu sagen, wie mit dem Innern; was aber Etwas nur an sich ist, ist auch nur an ihm; ansich ist nur abstrakte, damit selbst äußerliche Bestimmung. Die Ausdrücke: es sit nichts an ihm, oder: es ist etwas daran, enthalten, obgl. Etwas dunkel, daß, was an einem ist, auch zu seinem Ansichsein, seinen inneren, wahrhaften Werten gehöre”. WdL 5, p. 129.

dente, es decir, aquello que el accidente contiene como contenido significativo. Cuando formamos los juicios *Socrates es valiente* o *la pared es azul*, la necesidad del uso adjetivo del predicado indica un debilitamiento de la cópula aplicada en cada uno de estos casos. De esta forma, el problema sobre la unificación de hecho y esencia constituye uno de los problemas más difíciles dentro de las primeras categorías[341].

El mundo de la intuición, de las cualidades sensibles o secundarias, no tiene por qué ser, en principio, menos real. Este mundo es más real que aquél que surge del intento denodado por eliminar la variedad de las cualidades mediante un proceso continuo de cuantificación[342]. En tanto en cuanto no se reconozca la constitución de un objeto en su función de propiedad del mismo, seguiremos considerando inalcanzable el substrato que soporta las cualidades. El substrato dado enviaría siempre sólo informaciones, en cuya recepción se traducirían a un lenguaje completamente diferente. El sistema de toda esa información es el *ser-en-sí* indeterminado del objeto. De aquí, que se diga que las cosas en sí mismas nos son desconocidas. Por ello, se ha intentado una aproximación a las ocultas *cosas en sí*, a través de la única posibilidad concebible que se nos ofrece; a saber, la cuantificación absoluta de los predicados cualitativos.

Sin embargo, si este proceso de cuantificación se pudiese concluir, o lo que es igual, si fuera realmente posible eliminar la variabilidad no unmérica de todas las cualidades, entonces se aniquilaría cualquier comunidad de sentido así como se aniquilaría la posibilidad misma del conocimiento. Este caso tendría lugar, por ejemplo, si pudiésemos aislar completamente un color de todos sus vecinos, siempre que no se diera el paso de éste a estos. En el caso de un aislamiento absoluto no se podría hablar tan siquiera de color como título genérico común. No existe ni un color sin más, así como tampoco el color *simpliciter*.

Todo color real presenta una variación determinada en una esfera más o menos extensa de valores igualmente posibles. Puesto que no existe el color sin más, tampoco existe *el blanco*. Lo más que se puede llegar a dar es un color señalado explícitamente, por ejemplo *el blanco*, y éste, según

341. En una explícita referencia a este problema, Hegel considera la doctrina categorial de la medida como una de las ciencias más difíciles: se trata del desciframiento de una pauta esencial en lo que muestran los eventos naturales o físicos (la estructura interna teórica que posibilita su manifestación y explicitación articulada en un lenguaje transmitible).

342. Especialmente lo que aquí hemos llamado pitagorismo o tentación pitagórica se manifiesta especialmente en los intentos de Descartes y Galileo.

la constitución del objeto, podría ser siempre de otra manera a como se presenta. *Lo más blanco* es siempre una posibilidad del *blanco*. Esto quiere decir, que fuera de este blanco es siempre posible encontrar otro.

La accidentalidad del poder ser de otra manera es lo que fundamenta lo común genérico de todos los colores blancos en cuanto blancos. La variación procede de la inexistencia del carácter absoluto monocromático de cada color blanco. Por ello mismo, esta propiedad *ser blanco* puede ser satisfecha por distintos colores dentro del blanco mismo. En la realidad no se da la luz monocromática más que cuando introducimos una fuerte idealización en la que sustituimos a ésta por una longitud matemática de onda. Tampoco existe la luz absolutamente blanca como su caso límite opuesto. La luz absolutamente monocromática sería un color que, según su constitución misma, excluiría cada una de las desviaciones de la norma.

En el Libro de las *Categorías* de Aristóteles aparece la *constitución* (*Beschaffenheit*) en un estadio en el que, para Hegel, todavía no ha pasado a *determinación* (*Bestimmung*). Desde esta perspectiva, los accidentes pertenecen todavía a la esfera del *Ser* y no a la de la esencia. La razón de esto, es que los accidentes no se han podido unificar propiamente mediante la cópula con su sujeto, con el fin de convertirse en verdaderos conceptos y no en meras imágenes en la esfera puramente nominal. La *determinación* (*Bestimmung*) interna del sujeto y la *constitución* (*Beschaffenheit*) externa de los predicados se nos muestran escindidos. El sujeto sería algo así a una cosa sin propiedades, respecto a la cual se encuentran las propiedades sin una cosa[343]. En la determinación interna de la cosa permanece la indeterminación de *la cosa en sí*. Los caracteres de las cosas pertenecerían a la reflexión subjetiva externa[344]. Los predicados que deben abrir el horizonte de la esfera objetiva mediante su unión con la cópula permanecen aún designando meros nombres arbitrarios ya que no son verdaderos conceptos. Para estos conceptos no existe una cópula, una atribución de la articulación modulada del ser (mediación). Por ello mismo, permanecen en la esfera de la subjetividad lo que denominamos históricamente cualidades primarias y secundarias[345].

343. En este estadio se encuentra toda la primera parte de la *Lógica* de Hegel (*Seinslogik*).

344. Este sería el problema de las cualidades en Descartes y en Galileo.

345. "So fällt es nach diesem Standpunkt in mich, in das Subjekt, daß ich die Baumblätter nicht als Schwarz, sonder als grün, die Sonne rund und nicht viereckig sehe, den Zucker süß und nicht bitter schmecke; daß ich den ersten und zweiten Schlag einer Uhr sukzedierend und nicht nebeneinander, noch den ersten als Ursache, auch nicht als Wirkung des zweiten bestimme usf". WdL 5, p. 135.

Para abandonar este estadio debemos atribuir más peso al ser accidental que es propio del estado *constitutivo* (*Beschaffenheit*). En la perspectiva aristotélica del Libro de las *Categorías* esto significaría: deberíamos atribuir un peso en el orden del *Ser* a la cualidad de los accidentes en general. Desde el punto de vista de Hegel esto significa dotarles de una relevancia respecto de la *esencia*. Una categoría del *Ser*, entendido hegelianamente como el ser inmediato y desconectado de lo dado, tiene que pasar de ser estado *constitutivo* (*Beschaffenheit*) a ser una *determinación* (*Bestimmung*). Mientras tanto, la propiedad es la unidad que contiene la determinación interna y el estado externo. Como unidad reflejada abandona la esfera del *Ser* (de lo que era el Ser) para pasar a formar parte de la *esencia*. De esta forma, ya no tratamos con una supuesta cosa; esto es, con un sustrato indeterminado cuyos caracteres reconocibles pertenecen a una reflexión externa o a la percepción subjetiva.

El estado *constitutivo*, convertido en *propiedad* supone algo así a una interioridad diferenciada en la que podríamos nombrar todos esos rasgos que aparecen como propios. En este estadio ya no podríamos decir que el azúcar es sólo dulce *para otro* y no en sí mismo dulce. Ya no podemos afirmar esto porque la relación externa *a otro* (*An-Ihm-sein der Beschaffenheit*) se ha recogido en una relación interna respecto de sí mismo (*An-ihm-sein der Bestimmung*).

Hegel, en su *doctrina sobre la esencia*, en su apartado (*Das Ding und seine Eigenschaften*), describe esta transformación como el paso de las cualidades como estados de cosas meramente externos a cualidades como propiedades internas[346]. El *Ser-en-sí*, o la posibilidad, ha llegado ser ya (*seiend geworden*)[347]. De esta forma reconstruye Hegel la teoría aristotélica de la sustancia primera o de la sustancia en-sí (*ti kata tode ti*) y la protege de la indeterminación. Por otra parte, la hace susceptible para recibir propiedades individuales que le son esenciales[348]. La esfera de las

346. "Die Negativität der Reflexion, die aufgehobene Vermittlung, ist aber wesentlich selbst Vermittlung und Beziehung, nicht auf ein Anderes überhaupt, wie die Qualität als die nicht reflektierte Bestimmtheit, sondern Beziehung auf sich als auf ein Anderes oder Vermittlung, die unmittelbar ebensosehr Identität mit sich ist. Das abstrakte Ding an-sich ist selbst dies aus anderem in sich zurückkehrende Verhalten; es sit dadurch an sich selbst bestimmt; aber siene Bestimmtheit ist Beschaffenheit, die als solche selbst Bestimmung ist". WdL 5, p. 133.

347. "Dem Ding ohne seine Eigenschaften bleibt deswegen nichts als das abstrakte An-sich-sein, ein unwesentlicher Umfang und äußerliches Zusammenfassen. Das wahrhafte Ansichsein ist das Ansichsein in seinem Gesetzsein; dieses ist die Eigenschaft". WdL 5, p. 137-138.

348. "Das Ding-an-sich ist also wesentlich nicht nur so Ding-an-sich, daß seine Eigenschaften Gesetzsein einer äußerlichen Reflexion sind, durch es sich auf bestimmte Weise verhält; es sit nicht

cualidades, en especial de las cualidades secundarias, queda preservada de un hundimiento en la indiferencia de las meras relaciones cuantitativas, así como de la pura y descosificada reflexión externa perteneciente al ser perceptivo de la subjetividad[349]. De hecho, en la *doctrina sobre el Ser*, las cualidades que constituyen la esfera del *Ser*, terminan convirtiendose en meras relaciones cuantitativas.

Sin embargo, al final de la *Lógica del Ser*, Hegel contempla en el descubrimiento del cálculo infinitesimal una vuelta a la cualidad de lo que es puramente cuantitativo. Hegel aborda el problema de la continuidad, así como el de la simplicidad o composición de las sustancia al nivel del cálculo infinitesimal. Hegel conecta esta problemática de las antinomias matemáticas kantianas explícitamente con la discusión de las *magnitudes infinitesimales* en el curso del desarrollo histórico del Análisis[350].

La manera de pensar que ha impregnado la ciencia moderna comienza con Galileo[351]. Con el método de Galileo no sólo se clausura definitiva-

eine jeneseits seiner äußerlichen Existenz befindliche bestimmungslose Grundlage, sonder ist in seinen Eigenschaften als Grund vorhanden, d.h. die Identität mit sich in seinem Gesetzsein-aber zugleich als bedingter Grund, d.h., sein Gesetzsein ist ebensosehr sich äußerliche Reflexion; es ist nur insofern in sich reflektiert und an sich, insofern es äußerlich ist". WdL 5, p. 134.

349. "Es ist schon oben bei dem Momente des Daseins, dem Ansichsein, des Dings-an-sich erwähnt und dabei bemerkt worden, daß das Ding-an-sich als solches nichts anderes ist als die leere Abstraktion aller Bestimmtheit, von dem man allerdings nichts wissen kann, eben darum, weil es die Abstraktion von aller Bestimmung sein soll.-Nachdem so das Ding-an-sich als das Unbestimmte vorausgesetzt wird, fällt alle Bestimmunge außerhalb desselben in eine ihm fremde Reflexion, gegen welche es gleichgültig ist. Dem tranzendentalen Idealismus ist diese äußere Reflexion des Bewußtseins. Indem dieses philosophisches System alle Bestimmungen der Dinge sowohl der Form als dem Inhalt nach in das Bewußtsein verlegt, so fällt es nach diesem Standpunkt in mich, in das Subjekt, daß ich die Baumblätter nicht als schwarz, sondern als grün, die Sonne rund und nicht viereckig sehe, den Zucker süß und nicht bitter schmecke". WdL 5, p. 135. "Das Wesentliche der Unzulänglichkeit des Standpunktes, auf den jene Philosophie stehenbleibt, besteht nun darin, daß sie an dem abstrakten Ding-an-sich als einer letzten Bestimmung festhält und die Reflexion oder die Bestimmtheit und Mannigfaltigkeit der Eigenschaften dem Ding-an-sich wesentlich jene äußerliche Reflexion an ihm selbst hat, und sich zu einem mit eigenen Bestimmungen, mit Eigenschaften begabten bestimmt, wodurch sich die Abstraktion des Dinges, reines Ding-an-sich zu sein, als eine unwahre Bestimmung erweist". WdL 5, p. 136.

350. WdL 5, pp. 109-111.

351. Galileo lleva a cabo la más radical de las revoluciones conceptuales: el peso de un cuerpo no determina su velocidad, sino su variación. La velocidad es un estado del móvil y, de igual modo, el reposo, el estado de movimiento, libre de perturbación, se mantiene al infinito. Para Galileo el objeto de la física es el único cambio matematizable; la variación del estado de movimiento, la aceleración. La matematización de la física, de la misma forma que la aplicación del álgebra y la aritmética a la geometría para construir la geometría analítica, son cosas que damos por hechas como si se tratara de algo dado desde siempre. Hegel, por el contrario, sabe que con estos fenómenos nos enfrentamos a decisiones conceptuales definidas en nuestra comprensión de los objetos que consti-

mente la imagen del mundo antiguo-medieval, sino que se instaura una nueva lógica. Esta nueva lógica garantiza los nuevos métodos de investigación. Esta nueva lógica se caracteriza por un pensar de conceptos funcionales que disolvería la oposición entre un substrato permanente autosuficiente y circunstancias meramente cambiantes no autosuficientes. Esta división era la base según la cual Aristóteles no sólo funda su doctrina de la sustancia física (acompañada provisionalmente por accidentes), sino también un principio de orden para la totalidad del universo. Este principio de orden divide las sustancias en perecederas (corruptibles) e imperecederas (incorruptibles). Además de esto, la oposición disuelta por la nueva ciencia era el eje sobre el cual el pensamiento antiguo-medieval organizaba el saber, sobre todo a la hora de distinguir entre teoría y práxis[352].

tuyen las ciencias en general. La exigencia de cuantificación, el deseo de lograr una inteligibilidad matemática de los fenómenos por parte de la física destruye la física de las tendencias naturales y de los procesos finalizados. La contrapartida de esta nueva ciencia de la naturaleza es la eliminación de todos los procesos que afectan intrínsecamente a los cuerpos; en definitiva, todos los procesos en los que sucede algo, aquellos en los cuales se produce una transformación no equivalente a su transformación inversa (ya que la causa no es trivialmente equiparable al efecto). Por esta razón, para Hegel las diferenciaciones o transformaciones innovadoras tienen que ser introducidas históricamente por los límites de nuestros conceptos. El tiempo físico (tiempo de la mecánica) es el tiempo de la aceleración: la matemática correspondiente es la matemática infinitesimal oscuramente esbozada por Galileo. Newton introduce explícitamente la estructura conceptual adecuada para tratar matemáticamente el cambio. Bergson critica precisamente de esta matemática y de su aplicación a la física en forma de mecánica reducir el cambio a la negación del devenir, transformando al tiempo en parámetro homogéneo indiferente a la transformación que permite describir. Según Bergson, el análisis infinitesimal descompone un movimiento (una realidad de naturaleza continua) en estados cuya sucesión, extendida en el tiempo, se rige por una ley matemática totalmente determinista. Los análisis de Bergson coincidirían con los de Alexandre Koyré, para el que la dinámica tendría por objeto un movimiento sin relación con el tiempo; o lo que es más, un movimiento que se desarrolla en un tiempo intemporal, noción igualmente paradójica como la de un cambio sin modificación (KOYRÉ, A., *Etudes newtoniennes*, Gallimard, París. 1968, p. 32.). Esta ciencia habría reducido un cambio, una novedad, a simple apariencia, reduciéndola a la identidad de un nivel más fundamental. El modelo de esta ciencia es la descripción de la trayectoria de los astros que no tiene principio, ni diversidad y cuya perpetuación idéntica está contenida en la descripción de cada uno de sus estados instantáneos. Hegel, en cambio, centra la atención en el problema mismo del instante. Hegel, interpretando a Newton, concibe la importancia del cálculo infinitesimal en que trata no tanto una secuencia de *instantes* extensionalmente considerados, como un sólo *instante*: el *límite*. De esta forma el cálculo es el instrumento adecuado para definir lo que acontece en el instante en que nacen y mueren partículas elementales o explotan supernovas.

352. Hegel contempla la realización de la categoría de la medida tanto en el universo natural como en el mundo de la moralidad. Pero el establecimiento temático de una medida en el mundo moral es sólo posible, desde el punto de vista lógico, cuando el cálculo infinitesimal tematiza el concepto de límite cuantitativo. Hegel observa desde el punto de vista lógico la irrupción de la dimensión cuantitativo extensional en la esfera semántica de predicación moral, jurídica y política. Hegel reconoce una dimensión analógica explicitando su teoría del juicio (*Urteilskraft*) allí donde no es posible en sentido absoluto una determinación cuantitativa unívoca: dentro de la esfera polí-

Aristóteles procede en su *Metafísica* poco según las reglas deductivas del silogismo establecidas por él mismo. Esto no significa que no exista una lógica en el fondo de la *Metafísica* de Aristóteles. Aristóteles articula un modelo claro para la lógica que soporta toda su filosofía, es decir, tanto su *Ética* como su *Metafísica*. Este modelo, la mayor de la veces oculto, contradice a la silogística en la medida en que ésta se considera como una subsunción ampliada de conceptos. El modelo de una lógica de la subsumción define; por ejemplo a *a*, como el vértice en el que se representa una especie, un género, una proposición superior, un polígono,..., y *b* representaría un individuo, una especie, una proposición inferior, un triángulo,... . Aristóteles adopta como ejemplo el caso de un triángulo[353]. El triángulo es la figura general, que en la geometría de dos dimensiones sustituye al género matemáticamente irrelevante del polígono. Hegel se apoya en esta modificación de Aristóteles, aparentemente irrelevante, para definir la diferencia entre el pensamiento formal abstracto y un pensar ligado a la realidad[354]. El nuevo objeto general b_1, tal como nuestro triángulo, pertenece a la misma superficie de los particulares b_2 y b_3, tal como por ejemplo sería el caso de un cuadrilátero y un pentágono. Aristóteles muestra con este ejemplo, como una determinación puede ser general y particular simultáneamente. Con esto se elimina la idea de un género o especie como vértice bajo el cual se subsumen otros tantos.

Según el modelo aristotélico de la *ephexes* tenemos una serie $b_1, b_2, b_3 ...$. Esta serie es posteriormente traducida por Aristóteles a la lógica conclusiva. De esta forma se reconoce un intercambio de la dimensión vertical en la horizontal en el caso de la conclusión analógica. La sustitución del concepto de clase por el concepto de serie homogénea, no se

tica, por ejemplo, existe una correlación de dependencia entre una constitución adecuada y el número de habitantes de un estado ("Man sieht z.B. wohl ein, daß eine republikanische Verfassung wie die atheniensische oder eine durch Demokratie versetzte aristokratische nur bei einer gewissen Größe des Staates Platz haben kann, daß in der entwickelten bürgerlichen Gesellschaft die Mengen von Individuen, welche den verschiedenen Gewerben angehören, in einem Verhältnisse miteinander stehen;..." WdL 5, p. 393). En todas estas reflexiones de Hegel está presente el problema tratado por Aristóteles sobre el justo medio como medida justa o apropiada ("Das Quantum, indem es als eine Gleichgültige Grenze genommen wird, ist die Seite, an der ein Dasein unverdächtig angegriffen und zugrunde gerichtet wird. Es ist die List des Begriffes, ein Dasein an der Seite zu fassen, von der seine Qualität nicht ins Spiel zu kommen scheint,- und zwar so sehr, daß die Vergrößerung eines Staats, des Besitzers herbeiführt, sogar als dessen Glück zunächst erscheint". WdL 5, p. 398).

353. *De Anima* B 3, 414 b 20ff.

354. *Werke*, XVIII, 374.

limita en Aristóteles a una imagen teórica del mundo, sino que alcanza igualmente la esfera práctica. De esta forma se prepara una cierta homogeneización de la completa organización del saber. Esto explica igualmente que Hegel no distinga netamente entre razón teórica y razón práctica. Por ello, no nos puede resultar sorprendente que Hegel empleé las mismas estructuras lógicas, por ejemplo, los conceptos de atracción y repulsión, o el concepto de límite, a distintas esferas de contenidos diferentes que parten desde la física y las matemáticas, pasando por la lógica y la metafísica, y llegando a la ética y la política hasta, finalmente, la teología o la antropología. En este sentido, existe en Hegel una percepción de lo que puede significar una estructura analógica. De hecho, las categorías del *Ser* son absolutamente vacías, precisamente por la gran potencialidad aplicativa que tienen.

En el modelo aristotélico de la *ephexes* no se puede comprender lo general como un género u especie abstracta. Lo general aquí puede ser, como en nuestro ejemplo, un triángulo, el intercambio activo de sustancias como forma fundamental de un ser vivo o la virtud de la justicia. Aristóteles expresa esta ley fundamental de la serie de conceptos en una fórmula: en todo lo que sigue persiste lo que le precede según la potencia (no hay que olvidar la estructura de la serie)[355]. Aquí el término *lo que sigue* sustituye a lo superior o lo inferior en el pensamiento de los conceptos como clases[356]. En el pensamiento de los conceptos como clases se tiene que lo superior contiene potencialmente lo inferior. Al invertir este pensamiento tenemos que en lo general, no sólo no existe negativamente ningún género o especie abstracta, sino que el concepto pasa a ser una variable. Hegel, dentro del cálculo infinitesimal, pone especialmente de relieve el desarrollo en series de potencias. Esto no tiene sólo un interés histórico, sino que engarza con estas reflexiones sobre el desarrollo lineal cualitativo.

No debe sorprendernos que Hegel introduzca ciertas reflexiones sobre la virtud moral o política, sólo después de abordar el cálculo infinitesimal. En los desarrollos en series de potencias, el primer término de la serie contiene perfectamente, según la interpretación de Hegel, la determinación específica del desarrollo lineal. La serie de términos integrativos de la doctrina aristotélica; triángulo, cuadrado, hexágono,... muestra estructu-

355. Esto lo ha reconocido también Schelling, *Werke* XI, 376.

356. *De Anima* B 3, 414 b 29-31.

ralmente lo mismo que la serie vegetativa-sensitiva-intelectiva. Cada uno de los primeros términos al entrar en contacto con cada uno de los siguientes no puede permanecer invariante respecto a su contenido[357]. El primer término de la serie de potencias introduce un espectro de variabilidad, ya que su objeto es aproximar funciones. A esto Hegel lo llama devenir, y el límite es inseparable de la variabilidad. Lo general puede concebirse, por tanto, como una variable. De esta forma trata Aristóteles cada virtud de la ética. Aquí, tanto Hegel como Aristóteles, recriminan una definición abstracta de justicia en el sentido platónico de la cuestión. El problema fundamental será cómo determinar las reglas.

El estatuto lógico de caracteres tan complejos es comparable a lo que Aristóteles designa como *accidentia per se* (*simbebekota kata auto*). En el sujeto se contiene de alguna forma el predicado, tal como por ejemplo, el predicado *negro* se contiene en el pelo. Por tanto, no podemos comprender los predicados como aquello que determina sólo externamente al sujeto viniendo de no se sabe dónde. La integración con el sujeto, tal como expresa el juicio, hace que la característica pase a ser o constituir propiedades. Estas propiedades son las que constituyen lo más propio de la cosa, esto es, su sustancia (*ousia*). Las propiedades, tomadas aisladamente, están sujetas a variación, ya que pueden desaparecer, tal como en nuestro ejemplo, el *negro* en el pelo. El modo en que estas propiedades pueden variar viene de una diferencia constante que forma una integridad estructural de realización. Esta integración define la sustancia misma. La integración estructural de materia y forma, cosa y propiedades es definida adecuadamente para comprender los procesos dinámicos en la estructura lineal descrita más arriba.

Al preguntamos por la ley fundamental de estos sistemas debemos retrotraernos al juicio hipotético. Este esquema puede ser una ejemplificación de la estructura lógica-ontológica fundamental de sujeto-predicado, fundamento-propiedad, determinable-determinante, dado-presente. Este esquema lógico-ontológico viene entendido analógicamente. Los juicios categoriales afirman algo que no es ni condicionado ni incondicionado, sino sin más, sin condiciones, esto es, neutral o libre de condiciones. El juicio hipotético es un complejo juego de condición e incondicionado entre dos juicios categóricos. La *prótasis* contiene el elemento incondicionado. Lo incondicionado significa aquí no tanto necesidad co-

357. Por ello dice Tomás de Aquino que: *ipsa anima sensibilis in homine est rationalis* (Q. De An. A. 11 ad 19). INCIARTE, F., *Forma formarum*, S. 176.

mo su contrario: accidental en el sentido de desligado. La *prótasis* afirma algo que puede entrar como puede no entrar en vigor. Las condiciones por las cuales entra un caso u otro no vienen dadas por la *prótasis*. La *prótasis* misma se funde como condición de lo consecuente. Si aparece el caso estipulado por la *prótasis*, entonces se sigue necesariamente lo que afirma la *apódosis*. En el juicio hipotético aparecen entrelazados de esta manera la necesidad y la contingencia.

La conexión entre necesidad y accidentalidad se desprende de los dos sentidos que tiene la accidentalidad. En un caso, se trata de la accidentalidad según la categoría de la relación. En el otro, se trata de la categoría de la modalidad. En la accidentalidad modal, la necesidad se corresponde con la *prótasis*: una vez puesta la condición, es imposible que su contenido afirmativo no tenga lugar o sea de otra forma. Desde el punto de vista de la accidentalidad como categoría de la relación tenemos que contemplar su contenido como algo contingente. El contenido se da según una designación dada previamente. En la teoría de funciones podemos llamar a la variable independiente magnitud necesaria variable. Por el contrario, la función misma o magnitud dependiente, depende en su aparecer o desaparecer del aparecer o desaparecer de aquella otra de la que depende.

En este esquema funcional se trata siempre de una aproximación, tal y como aparece de nuevo si retomamos la analogía (y tal como hacemos al establecer pautas en nuestra investigación de la naturaleza). El valor cognoscitivo de la analogía se funda en la renuncia a una adecuación unívoca.

La cuestión es si el sujeto cognoscente puede penetrar en la realidad o permanece atado a su propia esfera. Un conocimiento comprendido analógicamente sabe que se encuentra en una esfera intermedia oscilante entre sujeto y objeto. El cálculo infinitesimal asume el riesgo de un factor de inseguridad o de un error controlado. Pero esto es precisamente la condición para aportar la principial objetividad de las afirmaciones. La medida en la indeterminación de este límite insalvable reside en la imposibilidad de conocer el ser individual de las cosas. La medida reside en el hueco que va paralelo a la distancia entre la realidad física y la teoría física, la teoría física y la legalidad, o bien entre ley física y contenido matemático. La analogía puede mediar esta distancia, siempre y cuando cuente con ella y se abstenga de intentar eliminarla.

CONCLUSIONES

Podemos datar la edad del sistema solar en unos cinco mil millones de años. Los primeros mil o dos mil millones de la existencia de la tierra parecen haber sido demasiado calientes como para formar cualquier estructura compleja. Los restantes tres mil millones de años tienen que haber sido dedicados, según una regresión de las condiciones, al proceso lento de la evolución biológica. Este proceso conduce desde los organismos más simples hasta los seres capaces de medir el tiempo que ha transcurrido desde la primera gran explosión, si es que hubo alguna. Esto último se refiere a los mismos seres que luego buscan las condiciones regresivas de su pasado. Sería una ironía absurda de la naturaleza el que ésta tenga como finalidad unos seres que fuesen capaces de preguntarse por las condiciones regresivas de su existencia y contar así la historia del tiempo.

Ahora bien, la *Lógica* de Hegel quiere ser la demostración de que nada de esto existiría sin las estructuras mínimas del sentido establecidas por ella misma. Sin los análisis; por ejemplo, propios de la categoría de la *medida* nunca podríamos datar cuantitativamente la edad del sistema solar. Es más, carece de sentido la afirmación *el sistema solar data de unos cinco mil millones de años*, sin los instrumentos de medidas ni las determinaciones de grado para reproducir los resultados bajo la forma invariante de números métricos. Este resultado carece de sentido sin las mediaciones correspondientes establecidas por la *Lógica*.

En contra se han erigido múltiples objeciones procedentes en su mayoría del *sano sentido común*: es claro que antes de Hegel y de la

exposición de su *Lógica* existía el sistema solar. Sin embargo, esta afirmación carece igualmente de sentido sin la *Lógica*. Fuera de la *Lógica* semejantes objeciones carecen de sentido, ya que no podríamos tan siquiera esbozar lo que queremos decir con ellas. Todas estas objeciones no hacen más que fundamentar la tesis de Hegel[1]: es precisamente a partir de la *Lógica* cuando se establece la posibilidad de que la *Idea* se exteriorice para contemplarse como *naturaleza*. En consecuencia, el sistema de la *Lógica* es la exposición de "*Dios mismo antes de la creación de la naturaleza y de cualquier espíritu finito*[2].

Antes de que el individuo tomara conciencia de su individualidad, ya estaba instaurada la *Lógica*. La *Lógica* es la sabiduría de Dios secularmente traducida. Sin la *Lógica* es imposible la conciencia individual. El problema del *Comienzo* en la *Lógica* de Hegel se reduce a la imagen del barco empleada por Otto Neurath: somos como los marinos que deben construir su barco en medio del océano[3]. El comienzo de la *Lógica* no tiene nada que ver con la *creación del mundo*. La *creación* no tiene en Hegel alcance metafísico alguno. La *creación* es un término que debe ser reconstruido simbólicamente por la *Lógica*. Nos sería imposible identificar el *Comienzo puro* con la *creación*, si de otra parte no supiéramos ya lo que queremos decir con *creación*. Aquí es importante advertir la mediación cultural transmitida por el lenguaje en la formación del espíritu humano en la historia.

Estamos condenados a comenzar en medio de lo que sabemos o creemos saber. El significado de un comienzo absoluto; un comienzo puro, es algo imposible, algo inadmisible que debemos superar. Para Hegel un comienzo que no es precedido (mediado) por nada ni es seguido por otro; es algo que se considera tan sólo al comienzo. De su imposibilidad resulta el carácter abstracto, simple e inmediato del comienzo como algo que debemos superar. ¿Cómo podemos comenzar a saber sin comenzar, así

1. El proceder analítico de Hegel se perfila claramente cuando advierte que todas las ocurrencias y objeciones posibles contra su método necesitan primeramente de una crítica de las categorías que emplean. No se puede criticar la *Lógica* sin suponer a ésta. "dass ihre Einfälle und Einwürfe Kategorien enthalten, welche Voraussetzungen sind und selbst erst der Kritik bedürfen, ehe sie gebraucht werden". WdL 5, p. 31.

2. "Die Logik ist sonach das System der reinen Vernunft, als das Reich des reinen Gedankens zu fassen. Dieses Reich ist die Wahrheit, wie sie ohne Hülle an und für sich selbst ist. Man kann sich deswegen ausdrücken, dass dieser Inhalt die Darstellung Gottes ist, wie er in seinem ewigen Wesen vor der Erschafung der Natur und eines endlichen Geistes". WdL 5, p. 44.

3. "Wie Schiffer sind wir, die ihr Schiff auf offener See umbauen müssen, ohne es jemals in einem Dock zerlgen undaus besten Bestandteilen neu errichten zu können".

mismo, desde aquello que se precipita como *algo* ya sabido desde antes? ¿Cómo comenzar sin haber comenzado ya? ¿Cómo determinar el comienzo y el término de lo que ya está en movimiento?

Con absoluta anterioridad a demostrar la validez de cualquier enunciado; por ejemplo, el enunciado *hay Dios*, disponemos ya de alguna manera y de forma misteriosa del objeto *Dios*. Sin tal disposición, ni tan siquiera sería posible iniciar demostración alguna. Si nos ponemos a contestar la pregunta *¿existe o hay Dios?* (ya sea para afirmar o negar), lo que hacemos es otorgar y suponer un sentido para aquello por lo que nos cuestionamos; esto es, el sentido de la misma palabra *Dios*[4]. Suponemos que la pregunta tiene un sentido ya establecido. Esto significa que, cuando menos, aunque sólo sea en el orden de los propósitos, tenemos lo preguntado como una obra o como un proyecto[5].

El comienzo absoluto de la *Lógica* de Hegel significa: todo lo que no es expresable racionalmente; esto es, susceptible de un análisis metaobjetivo en categorías, no existe o es una palabra hueca. Todo aquello que es susceptible de análisis constituye la realidad (sustancia) racionalmente articulable. Todo lo real es racional y lo racional es real. No corre a cargo del saber oponerse o hacer de frontera del *no-saber*: la supuesta *cosa-en-sí* (*Ding-an-sich*) kantiana es un residuo sin sentido. Sería como arbitrar un sentido a lo no analizable en las estructuras mismas del saber con sentido[6].

La *Lógica* de Hegel es una metateoría sobre las formas representativas y deductivas empleadas y presupuestas en las diversas ciencias particulares[7]. En consecuencia la *Lógica* de Hegel es la lógica de la filosofía y

4. ¿De dónde procede el contenido significativo *Dios*?, sin tal disposición *a priori* ni tan siquiera sería posible iniciar la demostración si de otra parte no conociéramos ya el contenido de lo que queremos demostrar; pero la pregunta es *¿de dónde?*. Heidegger diría que Tomás de Aquino, por ejemplo, demuestra algo de lo que está personalmente convencido desde el horizonte hermenéutico de su experiencia vital.

5. La pregunta que atañe al enunciado *hay Dios* llega tarde o su conclusión es redundancia: no se conoce nada nuevo que no conociéramos ya o que no se insinuara ya desde el comienzo con el término *Dios*; ya sea para afirmar o negar. Otra cuestión que se añade a esto es qué tipo de objeto es eso que llamamos *Dios*: *¿es un objeto?*, *¿el nombre de un objeto?* Hegel tematiza esto bajo su noción de concepto *¿qué tipo de algo es éste que tengo delante ante la conciencia?* En Hegel, *Dios* es el nombre que asignamos nosotros (la humanidad) a un modo determinado de contemplar el mundo.

6. "Das Buch will also dem Denken eine Grenze ziehen, oder vielmehr- nicht dem Denken, sondern dem Ausdruck der Gedanken: Denn um dem Denken eine Grenze zu ziehen, müssten wir beide Seiten dieser Grenze denken können (wir müssten also denken können, was sich nicht denken lässt". *T.L.Ph.* Vorwort. Ludwig Wittgenstein.

7. "Die anderen Wissenschaften haben die regelrechte Methode, eine Folge von Definitionen, Axiomen, Theoremen und deren Beweisen usf zu sein,..." WdL 5, p. 54.

de la ciencia en general. La *Lógica* de Hegel no se reduce a ser la lógica de las ciencias del espíritu separada de la lógica matemática o escindida de las ciencias de la naturaleza. La *Lógica* es una. No podemos empezar, como las ciencias particulares, por supuestos axiomas, definiciones, teoremas y sistemas deductivos, sin al mismo tiempo y como contra partida, dejar a la espalda una cantidad innumerable de categorías sin analizar. Todo lo que hasta ahora creemos saber; todo lo que pensamos que se corresponde con un *Ser*, es *Nada*.

Al principio no sabemos nada significa: sin diferenciaciones, ni criterios de diferenciación (sistemas de diferenciación), propiedades, cualidades, etc. *Ser* es lo mismo que *Nada*. Los enunciados del tipo: *hay Dios*, *11 es un número primo*, etc. significan *Nada*; o bien, se corresponden con *nada*: esto es, que son indiscerniblemente lo mismo.

El comienzo de la *Lógica* es como estar ante una línea continua sin cortes (no hemos introducido diferenciación alguna), y por tanto, como estar ante una línea de la que no somos conscientes ni tan siquiera de que es tal: sin su infinita divisibilidad en puntos, la línea no es línea ni la podemos conocer como tal. Sin diferenciar la línea de lo que no lo es no podemos conocer a ésta ni ésta existe como tal. Para ilustrarlo bíblicamente, el comienzo de la *Lógica* es como estar ante el mundo antes de que Dios separara la tierra del mar.

Por ello, en la pura consideración del comienzo, todavía no tenemos ni matemáticas, ni física, ni teología, ni mundo ni Dios. La razón es clara: no disponemos de criterios para discernir lo qué es mundo de lo que no es mundo; o Dios de lo que no lo es. Lo que es el sueño de la vigilia. El número 1 como número natural del 1 como número real. No podemos decir que hay infinitos números reales si todavía no hemos definido la propiedad por la que se les caracteriza y separa de todos los demás. Sin la propiedad no podemos saber de qué hay infinitos objetos.

Este problema de la diferenciación se acentúa si decimos; por ejemplo, que lo que nosotros llamamos *Dios* no es un objeto como *el número 11*; es decir, *haber* no significa lo mismo para *11* y para *Dios*: no hay *mesas* como hay *11* o *Dios*. Todo el que no comprenda la diferenciación no entenderá el absurdo de intentar ver sensiblemente el *11*, el *alma* o *Dios*. En este caso, el individuo se comportará como el zoólogo que rechaza la existencia de los números por el solo hecho de que no son seres vivos. El problema es que en el comienzo carecemos de criterios desde los

que podamos discernir los diferentes sentidos del *Ser* y de sus diferentes esferas categoriales.

El primer paso de la *Lógica* de Hegel está marcado por la necesidad de la expresión: debemos superar la indeterminación con el fin de eliminar la *contradicción* (identidad de *Ser-Nada* del comienzo) y evitar que ésta sobrevenga. Aquí opera la única causa admitida por Hegel: la causa final. El fin es la articulación racional de todo posible saber. Que *Dios* necesita del mundo para ser *Dios* significa en Hegel que *Dios* necesita expresarse, revelarse o manifestarse: desde el punto de vista de la nueva teología secularizada de Hegel esto significa que el *Verbo* tiene que hacerse carne o el concepto realidad. Todo está dado desde el principio, puesto que el fin (el sentido del proceso) está ya contenido en el inicio (tal como en Aristóteles).

Paralelamente, el concepto de pecado, redención y el origen de la *Lógica* son lo mismo en Hegel. El pecado es la escisión y la separación (*Ur-Teilung*). De acuerdo con esto, al poner la primera diferencia significativa introducimos el pecado en el mundo o su posibilidad.

En los últimos tiempos, el espíritu humano ha exagerado la importancia de la lógica matemática como paradigma de toda ciencia deductiva y demostrativa. Este mismo criterio se ha extendido a la mecánica. Un ejemplo de ello son las exposiciones axiomáticas de la mecánica racional clásica. El punto de vista de Hilbert, y el de la mayoría de los matemáticos, reside precisamente en subrayar la importancia del punto de vista axiomático. Dedekind afirma que aquello que es demostrable, no debe ser creído en la ciencia sin demostración[8]. Sin embargo, lo que nosotros denominamos *demostración* no está en condiciones de despertar *fe* alguna sin asegurarnos previamente de la corrección de cada paso en evidencia inmediata. La evidencia inmediata y, no la demostración, es la única fuente justificada de conocimiento. Husserl hablaba de la vivencia de la verdad (*das Erlebnis der Wahrheit*).

Los axiomas serían ciertos postulados. Por ejemplo, el teorema de Fermat, afirma un juicio que sería una consecuencia de los axiomas de la aritmética. Los axiomas definen en cierto modo el sentido del *haber*: existe aquello cuya existencia se puede seguir lógicamente de los axiomas. Sin embargo este juego hipotético-deductivo carece de todo valor si no

8. "Was beweisbar ist, soll in der Wissenschaft ohne Beweis nicht geglaubt werden". DEDEKIND, R., *Was sind und was sollen die Zahlen?*. Vorwort zur 1. Auflage.

tenemos un conocimiento significativo u horizonte que aporte un sentido satisfactorio de los axiomas.

Si definimos los números irracionales siguiendo a Dedekind, entonces establecemos sin más por la definición, cuando un número racional es < que un número real. Suponemos que α y β son dos números reales cualquiera. Cada uno de éstos los debemos pensar como si fueran individuos definidos por una propiedad que sólo les corresponde a ellos y nada más que a ellos. A partir de aquí, decimos entonces que $\alpha < \beta$ en caso de que exista un número racional r tal que $\alpha < r$ y $r < \beta$. Si interpretamos el *haber* o *existir* según el punto de vista axiomático, entonces se verifica que $\beta \leq \alpha$ sólo cuando podamos concluir o deducir de los axiomas que no existe ningún número racional; esto es, que no hay un número r que satisfaga las desigualdades $\alpha < r, r < \beta$. Los juicios $\alpha < \beta$, $\beta \leq \alpha$ no constituyen una alternativa completa, ya que bien puede ocurrir lo siguiente: ni la existencia ni la no existencia de un tal número racional r es una consecuencia de los axiomas de la aritmética. Esta concepción es realizable sólo y únicamente si sabemos que los axiomas son en este sentido completos y no-contradictorios, tal que de dos juicios opuestos completos U y $\overline{U}$, uno de los dos es siempre una consecuencia lógica de los axiomas. Mas esto no lo sabemos, tan sólo lo creemos.

Para emitir un juicio; esto es, decidir sobre una disyunción del tipo *P o no-P*, tenemos que suponer la existencia o la posibilidad de considerar un objeto como si fuera absolutamente determinado: satisface de forma incondicional y sin vaguedades el principio de tercio excluso y, en consecuencia, la no-contradicción. En otras palabras; suponemos que la disyunción es completa.

El proyecto de Hilbert contiene, sin embargo, múltiples presupuestos que son objeto de una lógica más amplia: la *Lógica* de Hegel.

1) En primer lugar precisamos un criterio por el cual podamos considerar que una pregunta está bien formulada, tiene sentido (es significativa) y, además, pertenece a las proposiciones que constituyen la ciencia matemática (contexto limitado y determinado significativamente). Este objeto se nos ha colado en nuestro horizonte mental sin conocer su procedencia significativa o tal vez ocultándola para después preguntarnos si satisface esta u aquella propiedad.

2) En segundo lugar, presupone la aplicabilidad sin restricciones ni presupuestos semánticos del principio de tercio excluso.

3) Maneja un concepto de contradicción íntimamente unido al de *Ser*. Sin embargo, demostrabilidad no es equivalente a existencia. Para Hilbert, *Ser* es equivalente a demostrable o a no-contradictorio. En definitiva, este programa contiene múltiples conceptos, categorías y principios insuficientemente diferenciados categorialmente.

Hegel propone la reconstrucción semántica de la validez de los primeros principios clásicos. En este proceso constructivo de su lógica reflexiva, Hegel hace depender la validez de la no-contradicción de la validez aplicativa del principio de tercio excluso (*Satz vom ausgeschlossenen Dritten*). De esta forma, si la matemática tiene que ver fundamentalmente con esencias exactas esto se debe, según Hegel, a que intencionadamente (teleológicamente) excluimos *el tercero* (los límites que definen los casos difusos de un concepto) dentro de un continuo representado genéricamente por una categoría objetiva determinada. Una vez excluido *el tercero*, del que explícitamente habla el principio de tercio excluso, podemos aplicar con límites precisos el principio de bivalencia y de no-contradicción. La matemática requiere en este sentido de una suposición fundamental: todas las delimitaciones o diferenciaciones de la esencia categorial de que en cada caso se trate deben constituir un sistema cerrado determinado de objetos existentes en sí mismos[9].

La indecibilidad para discernir el *Ser* de la *Nada* en la esfera de las diferenciaciones cualitativas, marca la necesidad de pasar a objetivar aquello que sin ser todo, tampoco es nada. A esta esfera pertenece lo que Hegel designa por cantidad en *La Lógica del Ser*. Este es el objeto de la predicación extensional que corresponde a lo que Heráclito había llamado el devenir. Una partícula en movimiento se diferencia en cada instante del reposo por las determinaciones reflexivas que introduce el cálculo infinitesimal. Esto explica la importancia que tiene para Hegel *La teoría de las funciones analíticas* de Lagrange. Las variaciones cuantitativas que introducen incrementos en las variables para formar el cociente diferencial aportan las significaciones cualitativas de la *velocidad* y la *aceleración* del móvil como derivadas primera y segunda respectivamente.

9. WEYL, H., “In diesem Sinne verstehen wir die Voraussetzung, dass die Besonderungen des kategorialen Wesens, um welches sich handelt, ein geschlossenes System bestimmter, an sich existierender Gegenstände ausmachen sollen”. *Das Kontinuum*, Leipzig 1918.p. 4.

El éxito en la aplicación del cálculo a las ciencias de la naturaleza y a la teoría de la mecánica analítica se debe a que el resultado de los procesos con límites son cuantos susceptibles de ser objeto posible de medida. Los incrementos cuantitativos dentro del margen de tolerancia establecido (error siempre susceptible de mejora arbitrariamente) por el límite nos aproximan mejor a la determinación cualitativa de la cantidad (por ejemplo, el valor que toma la función). Pero esto no siempre es así, tal como Hegel advierte con las paradojas del montón. El cálculo infinitesimal supone para Hegel el paso de la oposición de *Ser* y *Nada* a la oposición determinada por la cualidad y la cantidad.

En la moderna fundamentación del Análisis matemático, base del cálculo infinitesimal, ha vuelto a resurgir esta oposición entre la cualidad y la cantidad. El continuo matemático de los números reales representa un antiguo problema dentro de la historia general del pensamiento. En este problema están implicados conceptos fundamentales de la filosofía como son los de continuidad, cambio y devenir. Disponemos de dos concepciones fundamentales sobre la naturaleza del continuo. Por un lado, tenemos la concepción atomista. Esta postura considera que el continuo está compuesto de puntos individuales o discretos. Estos puntos son algo absolutamente determinados en sí mismos. Por otro lado, tenemos la concepción que mantiene que es imposible comprender un flujo continuo según la interpretación atomista. El atomismo representa un sistema de elementos existentes que son conceptualmente comprensibles.

La doctrina atomista, sin embargo, no está en condiciones de dar una explicación de la relación causal y del movimiento. Todo movimiento y cambio, en consecuencia, se reduce a una mera apariencia. La otra postura, por el contrario, no ha logrado elevar su pensamiento a concepto abstracto. Por ello, no ha recibido la debida atención por parte de la matemática. La tradición matemática considera esta postura como una mera intuición vaga.

La solución que finalmente se ha adoptado ante estos problemas es de tipo matemático-sistemática y que lleva por nombre cálculo diferencial e integral. La crítica de principios del s. XX a las definiciones del Análisis ha contribuido en gran parte a destruir de nuevo esta solución. Sin embargo, parece que ha permanecido muerta toda discusión en torno a los antiguos problemas filosóficos implicados en esta nueva fundamentación de las matemáticas.

Vamos a partir con Dedekind del sistema de los números racionales. Con ello queremos caracterizar un único número real α como el conjunto de racionales menores que α. Declaramos en tal caso que el número real es precisamente el conjunto de números racionales que posee la *cortadura-propiedad* (*Abschnitts-Eigenschaft*). Esto significa que para todo número racional x, el conjunto contiene también a todos los números racionales menores que x como elementos. Estos conjuntos son conjuntos infinitos. No existe otra forma de definir un conjunto infinito más que asignando una propiedad que sea característica para todos los elementos del conjunto. La propiedad es la cualidad en la *Lógica* de Hegel.

Podemos construir propiedades de números racionales por procedimientos puramente lógicos. Basta con que partamos de propiedades y relaciones originarias que son la base del operar con los números racionales. Al respecto podemos considerar las siguientes propiedades y relaciones: la propiedad *x es positivo* y las relaciones $x+y=z$ y $x \cdot y=z$. Si volvemos desde los racionales a los naturales, encontramos una relación fundamental. Esta relación es tal que todas las demás se definen de forma puramente lógica a partir de ella. Esta relación define la esencia de los números naturales. La esencia del número natural reside en esta relación fundamental; a saber, la que existe entre dos números naturales cualquiera n, n', sólo y únicamente si n' es el número consecutivo a n. De esta forma el concepto de número natural queda extensionalmente definido.

A las propiedades de los números racionales les corresponden conjuntos. Dos propiedades E y E' pueden determinar el mismo conjunto, aunque hayan sido definidas de diversa forma por diferentes procesos constructivos a partir de las propiedades y relaciones originarias. Esto tiene lugar cuando las dos propiedades son extensionalmente equivalentes. Dos propiedades son extensionalmente iguales siempre que todo número racional, que decimos tiene una propiedad, también participa de la otra y viceversa. El sentido de las propiedades no es lo más relevante para definir la identidad de dos conjuntos determinados por una propiedad. Lo importante es atender a la adecuación objetiva de contenido (extensional). Esta adecuación sólo puede ser establecida si tenemos un conocimiento objetivo de la referencia de las propiedades. No podemos conocer esta adecuación desde el punto de vista puramente lógico de su definición.

En Análisis no sólo consideramos números reales individuales. El Análisis atiende también a los conjuntos de números reales y a aplicaciones entre ellos. Un número real viene dado por una propiedad de los

racionales. Un conjunto de números reales por una propiedad A de propiedades de números racionales. De esta forma construimos propiedades de propiedades.

En Análisis es frecuente encontrarse con definiciones como esta: Una propiedad de los números racionales es de tipo A, si conviene a los números >1. En tal caso, A se corresponde con el conjunto de todos los números reales >1. Ahora procedemos a considerar la construcción del límite (cota) superior de un conjunto cualquiera A de números reales. El límite, un número real, viene dado por una propiedad E_A de números racionales. Esta propiedad E_A viene explicada de la siguiente forma: esta propiedad corresponde a un número racional x sólo y cuando existe una propiedad E del tipo A, que corresponda a x; es decir, si existe un número real E en el conjunto A, bajo el que cae x.

Esta explicación tiene sentido sólo si estamos dispuestos a admitir que el concepto de *propiedad de los números racionales* es un concepto claro y unívoco en sí mismo. Pero esta explicación no se basa sólo en este supuesto. Esta explicación supone que la *totalidad de todas las propiedades posibles* (*Inbegriff aller möglichkeiten*) es, en principio, algo determinado, limitado y abarcable. Esta explicación exige un sentido para la siguiente pregunta: *¿existe una propiedad E de cierta naturaleza?*, esto es, una tal que simultáneamente sea del tipo A y que corresponda a un número x. La pregunta exige estar dirigida a un objeto o estado de cosas determinado que pueda satisfacer la pregunta con una afirmación o con una negación.

Hermann Weyl ha señalado que el concepto de *propiedad de los números racionales* no es un concepto extensionalmente definido. Por esta razón, nuestra explicación del supremo contiene un *Circulus vitiosus*[10]. De esta forma, se vuelve a encontrar la oposición entre cualidad y cantidad analizada por Hegel. Ciertamente, ya antes que Russell, Hegel había detectado en su *Lógica* que los conceptos cualitativos sólo se ocupan en parte de su dimensión extensional. La aplicabilidad del principio de tercio excluso depende aquí de una aclaración previa sobre el sentido de la pregunta. Para que la pregunta tenga sentido, se exige que aquello por lo que se pregunta sea algo absolutamente determinado.

Supongamos que hemos logrado aislar un círculo absolutamente determinado y limitado de propiedades de los números racionales; por ejemplo, las C-propiedades. Sea A una propiedad de propiedades cualquiera.

10. WEYL, H., "Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik". 1921.

En este caso, tendría un sentido claro preguntar sobre un número racional cualquiera x si existe una propiedad C de tipo A, que corresponda al número racional x. Si es este caso, entonces predicamos de x la propiedad E_A, en caso contrario la rechazamos. Pero es claro que la propiedad E_A, definida sobre la totalidad de todas las C-propiedades, se encuentra según su sentido fuera del C-círculo. El concepto de *propiedad de los números racionales* no es, en palabras de Weyl, extensionalmente definido (*nicht Umfangs-definit*). Nuestra explicación de la cota superior contiene, en consecuencia, un *Circulus vitiosus*.

Hegel, ciertamente se adelanta al proyecto de Dedekind, Frege, Russell y Cantor de reducir completamente las matemáticas a la lógica. Sin embargo, Hegel tiene en cuenta las limitaciones de la predicación extensional; y en consecuencia, de las matemáticas. Hegel trata detenidamente las paradojas clásicas del montón (*Haufenparadox*). Esto da una idea de la complejidad de la *Lógica* de Hegel. No todo concepto B que sea definido respecto a su contenido es extensionalmente definido. Cierto que podemos establecer un concepto exacta y unívocamente. Sin embargo, este concepto no tiene que ser extensional. El concepto *propiedad de los números naturales*; o *propiedad de los números racionales* no es de esta especie. Un concepto B es extensionalmente determinado si satisface la siguiente condición: para cualquier objeto X que caiga bajo B y cualquier propiedad definida U en la esfera de estos objetos tiene sentido preciso la pregunta *¿tiene X la propiedad U?*. Pero no sólo basta con un estado de cosas que sea respuesta válida frente a la pregunta, sino que también la pregunta existencial *¿existe un objeto bajo el concepto B con la propiedad U?* tiene que tener un sentido preciso.

Las paradojas clásicas del montón (*Haufenparadox*) manifiestan la transformación de la cantidad en cualidad: existen variaciones cuantitativas que no son invariantes frente a ciertas diferenciaciones cualitativas de predicados (aunque puedan ser invariantes respecto a otras). Esta es para Hegel la limitación a la que debemos atender en la aplicabilidad de la forma matemática argumentativa abstracta: la matemática se limita a predicados absolutamente determinados; es decir, aquellos que ya son extensionales (o que están extensionalizados) como las clases de elementos claramente delimitados. El supuesto fundamental de las matemáticas viene definido por H. Weyl: en matemáticas nos ocupamos con una esencia exacta (*In der Mathematik haben wir es nur mit exacten Wesen zu tun*. *Das Kontinuum*).

Si E es una propiedad dada, clara y unívocamente establecida según su sentido, de los objetos que caen bajo el concepto B, entonces la proposición que dice *x tiene la propiedad E* afirma un estado de cosas determinado sobre un objeto cualquiera de x. En este caso, la proposición afirma un estado de cosas que se da o no se da. El juicio es en sí mismo verdadero o falso, sin posibilidad de un tercero entre estos dos puntos de vista opuestos. Si el concepto B es extensionalmente determinado y definido, entonces no sólo tiene sentido la pregunta *¿tiene x la propiedad E?*, para cualquier objeto x que cae bajo E, sino también la pregunta existencial *¿existe un objeto que cae bajo B y que posee la propiedad E?* Para Hegel el análisis de conceptos tales como *objeto* (*Gegenstand*) o *propiedad de los números naturales* pertenecen a una esfera diferente a la de la *Lógica del Ser*. Pertenecen a la esfera de la *Lógica de la Esencia*, ya que son determinaciones reflexivas para referirnos a objetos.

J. Derrida argumentaba frente a la fenomenología trascendental de Husserl, el que éste jamás se hubiera formulado la pregunta sobre la naturaleza del lenguaje transmitido en el que se condensaban los resultados de la reducción fenomenológica. Esto mismo se podría también objetar frente a Hegel. Sin embargo, a diferencia de Husserl, Hegel era consciente de la herencia lingüística y de la dimensión cultural con la que operaba su *logos* trascendental. Es más, una de las tesis fundamentales de Hegel es la ventaja que en la exposición de la *Lógica*, esto es, en la contemplación que la *Idea* tiene de sí misma, tiene el lenguaje alemán frente a todos los idiomas modernos[11].

Lo que Hegel hace es poner en el pasado las condiciones de posibilidad de su futuro. La astucia de la razón se manifiesta aquí en el interés práctico que ésta presenta por servirse del idioma alemán para su propia manifestación. El idioma y la cultura alemana son el ejemplo paradigmático de pensamiento especulativo hecho materia. Esto es coherente con una de las tesis fundamentales de su pensamiento: el desarrollo espiritual de la humanidad (*Dios*) se mueve de oriente a occidente. El contenido específico de esta tesis significa que la cultura alemana; y sobre todo la era crítica, es el máximo exponente y heredera de toda la cultura helénica. Criticar esta postura supone caer en una petición de principio: la era crítica es un producto genuinamente occidental y germano. Criticar la tesis de Hegel es darle la razón.

11. "Die deutsche Sprache hat darin viele Vorzüge vor den anderen modernen Sprachen;...". WdL 5, p. 20.

Hegel mantiene que las formas del pensamiento se manifiestan y plasman en el lenguaje humano[12]. Las formas del pensamiento están en el lenguaje aunque de manera inconsciente. El objeto de la *Lógica* es extraer su contenido y contemplarlo como objeto. Entonces es cuando el lenguaje deviene lenguaje; es decir, retrospectivamente en la forma de un bucle temporal.

Las categorías del *Ser* se encuentran mezcladas, contenidas y vertidas en el lenguaje. El lenguaje, sin embargo, pertenece a la esfera de la materialidad. El lenguaje se comporta respecto de la *Lógica* como lo *natural* respecto a lo *sobrenatural*. Las tendencias, las necesidades, los deseos, los fines, las impresiones y las intuiciones están cargadas de contenido lógico-racional todavía no-explicitado. Los símbolos con los que describimos y definimos las cosas no son el contenido. El objeto de la *Lógica* es objetivar el contenido de las representaciones y de los fines para exponerlo. La tesis de Hegel coincide con la de Wittgenstein: *Ein Satz kann nur sagen, wie ein Ding ist, nicht was es ist* T.L-P. (3.221). El objeto de la *Lógica* es precisamente el contenido de lo enunciado esquemáticamente por la proposición[13].

Los términos del lenguaje empleados por Hegel tales como *Ser-para-sí* (*Für-sich-sein*) proceden de la expresión ordinaria alemana *Was ist das für ein Ding?* Aquí está concentrada la naturaleza de lo que es un concepto en Hegel. Pero no sólo para Hegel, sino también para Frege. Hegel quiere definir la naturaleza de un objeto real y verdaderamente (*an-und-für-sich*), y esto supone contestar esta pregunta. A la pregunta de qué es el número *uno*, o de que denota el signo *1*, se suele contestar: pues una *cosa*. El enunciado *el número uno es una cosa* no es una definición. La razón de ello estriba en que a un lado tenemos un artículo determinado, y al otro indeterminado, y que tal enunciado sólo expresa que el número uno pertenece a las cosas, pero no nos dice qué *cosa* es. Aquí podemos advertir que lo que significa *1* es distinto según el contexto; según la clase o totalidad genérica bajo la que subsumimos este representante *1*. El *1* puede ser concebido como número real, racional, entero, natural o finalmente, por

12. "Die Denkformen sind zunächst in der Sprache des Menschen herausgesetzt und niedergelegt;...". WdL 5, p. 20

13. "In alles, was ihm zu einem Innerlichen, zur Vorstellung überhaupt wird, was er zu dem Seinigen macht, hat sich die Sprache eingedrängt, und was er zur Sprache macht und in ihr äussert, enthält eingehüllter, vermischter oder herausgearbeitet eine Kategorie; so sehr natürlich ist ihm das Logische, oder vielmehr: dasselbige ist seine eigentümliche Natur selbst". WdL 5, p. 20.

ejemplo, como la parte estándar de un infinitesimal de Robinson o como el signo que numera la sintaxis en la demostración del teorema de Gödel.

Mediante este ejemplo concreto, podemos entender la afirmación de Hegel de que la filosofía no requiere ninguna terminología especial[14]. Las determinaciones del pensamiento son tomadas del lenguaje ordinario y de los términos que reflejan los modelos científicos[15].

Fernando Inciarte ha establecido con claridad el sentido del tiempo en Hegel con la referencia a un bucle[16]. Este sentido hegeliano del tiempo explica lo que en la *Ciencia de la Lógica*, Hegel entiende por *deducción* y *relación de causalidad*. Así mismo aclara la relación entre comienzo de la *Lógica* y suposición del lenguaje. Comenzamos por un motivo tomado del discurso teológico. Según Hegel, al morir el Hijo de Dios hecho hombre, no muere sólo Dios-Hijo, sino Dios mismo sin más. El Hijo del Padre es el mismo Dios, por lo que muere Dios-Padre. Lo que queda es para Hegel lo que surge y que ya no muere: el Espíritu Santo. Hegel pasa del Viernes Santo especulativo al Pentecostés. Para Hegel, como para todo luterano ortodoxo, la Pascua de Resurrección es menos importante que el Viernes Santo. Ahora bien, después de la muerte total de Dios por la muerte de Dios-Padre causada o motivada por la muerte de Dios-Hijo; esto es, del Dios hecho hombre, el sentido de Dios mismo se ha modificado. Dios se transforma en *Dios Espíritu Santo*. Este nuevo sentido de Dios se identifica con la comunidad cristiana; esto es lo que define el concepto de la Iglesia en el decurso histórico. Dios en la Iglesia sigue siendo Dios, pero ahora está puesto por la comunidad que se autodefine. La comunidad lo pone como presupuesto de su propia existencia.

Hegel traduce la totalidad de los contenidos dogmáticos de la fe según el método de la *Lógica*. Para Hegel, el método de las ciencias del espíritu y de las ciencias de la naturaleza es el mismo: se trata en todo caso de traducir ciertos contenidos al plano simbólico de la significatividad humana frente a una posible manipulación por nuestra parte. En este punto, el

14. "Die Philosophie bedarf daher überhaupt keiner besonderen Terminologie;...". WdL 5, p. 21.

15. "Das Fortschreiten der Bildung überhaupt und insbesondere der Wissenschaften, selbst der empirischen und sinnlichen, indem sie im allgemeinen sich in den gewöhnlichsten Kategorien (z.B. eines Ganzen und der Teile, eines Dinges und seiner Eigenschaften und dergleichen) bewegen, fördert nach und nach auch höhere Denkverhältnisse zutage oder hebt sie wenigstens zu grösserer Allgemeinheit und damit zu näherer Aufmerksamkeit hervor". WdL 5, p. 21.

16. INCIARTE, F., "El bucle melancólico en perspectiva". Nueva revista. N. 71. Septiembre-Octubre 2000. Madrid.

sentido del tiempo histórico (especulativo) es esencial para Hegel. La *Lógica* no atiende a una genética de contenidos; es decir, si *Julio César* tenía que ser necesariamente anterior a *Napoleón* o cosas semejantes. Ni *Julio César* ni *Napoleón* tienen sentido alguno como individuos concretos y empíricos. Lo relevante es la instauración del mundo asociado al nombre que mentamos en el plano simbólico. De la misma forma lo relevante en el discurso científico no son las teorías concretas; la doctrina gravitacional de Newton o la de Einstein, sino que lo relevante es la instauración simbólica del mundo que introducimos con estas teorías por generalización.

Para Hegel, la fe en el sentido de fe religiosa, coincide con la mística. La mística coincide con irracionalidad. La fe, así entendida, queda excluida del horizonte de comprensión. La fe queda definitivamente excluida del horizonte filosófico, por ello, racional, así como del horizonte de comprensión en general. De la fe, en el sentido de fe religiosa, no se puede hablar con sentido, a no ser para eliminarla del horizonte del sentido. La fe y la religión, de las que tanto habla Hegel, tienen un sentido transformado: su sentido se mantiene ligado y dependiente del horizonte filosófico.

La fe y la religión son una explicación analítica del horizonte de significación conceptual en general. Hegel habla de Dios porque admite una estructura general de la lógica, y por ello, de una gramática pura. De aquí que como Nietzsche advierte, mientras sigamos admitiendo estructura gramatical, diferenciaciones semánticas, estamos obligados a hablar de *Dios*[17]. Hegel se refiere a las estructuras más simples en nuestra articulación del mundo en el tiempo. Al mismo tiempo de estar sometida al tiempo, las estructuras constituyen una gramática pura, sin la cual sería imposible advertir modificación alguna en nuestra comprensión del mundo[18]. La fe es una función de la filosofía, engloba ésta a la sociedad. La fe es función de la humanidad y del mundo. Carece por completo de autonomía. Se trata, en definitiva, de algo inmanente al modo como nosotros tenemos de entendernos y comprender al mundo mediante el intercambio de signos y conceptos. *Dios* en Hegel es todo; pero sólo todo lo racional o real o importante del universo físico e histórico, y no una cosa sustancia o sustancia separada.

17. “Ich fürchte, wir werden Gott nicht los, weil wir noch an die Grammatik glauben...”. Nietzsche, F. *Götzen-Dämmerung*, S. 72.

18. “Er kann durch die Grammatik hindurch den Ausdruck des Geistes überhaupt, die Logik, erkennen”. WdL 5, p. 53.

Nótese que en Hegel ya desaparece el sentido nato que en Kant tienen lo *a priori* y lo *a posteriori*. No hay lugar para establecer una distinción semejante en Hegel. Lo que la comunidad pone (la Iglesia) es su futuro; esto es, su efecto. La comunidad pone su propia realidad como efecto: se auto constituye. La comunidad es lo causado. Ahora bien, lo causado (supuestamente en un futuro incierto) pone las condiciones de posibilidad de su propia existencia; es decir, de su sentido. Lo causado pone de esta forma su causa; la Iglesia instaura su propio pasado. Este lazo o bucle temporal es la nueva formulación de la *causa sui* spinozista en la *Lógica* de Hegel. En este caso hemos tomado un ejemplo del discurso teológico, pero este bucle podemos detectarlo en todos los conceptos determinados. Cada concepto tiene una estructura temporal propia. Al mismo tiempo, la totalidad de todos los predicados posibles está conectada por este nuevo sentido del tiempo como bucle autoreferencial.

La naturaleza del tiempo definida en sentido hegeliano se asimila a la presentada por Kurt Gödel en 1949 *An exemple of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation* aparecido en la revista *Reviews of modern physics*, vol. 21, N. 3, pp. 447-450. La teoría general de la relatividad se centra en las ecuaciones einstenianas del campo gravitatorio. Estas ecuaciones no determinan de manera unívoca la estructura del universo. Las ecuaciones de campo admiten diversas soluciones. La diferentes soluciones determinan otros tantos universos posibles. Gödel presenta un modelo posible de universo compatibles con las así llamadas leyes de la naturaleza expresadas en las ecuaciones de Einstein para el campo gravitatorio.

Cada punto del espacio-tiempo cuatridimensional es un suceso. Cada dos sucesos están unidos por un intervalo. El cuadrado del intervalo es igual al cuadrado de la diferencia de sus coordenadas temporales menos el cuadrado de sus coordenadas espaciales. Si el cuadrado entre dos sucesos A y B es positivo, entonces decimos que se trata de un intervalo de tipo temporal. Una línea de universo es una trayectoria posible en el espacio tetradimensional. Se trata de una sucesión continua de sucesos unidos por intervalos de tipo temporal. En los modelos de universo determinados por soluciones con una densidad media de materia diferente de cero, las líneas de universo nunca son cerradas. Esto significa que: si A y B están en la misma línea de universo, y A precede a B, no hay ninguna línea de universo en la que B precede a A. En el modelo de Gödel, sin embargo, son posibles líneas de universo de tipo temporal tales que en una de ellas el suceso A es anterior a B; pertenece al pasado de B, mientras que en otra A

es posterior a B, pertenece al futuro de B. Se trata, por tanto, de líneas cerradas de tiempo. La solución de Gödel a las ecuaciones del campo gravitatorio es posible incluso tienendo en cuanta una densidad media de materia distinta de cero. El objetivo filosófico de Gödel es privar de un carácter absoluto al tiempo.

BIBLIOGRAFÍA

GW = G.W.F. *Hegel, Gesammelte Weke.* Hrsg. In Verbindung mit der Deutschen Forschungsgemeinschaft von der Rheinisch-Westfälischen Akademic der Wisenschaften.

GW 6 = Jenaer Systementwürfe II. Ed. K. Düsing und H. Kimmerle, Hamburg (Meiner) 1975.

GW 7 = Jenaer Systementwürfe II. Ed. R.-P. Horstmann, J. H. Trede, Hamburg (Meiner) 1971.

GW 8 = Jenaer Systementwürfe III. Ed. R.-P. Horstmann, unter Mitarbeit v. J. H. Trede, Hamburg (Meiner).

GW 11 = Wissenschaft der Logik, 1. Band. Die objektive Logik (1816). Ed. F. Hogemann und W. Jaeschke. Hamburg (Meiner) 1981.

GW 12 = Wissenschaft der Logik, 2. Band. Die subjektive Logik (1816). Ed. F. Hogemann und W. Jaeschke. Hamburg (Meiner) 1981.

GW 19 = Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften 1827. Ed. W. Bonsiepen und H.-C. Lucas. Hamburg (Meiner) 1989.

TW = G.W.F Hegel, Werke, auf der Grundlage der Werke von 1832-1845 neu hrsg. v. E. Moldenhauer und K.M. Michel, 20 Bde. Frankfurt/M (Theorie Werkausgabe, Suhrkamp) 1969-71.

WW = G.W.F Hegel, Sämtliche Werke. Ed. H. Glockner, Stuttgart (Fromann/Holzboog) 1958.

Enz. = G.W.F. Hegel, Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse (1830). Ed. F. Nicolin und O. Pöggeler. Hamburg (Meiner Phil. Bibl. Bd. 33) 1959 (1967).

L I bzw. L II = G.W.F. Hegel, Wissenschaft der Logik. Ed. G. Lasson, Hamburg (Meiner, Phil. Bibl. Bd. 56 bzw. 57) 1932.

Kant (I-IV) = I. Kant, Werke in 6 Bänden. Ed. W. Weischedel. Darmstadt (Wiss. Buchg.) oder Wiesbaden (Insel) oder Frankfurt (Suhrkamp).

KrV = I. Kant, Kritik der reinen Vernunft = Kant III.

ALEKSANDROV, A. D.; KOLMOGOROV, A. N.; LAURENTIEV, M. A. y otros (1994). "La matemática: su contenido, métodos y significado", 3 vols. Alianza, Madrid.

ARANA CAÑEDO-ARGÜELLES, J. (1990), "Apariencia y Verdad", Charcas, Buenos Aires, 1990.

— (1996), "Claves del conocimiento del mundo" 1., Kronos Universidad, Sevilla.

— (1982), "Ciencia y Metafísica en el Kant precrítico". Universidad de Sevilla.

BRUNSCHVICG, L., "Les Etapes de la philosophie mathématique". Presses Universitaires de France, 1947.

BOURBAKI, N., "Elementos de historia de las matemáticas", Madrid, Alianza, 1976.

BERKELEY, G., "The Works", G. Bell and Sons. 1898.

BOYER, C. B., "Historia de la matemática" Alianza Editorial. Madrid. 1986.

— "The history of the Calculus and ist conceptual development", Dover, New York, 1949.

BOS, H. J. M., "differentials higer-order differentials and the derivate in the Leibnizian Calculus". Archiv. Hist. Exact Sci. 14. 1979. 1-60.

— "Newton, Leibniz and the Leibnizian Tradition", From the Calculus to set Theory, 1630-1910, ed. I. Grattan-Guiness.

BECKER, O., "Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung". Verlag Karl Alber, 1954.

BERNOULLI, Jacques, Opera, 2 vols., 1744, Birkhaüser, 1968.

BERNOULLI, Jean, Opera Omnia, 4 vols., 1742, Olms, 1968.

BOLZANO, B., "Paradoxien des Unendlichen". Prihonsky, Leipzig 1851.

— "Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, das zwischen je zweit Werthen, die ein entegegengesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reele Wurzel der Gleichung liege". Prague, 1817.

BROUWER, L. E. J., (1975), Collected Works, A. Heyting. North Amsterdam-Oxford.

CRESSWELL, M. J., "Logics and Languages". London 1973.

CAUCHY, A. L., "Cours d'analyse", Oeuvres complètes. Paris 1897 II-III.

— "Cours d'Algèbre de l'École Royale Polytechnique". I, 2, vol 3.

— La traducción alemana en Reihe 2, Band 3 de C L B Huzler, "A L Cauchy's Lehrbuch der algebraischen Analysis". Königsberg 1828.

CANTOR, G., "Gesamelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts". Berlin 1932. Hildesheim 1966.

CANTOR, M., "Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik". Reprint der 1. Aufl. von 1908, New York-Stuttgart 1965.

COURANT, R., "Vorlesungen über Differential und Integralrechnung". Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961.

CARNOT, L. N. M., "Géometrie de Position". Paris 1803.

CAYLEY, A., "The collected mathematical papers", 13 vols, Cambridge University Press, 1889-1897.

CLIFFORD, W. K., "Mathematical papers". Macmillan, Chelsea, 1882.

COURANT, R. y ROBBINS, H., "Was ist Mathematik?". Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1992.

D'ALEMBERT J. LEROND, "Limite", in: J. D'Alembert et al., Dictonaire encyclopédique des mathématiques". Paris, 1789.

DEDEKIND, R., "Was sind und was sollen die Zahlen?". Braunschweig, 1888. 3ª ed. 1911.

DEDEKIND, R., “Stetigkeit und irrationale Zahlen”. Braunschweig, 1872. 3ª ed. 1905.

DESCARTES, R., Oeuvres et Lettres, ed Gallimard 1953.

DINGLER, H., Gedenkenbuch zum 75. Geburtstag. Hrsg. V. Wilhelm Krampf, München 1956 (Eidos Verlag).

EINSTEIN-BESSO, Correspondencia, Ed. P. Speziali, Tusquets Editores, Barcelona, 1994.

EINSTEIN, A., “Mein Weltbild” y “Ideas and Opinions”.

EDDINGTON, A. S., “Espacio, Tiempo y Gravitación”, Espasa Calpe, Madrid. 1922.

EULER, L., Opera Omnia. G. Teubner-Orell Füssli. 1911.

FERREIRÓS DOMINGUEZ, J., “El nacimiento de la teoría de conjuntos, 1854-1908”. Ediciones universidad autónoma de Madrid. Madrid, 1991.

FERMAT, P., Oeuvres de Fermat. P. Tannery, París, 1891-1912. Gauthier-Villars.

FEYERABEND, P., “Wider den Methodenzwang”. Frankfurt 1976.

FICHTE, J. G., Werke, Ausgabe von J.H.Fichte, Berlin 1834-1846.

FOURIER, J., “Oeuvres”, 2 vols., Gauthier-Villars, 1888-1890.

FUVEL, J. y GRAY, J., “The history of Mathematics”, a reader, Macmillan Education and the open University, Londres, 1987.

GAUSS, C. F., Werke II, Nachdruck Hildesheim-NewYork 1973.

GÓMEZ PIN, V., “La tentación pitagórica. Ambición filosófica y anclaje matemático”. Ed Síntesis. Madrid. 1998.

GONZÁLEZ URBANEJA, P. M., “Las raíces del cálculo infinitesimal en el s. XVII”. Alianza Universidad. Madrid. 1992.

GÖDEL, K., “Obras completas”. Alianza Universidad. Traducción y notas de Jesús Mosterín. Madrid. 1981.

GRAßMANN, H. G., “Stücke aus dem Lehrbuche der Arithmetik”, Berlin 1861.

GRAßMANN, H. G., Gesammelte mathematische und physikalische Werke, 2. Bd., 1. Teil, Leipzig 1904.

— "Gesammelte mathematische und physikalische Werke", 3 vols., B. G. Teubner, 1894-1911; vol. 1, Parte I, 1-319 contiene "Die lineale ausdehnungslehre"; vol 1, Parte II, 1-383 contiene "Die Ausdehnungslehre".

HAMILTON, sir William R., "Elements of quaternions", 2 vols., 1866, 2ª ed., 1899-1901, Chelsea, 1969.

— "Mathematical papers", Cambridge University Press, 1967.

HANKEL, H., "Theorie der complexen Zahlensysteme". Leipzig 1867.

HEISENBERG, W., "La imagen de la naturaleza en la física actual", Ariel. Barcelona. 1976.

HELMHOLZ, H., "Über die tatsächlichen Grundlagen der Geometrie", "Über die tatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen". Nachriten könig.Ges.der Wiss. zu Gött, 2, 15, 1868.

HILBERT, D. – BERNAYS, P., "Grundlagen der Mathematik". Berlin, 2 vols. 1934-1939.

HINTIKKA, J. – REMES, U., "The Method of Analysis. Its geometrical Origin and its general significance". Dordrecht/Boston (Synthese Library Nr. 25, Reidel). 1974.

HOFFMANN, L., "Mathematisches Wörterbuch". Berlin 1861.

HUSSERL, E., Husserliana, Martinus Nijhof, Haag.

INCIARTE, F., (1973), "Eindeutigkeit und Variation", Karl Alber, Freiburg-München.

— (1970), "Forma Formarum", Karl Alber, Freiburg-München.

— (1970), "Transzendentale Einbildungskraft", H. Bouvier u. Co. Verlag, Bonn. -(1968), "Das Problem der Außenwelt im transzendentalen Idealismus", Philosophisches Jahrbuch, Verlag Karl Alber, Freiburg-München.

— (1968), "Kritik und Metaphysik", Wiener Jahrbuch für Philosophie, Wien-Stuttgart.

JACOBI, C. G. J., “Gesammelte Werke”, Georg Reimer, 1884.

KLINE, M., “Mathematical Thought from Ancient to Modern Times”. New York 1973.

KLEIN, F., “Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus”. 1921-23 Bd. I.

KLÜGEL, G. S., “Mathematisches Wörterbuch”. Erste Abtheilung, Zweyter Theil, Leipzig 1805.

KENNEDY, H. C., “Karl Marx and the foundations of differential calculus”. Hist. Math. 14. 1987. Kennedy H. C., “Karl Marx and the foundations of differential calculus”, Hist. Math. 14 (1987), 311-324.

KLEIN, F., “Gesammelte mathematische Abhandlungen”, Julius Springer, 1921-1923, vols. 1 y 2.

KUHN, S., “La teoría del cuerpo negro y la discontinuidad cuántica”, 1894-1912. Madrid, Alianza, 1980.

LAGRANGE, J. L., “Théorie des fonctions analytiques”. Paris 1797.

— Nouvelle edition révue et augmentée par l’auteur, Paris 1813. I, 1. Oeuvres de Lagrange, 9 Paris 1881. 22.

— Oeuvres de Lagrange, Gauthier-Villars, 1891-1904. “Mécanique analytique”, 1788, 4ª ed., Gauthier-Villars, 1889.

LAPLACE, P. S., “Oeuvres complètes”, Gauthier-Villars, 1891-1904.

— “Traité de mécanique céleste”, 5 vols., 1799-1825. En Oeuvres complètes, vols. 1-5, Gauthier-Villars, 1878-82.

— “Exposition du systéme du monde”, 1 ed., 1796, 6ª ed. En Oeuvres complètes, Gauthier-Villars, 1884, vol.6.

LAKATOS, I., “Matemáticas, Ciencia y Epistemología”. 2ª ed. Alianza Universidad 1987.

— “Unendlicher Regress und Grundlagen der Mathematik”: Mathematik, empirische Wissenschaft und Erkenntnistheorie. Philosophische Schriften, Band 2, Braunschweig/Wiesbaden, 1982, 10.

LEIBNIZ, G. W., “Análisis infinitesimal”. Estudio preliminar de Javier de Lorenzo. Tecnos, Madrid. 1987.

LORENZEN, P., "Formale Logik und Arithmetik in Dinglers methodischer Philosophie". In. Dingler 1956, 119-130.

MACH, E., "Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt", 1883. Leipzig.

MONOD, J., "El azar y la necesidad", Tusquets Editores, Barcelona, 1981.

MORETTO, A., "Hegel e la mathematica dello infinito". Verifiche. Turín. 1985.

— "Quaestioni di filosofia della matematica nella Scienza della Logica di Hegel". Trento. 1988.

MOSTERÍN, J., "Los lógicos". Espasa Forum. Madrid. 2000.

NEWTON, I., "Principios matemáticos de filosofía natural y un sistema del mundo", Antonio Escohotado, Editora nacional, Madrid. 1982.

POPPER, Sir Karl R., "The Open Society and its Enemies". Princeton, N. J. 1950.

— "What is Dialectic?". Conjectures and Refutations, London, 1965.

PRIGOGINE, I. – STENGERS, I., "La nueva Alianza", Alianza Universidad, Madrid, 1994.

— "¿Tan solo una ilusión?: Una exploración del caos al orden". Tusquets Editores, 4 ed. Barcelona, 1997.

— "El nacimiento del tiempo", Tusquets Editores, Barcelona, 2ª ed. 1993.

POINCARE, H. (1905), "Le valeur de la science". Flammarion, Paris. (1905).

— C. R. Acad. Sc. Paris 140, 1504-1508. (1906), Rend. del Circ.Mat di Palermo 21, 129-154. (1908)

— "Science et méthode", Flamarion, Paris. (1902)

— "La Science et l'hypothese", Flamarion, Paris.

PUTNAM, H., "Mathematics without Fundations". Journal of Philosophy 64. 1967.

RENTSCH, Th., "Die Konstitution der Moralität. Transzendentale Anthropologie und praktische Philosophie". Frankfurt/M. 1990.

REICHENBACH, H. (1920), "Relativitätstheorie und Erkenntnis a priori". Springer, Berlin.

RIEMANN, B., "Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen" (1854).

— "Gesammelte mathematische Werke", 1876 (edición separada con notas de H. Weyl. Berlin. 1923) - "Gesammelte mathematische Werke", 2ª ed. 1902.

ROBINSON, A., "Non-Standard Analysis". North Holland Pub. Co. Amsterdam. 1966.

— "The Methphysics of the Calculus", I. Lakatos (ed.) 1967. pp. 28-40.

RUSSELL, B., "Introduction to Mathematical Philosophy". London. 1970.

— "Work in the Philosophie of Mathematics". The international Montly, 1901.(traducción alemana "Die Mathematik und die Metaphysiker". Kursbuch 8, hrsg. von Enzensberger H M.

— "The Principels of Mathematics". 1903. New York 1943.

RYCHLIK, K., "Theorie der Reellen Zahlen im Bolzano's Handschriftlichen" Nachlasse. Prague: Verlag Tschechoslowakischen Akademie der Wissenschaften.

SCHELLING, F. W. J., Werke, Ausgabe von K. F. A. Schelling, Stuttgart 1856-1861.

SCHLICK, M., (1917), "Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik". Springer, Berlin.

STEKELER-WEITHOFER, P., "Zu Hegels Philosophie der Mathematik" In: Demmerling/Kambartel 1992 (a).

— "Verstand und Vernunft. Zu den Grundbegriffen der Hegelschen Logik" In: Demmerling/Kammbartel 1992 (b).

SCHRÖDINGER, E., "La naturaleza y los griegos", Tusquets Editores. Barcelona. 1997.

STRUIK, D., "A Source Book in Mathematics, 1200-1800". Cambridge (Mass). 1969. – "A Concise History of Mathematics", New York, Dover, 1948.

TASCHNER, R., “Das Unendliche”. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1995.

THÜRING, B., “Methodologisches und Historisches zum Gesetz der allgemeinen Gravitation” In: Dingler 1956, 189-209.

THOM, R., “Les intuitions topologiques de l’aristotelisme”. Revue Thomiste, Julio-septiembre.

— “Stabilité structurelle et Morphogenèse”, 1972. -“L’anteriorité ontologique du continu sur le discret”, L’infini. Colloque de Cerisy. Huriya Sinacoeur, 1990.

THEUNISSEN, M., “Sein und Schein. Die kritische Funktion der Hegelschen Logik”. Frankfurt/M. 1978.

TROPFKE, J., “Geschichte der Elementar-Mathematik”, 2. Bd., Berlin und Leipzig, 1921.

VLASTOS, G., “A Note on Zeno’s Arrow”. Patzig G, Art. “Widerspruch”. Handbuch philosophischer Grundbegriffe. Hrsg von Krings H u. A., München 1974, Band 6.

VALERY, P., Cahiers, I. Bibliotèque de la Pléiade. Editions Gallimard, 1973; Cahiers II, idem, 1974.

— Oeuvres, II, Bibliotèque de la Pléiade, Editions Gallimard, 1960.

WEIERSTRAß, K., “Mathematische Werke”, 7 vols, Meyer und Muller, 1894-1927.

WEYL, H., “Raum-Zeit-Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie”. Sechste, unveränderte Auflage. Springer Verlag Berlin-Heidelberg-New York. 1970.

— “Das Kontinuum”. Berlin 1918. -“Über die neue Grundlagekrise der Mathematik”, Mathematische Zeitschrift 10. 1921.

— “Mathematische Analyse des Raumproblems”. Berlin, 1923.

WIELAND, W., “Bemerkungen zum Anfang von Hegels Logik”. Horstmann R P (Hrsg.), Seminar: Dialektik in der Philosophie Hegels. Frankfurt/M. 1978.

WOLFF, M., “Hegel und Cauchy. Eine Untersuchung zur Philosophie und Geschichte der Mathematik”, in: Horstmann/Petry 1986, 197-263.

WOLFF, M., Über Hegels Lehre vom Widerspruch" In Henrich 1986, 107-128.

— "Der Begriff des Widerspruchs. Eine Studie zur Dialektik Kants und Hegels". Philosophie. Analyse und Grundlegung. Band 5, Hrsg. Dieter Henrich. Hein 1981.

COLECCIÓN FILOSÓFICA

1. LEONARDO POLO: *Evidencia y realidad en Descartes* (2.ª ed.).
2. KLAUS M. BECKER: *Zur Aporie der geschichtlichen Wahrheit* (agotado).
3. JOAQUÍN FERRER ARELLANO: *Filosofía de las relaciones jurídicas (La relación en sí misma, las relaciones sociales, las relaciones de Derecho)* (agotado).
4. FREDERIK D. WILHELMSEN: *El problema de la trascendencia en la metafísica actual* (agotado).
5. LEONARDO POLO: *El Acceso al ser* (agotado).
6. JOSÉ MIGUEL PERO-SANZ ELORZ: *El conocimiento por connaturalidad (La afectividad en la gnoseología tomista)* (agotado).
7. LEONARDO POLO: *El ser* (Tomo I: *La existencia extramental)* (2.ª ed.).
8. WOLFGANG STROBL: *La realidad científica y su crítica filosófica* (agotado).
9. JUAN CRUZ: *Filosofía de la Estructura* (2.ª ed.) (agotado).
10. JESÚS GARCÍA LÓPEZ: *Doctrina de Santo Tomás sobre la verdad* (agotado).
11. HEINRICH BECK: *El ser como acto.*
12. JAMES G. COLBERT, JR.: *La evolución de la lógica simbólica y sus implicaciones filosóficas* (agotado).
13. FRITZ JOACHIM VON RINTELEN: *Values in European Thought* (agotado).
14. ANTONIO LIVI: *Etienne Gilson: Filosofía cristiana e idea del límite crítico* (prólogo de Etienne Gilson) (agotado).
15. AGUSTÍN RIERA MATUTE: *La articulación del conocimiento sensible* (agotado).
16. JORGE YARCE: *La comunicación personal (Análisis de una teoría existencial de la intersubjetividad)* (agotado).
17. J. LUIS FERNÁNDEZ RODRÍGUEZ: *El ente de razón en Francisco de Araujo* (agotado).
18. ALEJANDRO LLANO CIFUENTES: *Fenómeno y trascendencia en Kant* (2.ª ed.).
19. EMILIO DÍAZ ESTÉVEZ: *El teorema de Gödel* (Exposición y crítica) (agotado).
20. AUTORES VARIOS: *«Veritas et sapientia»*. En el VII centenario de Santo Tomás de Aquino.
21. IGNACIO FALGUERAS SALINAS: *La «res cogitans» en Espinosa* (agotado).
22. JESÚS GARCÍA LÓPEZ: *El conocimiento de Dios en Descartes* (agotado).
23. JESÚS GARCÍA LÓPEZ: *Estudios de metafísica tomista* (agotado).
24. WOLFGANG RÖD: *La filosofía dialéctica moderna* (agotado).
25. JUAN JOSÉ SANGUINETI: *La filosofía de la ciencia según Santo Tomás* (agotado).
26. FANNIE A. SIMONPIETRI MONEFELDT: *Lo individual y sus relaciones internas en Alfred North Whitehead.*
27. JACINTO CHOZA: *Conciencia y afectividad* (Aristóteles, Nietzsche, Freud) (2.ª ed.).
28. CORNELIO FABRO: *Percepción y pensamiento*.
29. ETIENNE GILSON: *El tomismo* (4.ª ed.).
30. RAFAEL ALVIRA: *La noción de finalidad* (agotado).
31. ÁNGEL LUIS GONZÁLEZ: *Ser y Participación (Estudio sobre la cuarta vía de Tomás de Aquino)* (3.ª ed.).
32. ETIENNE GILSON: *El ser y los filósofos* (4.ª ed.).
33. RAÚL ECHAURI: *El pensamiento de Etienne Gilson* (agotado).
34. LUIS CLAVELL: *El nombre propio de Dios, según Santo Tomás de Aquino* (agotado).
35. C. FABRO, F. OCÁRIZ, C. VANSTEENKISTE, A. LIVI: *Tomás de Aquino, también hoy* (2.ª ed.).
36. MARÍA JOSÉ PINTO CANTISTA: *Sentido y ser en Merleau-Ponty* (agotado).
37. JUAN CRUZ CRUZ: *Hombre e historia en Vico. (La barbarie de la reflexión. Idea de la historia en Vico*. Editado en la Colección NT) (agotado).
38. TOMÁS MELENDO: *Ontología de los opuestos* (agotado).
39. JUAN CRUZ CRUZ: *Intelecto y razón. Las coordenadas del pensamiento clásico* (agotado).
40. JORGE VICENTE ARREGUI: *Acción y sentido en Wittgenstein* (agotado).
41. LEONARDO POLO: *Curso de teoría del conocimiento* (Tomo I) (2.ª ed.).
42. ALEJANDRO LLANO: *Metafísica y lenguaje* (2.ª ed.).
43. JAIME NUBIOLA: *El compromiso esencialista de la lógica modal*. Estudio de Quine y Kripke (2.ª ed.).

44. TOMÁS ALVIRA: *Naturaleza y libertad* (Estudio de los conceptos tomistas de *voluntas ut natura* y *voluntas ut ratio*) (agotado).
45. LEONARDO POLO: *Curso de teoría del conocimiento* (Tomo II) (3.ª ed.).
46. DANIEL INNERARITY: *Praxis e intersubjetividad (La teoría crítica de Jürgen Habermas)* (agotado).
47. RICHARD C. JEFFREY: *Lógica formal: Su alcance y sus límites* (2.ª ed.).
48. JUAN CRUZ CRUZ: *Existencia y nihilismo. Introducción a la filosofía de Jacobi* (agotado).
49. ALFREDO CRUZ PRADOS: *La sociedad como artificio. El pensamiento político de Hobbes* (2.ª ed.).
50. JESÚS DE GARAY: *Los sentidos de la forma en Aristóteles*.
51. ALICE RAMOS: *«Signum»: De la semiótica universal a la metafísica del signo*.
52. LEONARDO POLO: *Curso de teoría del conocimiento* (Tomo III).(2.ª ed.).
53. MARÍA JESÚS SOTO BRUNA: *Individuo y unidad. La substancia individual según Leibniz.*
54. RAFAEL ALVIRA: *Reivindicación de la voluntad*.
55. JOSÉ MARÍA ORTIZ IBARZ: *El origen radical de las cosas. Metafísica leibniciana de la creación*.
56. LUIS FERNANDO MÚGICA: *Tradición y revolución. Filosofía y sociedad en el pensamiento de Louis de Bonald*.
57. VÍCTOR SANZ: *La teoría de la posibilidad en Francisco Suárez.*
58. MARIANO ARTIGAS: *Filosofía de la ciencia experimental* (3.ª ed.).
59. ALFONSO GARCÍA MARQUÉS: *Necesidad y substancia (Averroes y su proyección en Tomás de Aquino)*.
60. MARÍA ELTON BULNES: *Amor y reflexión. La teoría del amor puro de Fénelon en el contexto del pensamiento moderno*.
61. MIQUEL BASTONS: *Conocimiento y libertad. La teoría kantiana de la acción*.
62. LEONOR GÓMEZ CABRANES: *El poder y lo posible. Sus sentidos en Aristóteles*.
63. AMALIA QUEVEDO: *«Ens per accidens». Contingencia y determinación en Aristóteles*.
64. ALEJANDRO NAVAS: *La teoría sociológica de Niklas Luhmann*.
65. MARÍA ANTONIA LABRADA: *Belleza y racionalidad: Kant y Hegel* (2.ª ed.).
66. ALICIA GARCÍA-NAVARRO: *Psicología del razonamiento*.
67. PATRIZIA BONAGURA: *Exterioridad e interioridad: La tensión filosófico-educativa de algunas páginas platónicas*.
68. LOURDES FLAMARIQUE: *Necesidad y conocimiento. Fundamentos de la teoría crítica de I. Kant*.
69. BEATRIZ CIPRIANI THORNE: *Acción social y mundo de la vida. Estudio de Schütz y Weber*.
70. CARMEN SEGURA: *La dimensión reflexiva de la verdad. Una interpretación de Tomás de Aquino*.
71. MARÍA GARCÍA AMILBURU: *La existencia en Kierkegaard*.
72. ALEJO G. SISON: *La virtud: síntesis de tiempo y eternidad. La ética en la escuela de Atenas*.
73. JOSÉ MARÍA AGUILAR LÓPEZ: *Trascendencia y alteridad. Estudio sobre E. Lévinas*.
74. CONCEPCIÓN NAVAL DURÁN: *Educación, retórica y poética. Tratado de la educación en Aristóteles*.
75. FERNANDO HAYA SEGOVIA: *Tomás de Aquino ante la crítica. La articulación trascendental de conocimiento y ser*.
76. MARIANO ARTIGAS: *La inteligibilidad de la naturaleza* (2.ª ed.).
77. JOSÉ MIGUEL ODERO: *La fe en Kant*.
78. MARÍA DEL CARMEN DOLBY MÚGICA: *El hombre es imagen de Dios. Visión antropológica de San Agustín*.
79. RICARDO YEPES STORK: *La doctrina del acto en Aristóteles*.
80. PABLO GARCÍA RUIZ: *Poder y sociedad. La sociología política en Talcott Parsons*.
81. HIGINIO MARÍN PEDREÑO: *La antropología aristotélica como filosofía de la cultura*.
82. MANUEL FONTÁN DEL JUNCO: *El significado de lo estético. La «Crítica del Juicio» y la filosofía de Kant*.
83. JOSÉ ÁNGEL GARCÍA CUADRADO: *Hacia una semántica realista. La filosofía del lenguaje de San Vicente Ferrer*.
84. MARÍA PÍA CHIRINOS: *Intencionalidad y verdad en el juicio. Una propuesta de Brentano*.
85. IGNACIO MIRALBELL: *El dinamicismo voluntarista de Duns Escoto. Una transformación del aristotelismo*.
86. LEONARDO POLO: *Curso de teoría del conocimiento* (Tomo IV/Primera parte).
87. PATRICIA MOYA CAÑAS: *El principio del conocimiento en Tomás de Aquino*.
88. MARIANO ARTIGAS: *El desafío de la racionalidad* (2.ª ed.).

89. Nicolás de Cusa: *La visión de Dios* (4.ª ed.). Traducción e introducción de Ángel Luis González.
90. Javier Villanueva: *Noología y reología: una relectura de Xavier Zubiri*.
91. Leonardo Polo: *Introducción a la Filosofía* (3.ª ed.).
92. Juan Fernando Sellés Dauder: *Conocer y amar. Estudio de los objetos y operaciones del entendimiento y de la voluntad según Tomás de Aquino* (2.ª ed.).
93. Marina Martínez: *El pensamiento político de Samuel Taylor Coleridge*.
94. Miguel Pérez de Laborda: *La razón frente al insensato. Dialéctica y fe en el argumento del* Proslogion *de San Anselmo*.
95. Concepción Naval Durán: *Educar ciudadanos. La polémica liberal-comunitarista en educación* (2.ª ed.).
96. Carmen Innerarity Grau: *Teoría kantiana de la acción. La fundamentación trascendental de la moralidad*.
97. Jesús García López: *Lecciones de metafísica tomista. Ontología. Nociones comunes.*
98. Jesús García López: *El conocimiento filosófico de Dios*.
99. Juan Cruz Cruz (editor): *Metafísica de la familia*.
100. María Jesús Soto Bruna: *La recomposición del espejo. Análisis histórico-filosófico de la idea de expresión*.
101. Josep Corcó Juviñá: *Novedades en el universo. La cosmovisión emergentista de Karl R. Popper*.
102. Jorge Mario Posada: *La física de causas en Leonardo Polo. La congruencia de la física filosófica y su distinción y compatibilidad con la física matemática*.
103. Enrique R. Moros Claramunt: *Modalidad y esencia. La metafísica de Alvin Plantinga.*
104. Francisco Conesa: *Dios y el mal. La defensa del teísmo frente al problema del mal según Alvin Plantinga*.
105. Ana Marta González: *Naturaleza y dignidad. Un estudio desde Robert Spaemann*.
106. María José Franquet: *Persona, acción y libertad. Las claves de la antropología en Karol Wojtyla*.
107. Francisco Javier Pérez Guerrero: *La creación como asimilación a Dios. Un estudio desde Tomás de Aquino*.
108. Sergio Sánchez-Migallón Granados: *La ética de Franz Brentano*.
109. Leonardo Polo: *Curso de teoría del conocimiento* (Tomo IV/Segunda parte).
110. Concepción Naval Durán: *Educación como praxis. Elementos filosófico-educativos*.
111. M.ª Elvira Martínez Acuña: *La articulación de los principios en el sistema crítico kantiano. Concordancia y finalidad*.
112. Leonardo Polo: *Sobre la existencia cristiana*.
113. Leonardo Polo: *La persona humana y su crecimiento* (2.ª ed.).
114. Yolanda Espiña: *La razón musical en Hegel*.
115. Ángel Luis González (editor): *Las pruebas del absoluto según Leibniz.*
116. Javier Aranguren Echevarría: *El lugar del hombre en el universo. «Anima forma corporis» en el pensamiento de Santo Tomás de Aquino*.
117. Fernando Haya Segovia: *El ser personal. De Tomás de Aquino a la metafísica del don*.
118. Mónica Codina: *El sigilo de la memoria. Tradición y nihilismo en la narrativa de Dostoyevski*.
119. Jesús García López: *Lecciones de metafísica tomista. Gnoseología. Principios gnoseológicos básicos*.
120. Montserrat Herrero López: *El* nomos *y lo político: la filosofía política de Carl Schmitt*.
121. Leonardo Polo: *Nominalismo, idealismo y realismo* (2.ª ed.).
122. Miguel Alejandro García Jaramillo: *La cogitativa en Tomás de Aquino y sus fuentes*.
123. Cristóbal Orrego Sánchez: *H.L.A. Hart. Abogado del positivismo jurídico*.
124. Carlos Cardona: *Olvido y memoria del ser*.
125. Carlos Augusto Casanova Guerra: *Verdad escatológica y acción intramundana. La teoría política de Eric Voegelin*.
126. Carlos Rodríguez Lluesma: *Los modales de la pasión. Adam Smith y la sociedad comercial*.
127. Álvaro Pezoa Bissières: *Política y economía en el pensamiento de John Locke*.
128. Tomás de Aquino: *Cuestiones disputadas sobre el mal*. Presentación, traducción y notas por David Ezequiel Téllez Maqueo.
129. Beatriz Sierra y Arizmendiarrieta: *Dos formas de libertad en J.J. Rousseau.*

130. Enrique R. Moros: *El argumento ontológico modal de Alvin Plantinga.*
131. Juan A. García González: *Teoría del conocimiento humano.*
132. José Ignacio Murillo: *Operación, hábito y reflexión. El conocimiento como clave antropológica en Tomás de Aquino.*
133. Ana Marta González: *Moral, razón y naturaleza. Una investigación sobre Tomás de Aquino.*
134. Pablo Blanco Sarto: *Hacer arte, interpretar el arte. Estética y hermenéutica en Luigi Pareyson (1914-1991).*
135. María Cerezo: *Lenguaje y lógica en el* Tractatus *de Wittgenstein. Crítica interna y problemas de interpretación.*
136. Mariano Artigas: *Lógica y ética en Karl Popper. (Se incluyen unos comentarios inéditos de Popper sobre Bartley y el racionalismo crítico)* (2.ª ed.).
137. Joaquín Ferrer Arellano: *Metafísica de la relación y de la alteridad. Persona y Relación.*
138. María Antonia Labrada: *Estética.*
139. Ricardo Yepes Stork y Javier Aranguren Echevarría: *Fundamentos de Antropología. Un ideal de la excelencia humana* (5.ª ed.).
140. Ignacio Falgueras Salinas: *Hombre y destino.*
141. Leonardo Polo: *Antropología trascendental.* Tomo I. *La persona humana.*
142. Jaime Araos San Martín: *La filosofía aristotélica del lenguaje.*
143. Mariano Artigas: *La mente del universo* (2.ª ed.).
144. Rafael Alvira, Nicolás Grimaldi y Montserrat Herrero (editores): *Sociedad civil. La democracia y su destino.*
145. Modesto Santos: *En defensa de la razón. Estudios de ética* (2.ª ed.).
146. Lourdes Flamarique: *Schleiermacher. La Filosofía frente al enigma del hombre.*
147. Leonardo Polo: *Hegel y el posthegelianismo.*
148. M.ª Alejandra Carrasco Barraza: *Consecuencialismo. Por qué no.*
149. Lídia Figueiredo: *La filosofía narrativa de Alasdair MacIntyre.*
150. Tomás Melendo: *Dignidad humana y bioética.*
151. Josep Ignasi Saranyana: *Historia de la Filosofía Medieval* (3.ª ed.).
152. Alfredo Cruz Prados: *Ethos y Polis. Bases para una reconstrucción de la filosofía política.*
153. Claudia Ruiz Arriola: *Tradición, Universidad y Virtud. Filosofía de la educación superior en Alasdair MacIntyre.*
154. Francisco Altarejos Masota y Concepción Naval Durán: *Filosofía de la Educación.*
155. Robert Spaemann: *Personas. Acerca de la distinción entre «algo» y «alguien».*
156. M.ª Socorro Fernández-García: *La Omnipotencia del Absoluto en Leibniz* (2.ª ed.).
157. Ignacio Falgueras Salinas: *De la razón a la fe por la senda de Agustín de Hipona.*
158. Javier Aranguren Echevarría: *Resistir en el bien. Razones de la virtud de la fortaleza en Santo Tomás de Aquino.*
159. Santiago Collado: *Noción de hábito en la teoría del conocimiento de Polo.*
160. Luis M. Cruz: *Derecho y expectativa. Una interpretación de la teoría jurídica de Jeremy Bentham.*
161. Héctor Esquer Gallardo: *El límite del pensamiento. La propuesta metódica de Leonardo Polo.*
162. Encarna Llamas: *Charles Taylor: una antropología de la identidad.*
163. Ignacio Yarza: *La racionalidad de la ética de Aristóteles. Un estudio sobre* Ética a Nicómaco *I.*
164. Julia Urabayen Pérez: *El pensamiento antropológico de Gabriel Marcel: un canto al ser humano.*
165. Carlos Gustavo Pardo: *La formación intelectual de Thomas S. Kuhn. Una aproximación biográfica a la teoría del desarrollo científico.*
166. Salvador Piá Tarazona: *El hombre como ser dual. Estudio de las dualidades radicales según la* Antropología trascendental *de Leonardo Polo.*
167. Fernando Inciarte: *Liberalismo y republicanismo. Ensayos de filosofía política.*
168. F. Javier Vidal López: *Significado, comprensión y realismo.*
169. María de las Mercedes Rovira Reich: *Ortega desde el humanismo clásico.*
170. Juan Andrés Mercado: *El sentimiento como racionalidad: La filosofía de la creencia en David Hume.*
171. Raquel Lázaro Cantero: *La sociedad comercial en Adam Smith. Método, moral, religión.*

172. Cruz González Ayesta: *Hombre y verdad. Gnoseología y antropología del conocimiento en las Q. D.* De Trinitate.
173. Jaime Andrés Williams: *El argumento de la apuesta de Blaise Pascal*.
174. Luis Xavier López Farjeat: *Teorías aristotélicas del discurso*.
175. Mikel Gotzon Santamaría Garai: *Acción, persona, libertad. Max Scheler – Tomás de Aquino*.
176. José Tomás Alvarado Marambio: *Hilary Putnam: el argumento de teoría de modelos contra el realismo*.
177. Miguel García-Valdecasas: *El sujeto en Tomás de Aquino. La perspectiva clásica sobre un problema moderno*.
178. Francisco Xavier Miranda: *La interpretación filosófica del cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel*.

INICIACIÓN FILOSÓFICA

1. TOMÁS ALVIRA, LUIS CLAVELL, TOMÁS MELENDO: *Metafísica* (8.ª ed.).
2. JUAN JOSÉ SANGUINETI: *Lógica* (6.ª ed.).
3. ÁNGEL RODRÍGUEZ LUÑO: *Ética* (5.ª ed.).
4. ALEJANDRO LLANO: *Gnoseología* (5.ª ed.).
5. IÑAKI YARZA: *Historia de la Filosofía Antigua* (4.ª ed.).
6. MARIANO ARTIGAS: *Filosofía de la Naturaleza* (5.ª ed.).
7. TOMÁS MELENDO: *Introducción a la Filosofía.*
8. JOSEP-IGNASI SARANYANA: *Historia de la Filosofía Medieval* (actualmente n.º 151 colección Filosófica).
9. ÁNGEL LUIS GONZÁLEZ: *Teología Natural* (4.ª ed.).
10. ALFREDO CRUZ PRADOS: *Historia de la Filosofía Contemporánea* (2.ª ed.).
11. ÁNGEL RODRÍGUEZ LUÑO: *Ética general* (4.ª ed.).
12. VÍCTOR SANZ SANTACRUZ: *Historia de la Filosofía Moderna* (2.ª ed.).
13. JUAN CRUZ CRUZ: *Filosofía de la historia* (2.ª ed.).
14. RICARDO YEPES STORK: *Fundamentos de Antropología. Un ideal de la excelencia humana* (actualmente n.º 139 colección filosófica).
15. GABRIEL CHALMETA: *Ética especial. El orden ideal de la vida buena*.
16. JOSÉ PÉREZ ADÁN: *Sociología. Concepto y usos*.
17. RAFAEL CORAZÓN GONZÁLEZ: *Agnosticismo. Raíces, actitudes y consecuencias*.
18. MARIANO ARTIGAS: *Filosofía de la ciencia.*
19. JOSEP-IGNASI SARANYANA: *Breve historia de la Filosofía Medieval.*
20. JOSÉ ÁNGEL GARCÍA CUADRADO: *Antropología filosófica. Una introducción a la Filosofía del hombre*.
21. RAFAEL CORAZÓN GONZÁLEZ: *Filosofía del Conocimiento.*